限定なし

JERG-2-130-HB004C

フォースリミット振動試験ハンドブック

平成29年 3月 31日 C改訂
（平成21年 7月 8日 制定）

宇 宙 航 空 研 究 開 発 機 構

発行
〒305-8505 茨城県つくば市千現 2-1-1
宇宙航空研究開発機構 安全・信頼性推進部
JAXA（Japan Aerospace Exploration Agency）

目　次

1.　総則

1.1　目的

本ハンドブックは、「宇宙機一般試験標準」（JERG-2-130）におけるフォースリミット振動試験を実施する際の考え方を解説したものであり、JERG-2-130 をテーラリングする際の指針として活用されることを想定している。

本試験ハンドブックは、フォースリミット振動試験の目的、フォースリミット条件の計算手法、実施方法、使用する設備、計測技術、結果の評価方法から構成されており、海外の動向を反映し、また JAXA の宇宙機開発プログラムにおいて得られた経験、知見及び研究開発の成果を取入れている。本試験ハンドブックに言及されていない知見や技術については、今後、内容を検討のうえ積極的に反映していくものとする。

1.2　参考文書

参考文書を下記に示す。

1.2.1　宇宙航空研究開発機構（JAXA）文書

(1) JERG-2-130A　宇宙機一般試験標準

(2) JERG-2-130-HB002A　音響試験ハンドブック

(3) JERG-2-130-HB003 NOTICE-1　振動試験ハンドブック

1.2.2　海外の規格等

(1) NASA-HDBK-7004B　Force Limited Vibration Testing　NASA Technical Handbook

(2) NASA-HDBK-7005　Dynamic Environmental Criteria　NASA Technical Handbook

(3) NASA-RP-1403　Force Limited Vibration Testing Monograph　NASA Reference Publication

1.3　用語・略語の定義

1.3.1　用語

(1)　クロストーク

加振方向と直行する方向の振動入力のこと。通常%の単位で表す

(2)　Q 値

共振周波数における振動応答の立ち上がりの鋭さ。共振周波数におけるピーク値からエネルギが半分になる周波数の幅（半値幅）と共振周波数の比から算出する。

(3)　ノッチング

供試体の共振周波数において過負荷がかからないよう当該周波数における加速度スペックにくさび状のノッチを入れて振動レベルを低減させること。ノッチングの方法として、マニュアルノッチングとオートノッチングがある。

(4)　マニュアルノッチング

供試体の共振周波数において過負荷がかからないよう、規定されている試験レベルを事前に下げておくこと。マニュアルノッチングのことを「プログラムノッチング」と呼ぶこともある。

(5)　オートノッチング

供試体の共振周波数において過負荷がかからないよう、加振時に計測する点の応答に対して制限値（リミット値）を設定し、その制限値を超えないよう加振レベルを設備の制御装置が自動的に制御すること。オートノッチングのことを「リミット制御」と呼ぶこともある。

(6)　加速度スペック

振動試験において各供試体に設定される試験レベルのこと。正弦波掃引振動試験では加振周波数範囲の加速度レベルが設定される。ランダム振動試験では加振周波数範囲の加速度パワースペクトル密度が設定される。

(7)　Load 系（搭載側）

フォースリミット振動試験のリミット対象となる構造体のこと。

(8)　Source 系（被搭載側）

Load 系を搭載し、Load 系に対し加振源となる構造体。

(9)　インタフェース部（I/F 部）

Load 系と Source 系の結合部のこと。

(10)　質量加速度曲線（MAC）

宇宙機搭載機器の質量と打上げ時に遭遇する最大加速度の関係を示した経験曲線。特に、音響試験の結果を用いた機器の音響負荷時の加速度配分値に対し、統計処理を行うことで上限値を求めた結果を音響-質量加速度曲線（A-MAC）という。初期の機器設計において機器に負荷される加速度の上限値として活用できる。

※　本文記載の質量にはいくつかの種類があるが、説明は Appendix A を参照のこと。

1.3.2 略語

－A－	A-MAC	Acoustic-Mass Acceleration Curve	音響-質量加速度曲線
	AT	Acceptance Test	受入試験
－C－	CLA	Coupled Load Analysis	柔結合荷重解析
－D－	dB	Decibels	デシベル
－F－	FRF	Frequency Response Function	伝達関数
－I－	I/F	Interface	インタフェース
－P－	PFT	Proto-Flight Test	プロトフライト試験
	PSD	Power Spectrum Density	パワースペクトル密度
－Q－	QT	Qualification Test	認定試験

1.4　本試験ハンドブックの構成

本試験ハンドブックの構成を図 1.4-1 及び以下に示す。

（2 項）フォースリミット振動試験に関連する事項

本項では、打上げ時の振動環境と地上での振動試験の違い、振動試験における過負荷の低減方法の概略について述べる。

（3 項）フォースリミット条件の計算方法

本項では、フォースリミット条件を計算するいくつかの方法を示す。

本項で示す計算方法は、供試体のインタフェース部に対してあらかじめ定義された加速度スペックをもとにフォースリミット条件を計算する。

（4 項）フォースリミット振動試験

本項では、実際にフォースリミット振動試験を実施するにあたって考慮すべき事項を示す。特に、フォースリミット振動試験の特徴である供試体と加振機間のインタフェースフォースを計測するためのセンサや試験コンフィギュレーション（計測装置・治具）について示す。

総則、一般事項　（1項）

フォースリミット振動試験に関連する事項　（2項）

打上時の振動環境について　（2.1項）
振動試験条件について　（2.2項）
振動試験時の入力　（2.3項）
振動試験における過負荷の低減方法（2.4項）

↓

フォースリミット条件の計算方法　（3項）

詳細解析　（3.1項）
簡易計算法　（3.2項）
・簡易数学モデルによる計算
・半経験式による簡易計算
簡易試験による計算　（3.3項）
準静的荷重による計算　（3.4項）
I/F加速度実効値から
重心相当加速度実効値への
換算係数による計算　（3.5項）

↓

被搭載側（Source系）から提示された
フォースリミット条件がある場合
はその条件で試験を実施しても良い

フォースリミット振動試験　（4項）

インタフェースフォースの計測　（4.1項）
・フォースセンサの選定
・フォースセンサの設置方法
・フォース計測用の計測装置
・フォース計測値の簡易確認法
・フォース計測値の補正
治具　（4.2項）

図 1.4-1　フォースリミット振動試験ハンドブックの構成

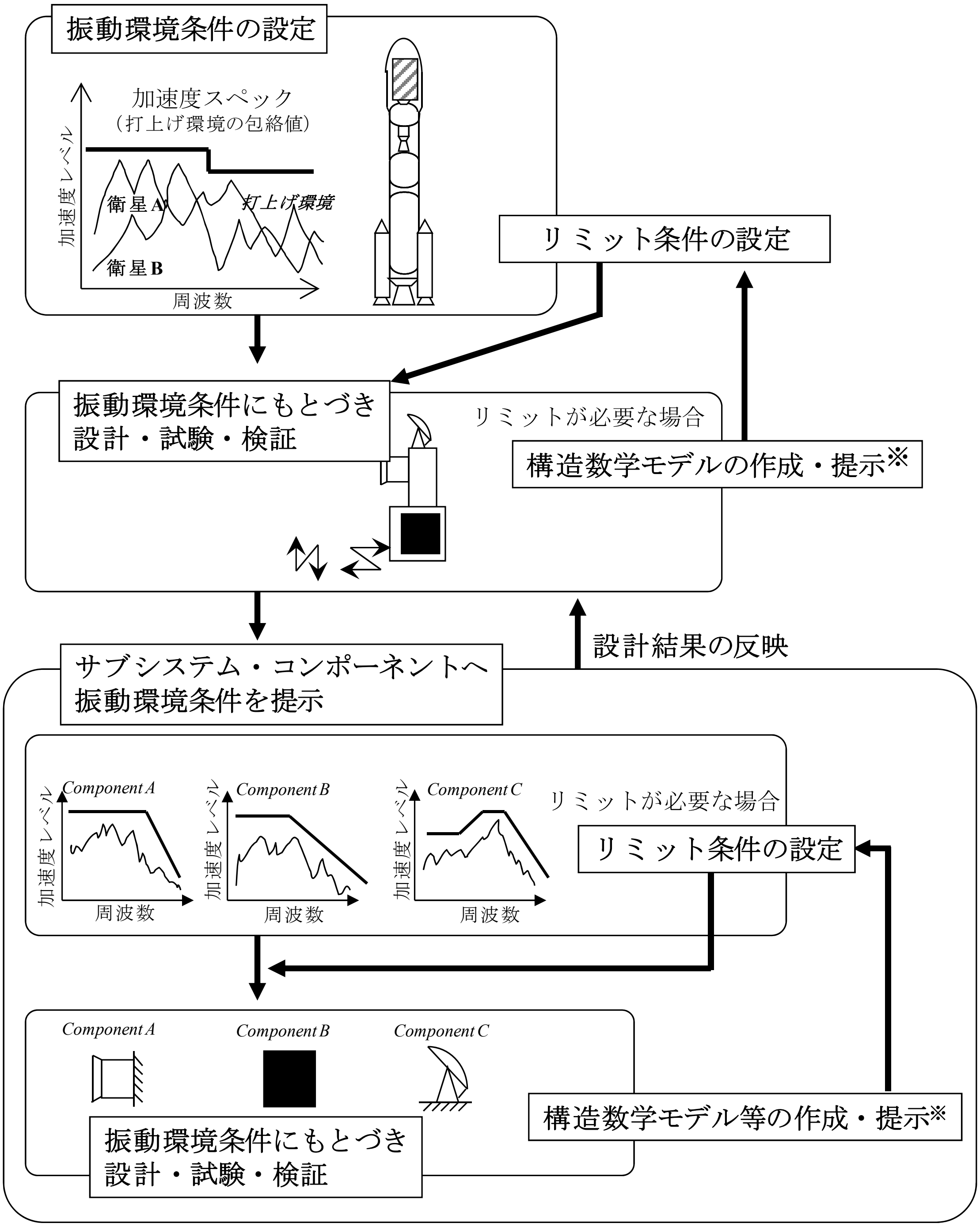
2. フォースリミット振動試験に関連する事項

宇宙機の機械設計・試験・検証は、ロケットから宇宙機へ要求される加速度スペックをもとに行われる。加速度スペックは、複数回の宇宙機打上げ時の振動計測結果を統計的に包絡した値である。図 2-1 に、宇宙機の機械設計・試験・検証の概要を示す。

宇宙機を設計する際に、統計的に包絡された加速度スペックをそのまま適用すると過剰な設計となる場合が多い。最適な設計を行うために宇宙機の特性に応じて加速度スペックの緩和が必要となる場合は、ロケットとペイロード間で協議の上、緩和条件（ノッチング条件）が検討される。宇宙機に搭載されるサブシステム・コンポーネントの構造についても同様に、加速度スペック・ノッチング条件が、宇宙機のシステムと協議の上、設定される。

本ハンドブックで述べるフォースリミット振動試験は、宇宙機システムあるいはサブシステム・コンポーネントの振動試験を行う際に適用される加速度スペックに起因する過剰な負荷を緩和するためのノッチング方法の一つである。

本項では、フォースリミット振動試験に関連する事項を述べる。



※ 構造数学モデルの精度（不確定性）に応じて安全係数を考慮する

図 2-1　宇宙機の機械設計・試験・検証の関係

2.1　打上げ時の振動環境について

ロケットに搭載された宇宙機は、ロケットのエンジン点火から宇宙空間へ放出されるまでの打上げシーケンス中において振動環境に遭遇する。図 2.1-1 に、打上げ時の宇宙機とロケットとのインタフェース（以下、I/F）部における振動加速度の計測結果の例を示す。横軸は時間、縦軸は加速度レベルである。打上げ時の振動環境は、加速度レベルが時間と共に変化する非定常な過渡振動である。

宇宙機が打上げ時に受ける振動は、一般的に、ロケット及び衛星の構造連成振動（POGO 振動など）に起因する 5Hz～100Hz の周波数成分を持つ振動環境（正弦波振動環境）と、打上げ時の音響負荷に起因する 20Hz～2kHz の周波数成分を持つ振動環境（音響環境またはランダム振動環境）に分けて考えられていることが多い。

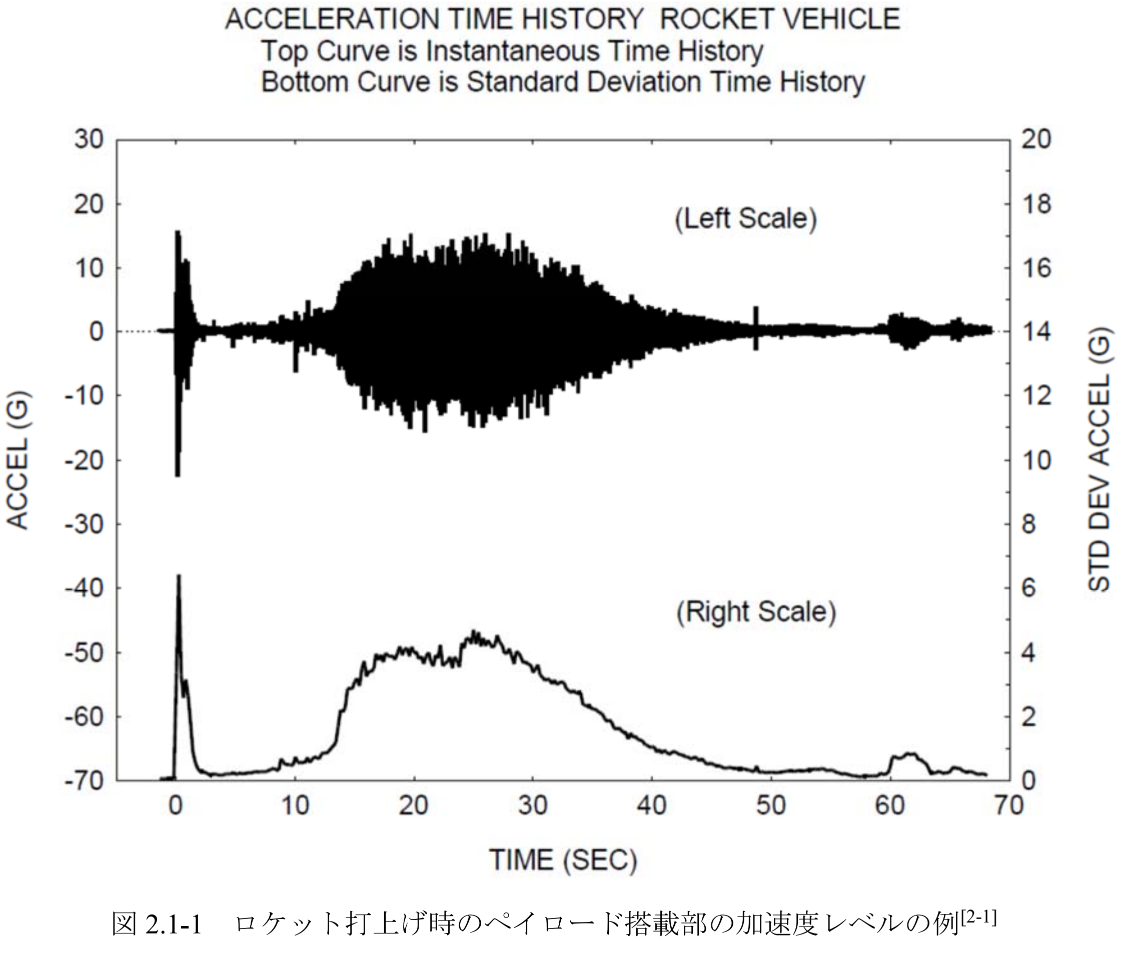


図 2.1-1　ロケット打上げ時のペイロード搭載部の加速度レベルの例[2-1]

2.2　振動試験条件について

宇宙機が打上げ時に遭遇する振動に対して、宇宙機が耐えうることを検証するとともに宇宙機構造の動特性を把握するため、打上げ前に地上での振動試験が行われる。

打上げ時に宇宙機が受ける振動環境の周波数解析を行うと、ロケット及び宇宙機構造の動特性に応じた周波数スペクトルが現れる。ただし、打上げシーケンス中は、ロケット及び宇宙機に加わる外力等が変動するので、この周波数スペクトルは時々刻々変化する。また同型式のロケットを使った打上げであっても、搭載する宇宙機が異なれば、加速度レベルの周波数スペクトルは異なるものとなる。

宇宙機に対して規定される打上げ時の環境条件は、一般的には、不確定性をある確率で統計的に包絡（例えば 50%の信頼性で 95%の母集団を包絡）した結果に対し、そのピーク値を包絡するよう周波数方向に平滑化（谷を無視し直線的な包絡線を引く処理）を施した結果である（図 2.2-1）。この環境条件設定の際に行う平滑化は、異なる固有振動数を持つ宇宙機及び製造上のバラツキ等に伴う固有振動数の変動に対応するためである。

ロケットが宇宙機に提示する振動環境条件は、計測した打上げ時の加速度（ペイロードの違いも含む）をもとに、統計処理や経験により設定される。このようにして設定された条件は、最大予測環境（MPE : Maximum Predicted Environment）と呼ばれ、この最大予測環境が宇宙機システムの振動環境条件となる（図 2.2-1 の太線）。この振動環境条件をもとに、宇宙機システムの構造設計・試験が行われる。

宇宙機システムが、サブシステム・コンポーネントに対して与える振動環境条件についても、打上げ時の振動環境を包絡するように設定される。

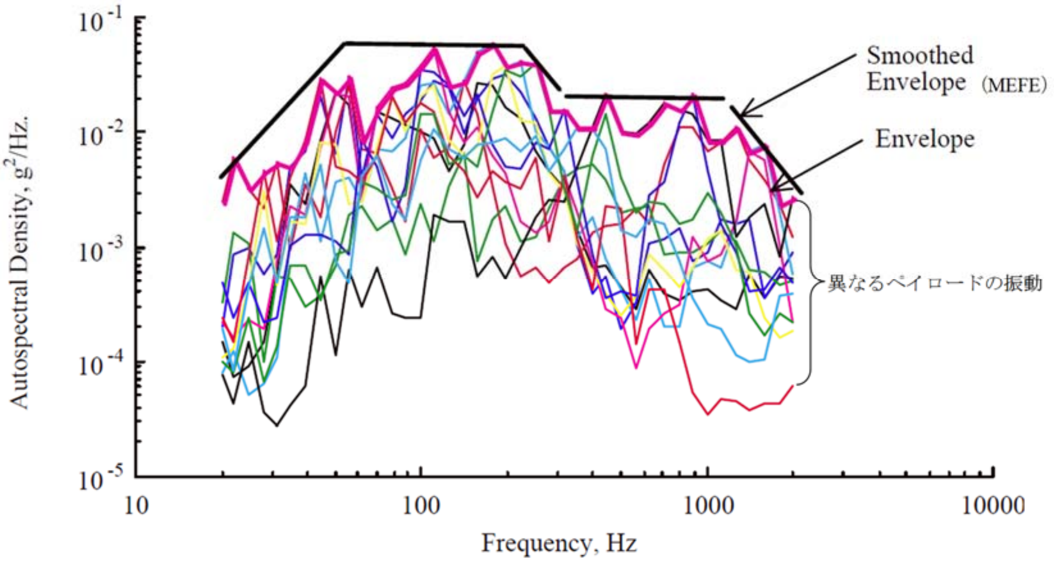


図 2.2-1　平滑化された打上げ時のランダム振動環境（一例）[2-2]

2.3　振動試験時の入力

宇宙機システムまたはサブシステム・コンポーネントの振動試験では、打上げ時の振動環境を統計的に包絡する加速度スペックで加振されることとなる。従って、振動試験時に供試体に印加される負荷は打上げ時よりも必ず大きくなる。

一方、ある特定の宇宙機の打上げ時におけるロケットと宇宙機の I/F 部の加速度スペクトルには、その宇宙機システム構造との連成や、搭載部の構造との動吸振器効果などによる谷が存在する（動吸振器効果については Appendix A を参照のこと)。打上げ時と振動試験時の負荷の差､即ち過負荷の大きさは､この周波数スペクトルの谷の部分で最大となる。この谷の周波数は、宇宙機システム（剛固定時）の共振周波数となる。また宇宙機システムに搭載されるサブシステム・コンポーネントに関しても、同様の現象が発生する。従って、振動試験においては、振動試験の供試体（宇宙機システム、またはサブシステム・コンポーネント）の共振周波数において、供試体に対して過大な負荷が加えられることとなる。

この現象を､図 2.3-1 に示す簡易モデルを用いて説明する｡図 2.3-1 に示す振動モデルは、2 つの 1 自由度振動モデルが結合した 2 自由度振動モデルである。片方の 1 自由度振動モデルを搭載構造体（Load 系)、もう片方のモデルを被搭載構造体（Source 系）として考える。モデルを、打上げ時のコンフィギュレーション（図 2.3-1(左)）と振動試験時のコンフィギュレーション（図 2.3-1(右)）で加振した時の、各部の加速度応答と Load 系 I/F 部のフォースのスペクトラムは図 2.3-2 及び図 2.3-3 のようになる。

図 2.3-2 は、連成系（＝打上げ時)、Source 系及び Load 系単体に単位加速度を入力した時の加速度応答を計算した結果である｡図中の実線は連成系の Load 系 I/F 部の加速度応答、破線と一点鎖線はそれぞれ Source 系単体加振時の加速度応答、Load 系単体加振時の加速度応答である。連成系には、Load 系の動吸振器効果による谷が生じていることがわかる。

図 2.3-3 は、連成系及び Load 系単体を加振した時の加速度及びフォースの応答を計算した結果である。打上げ時の加速度応答を包絡したスペクトル（図 2.3-3 下図の実線）が、Load 系単体の加速度スペックとなる。図 2.3-3 に示すように、加速度スペックを加振条件として Load 系の振動試験を実施すると、Load 系に入力されるフォースは、共振周波数付近において打上げ時よりも過大となる（この例では約 26 倍の負荷)。

図 2.3-4 に実際の供試体に発生した動吸振器効果と過負荷の例を示す｡図 2.3-4 は、ある衛星に搭載されたコンポーネントの I/F 部における音響負荷時の加速度応答と、コンポーネント単体の共振周波数及び加速度スペックを示したものである。動吸振器効果のため、連成時（音響負荷時）の応答には、コンポーネント単体の共振周波数に谷が発生していることがわかる。この谷に対して、コンポーネント単体に設定されたランダム振動の加速度スペックは過大な値となっていることがわかる。

このように、振動試験時には、供試体の共振周波数において打上げ時よりも過大な力（フォース）が負荷される。この過大なフォースの入力に耐えうる設計が難しい場合は、この過負荷を低減するための緩和条件（ノッチング条件）が設定されることになる。この過負荷の低減法については、次項以降で述べる。

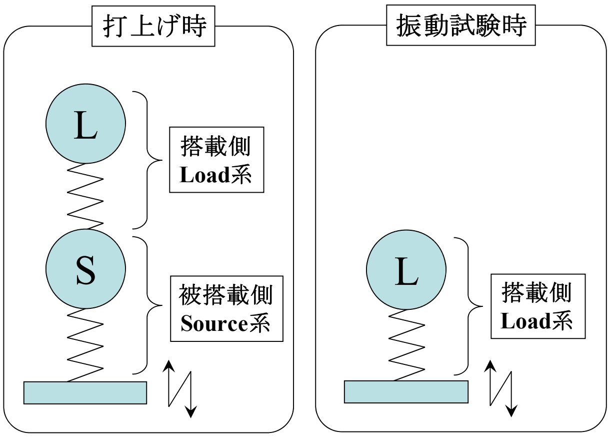


図 2.3-1　2 自由度振動モデル

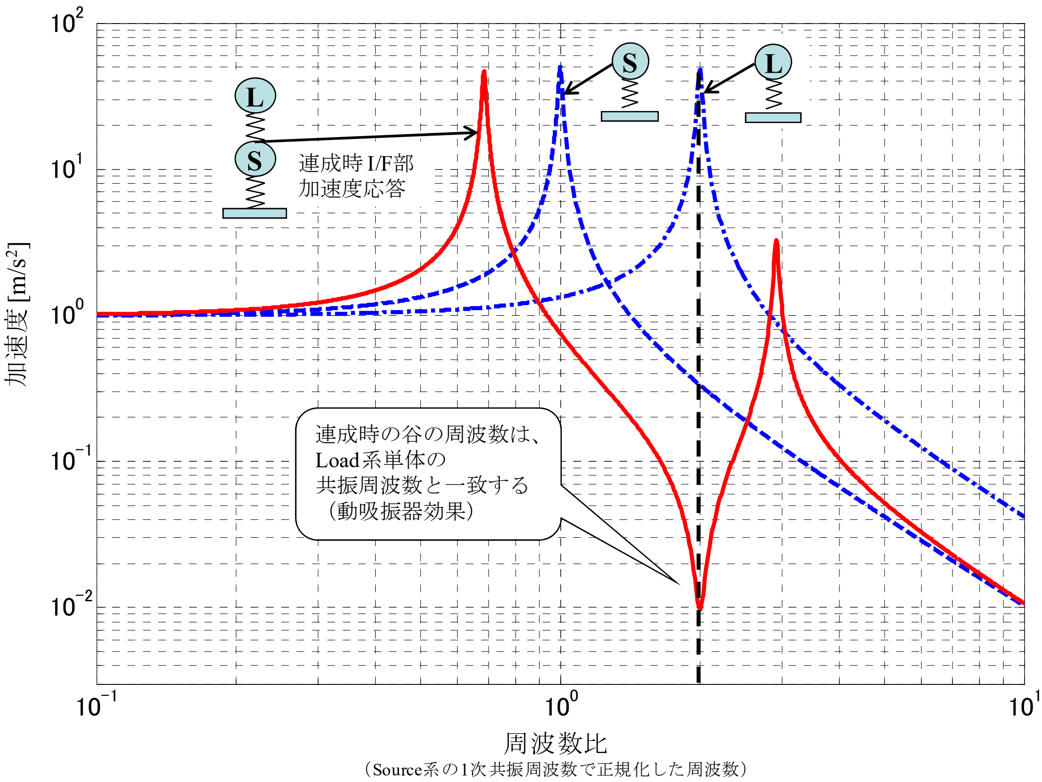


図 2.3-2　2 つの 1 自由度系を連成させた時の計算例

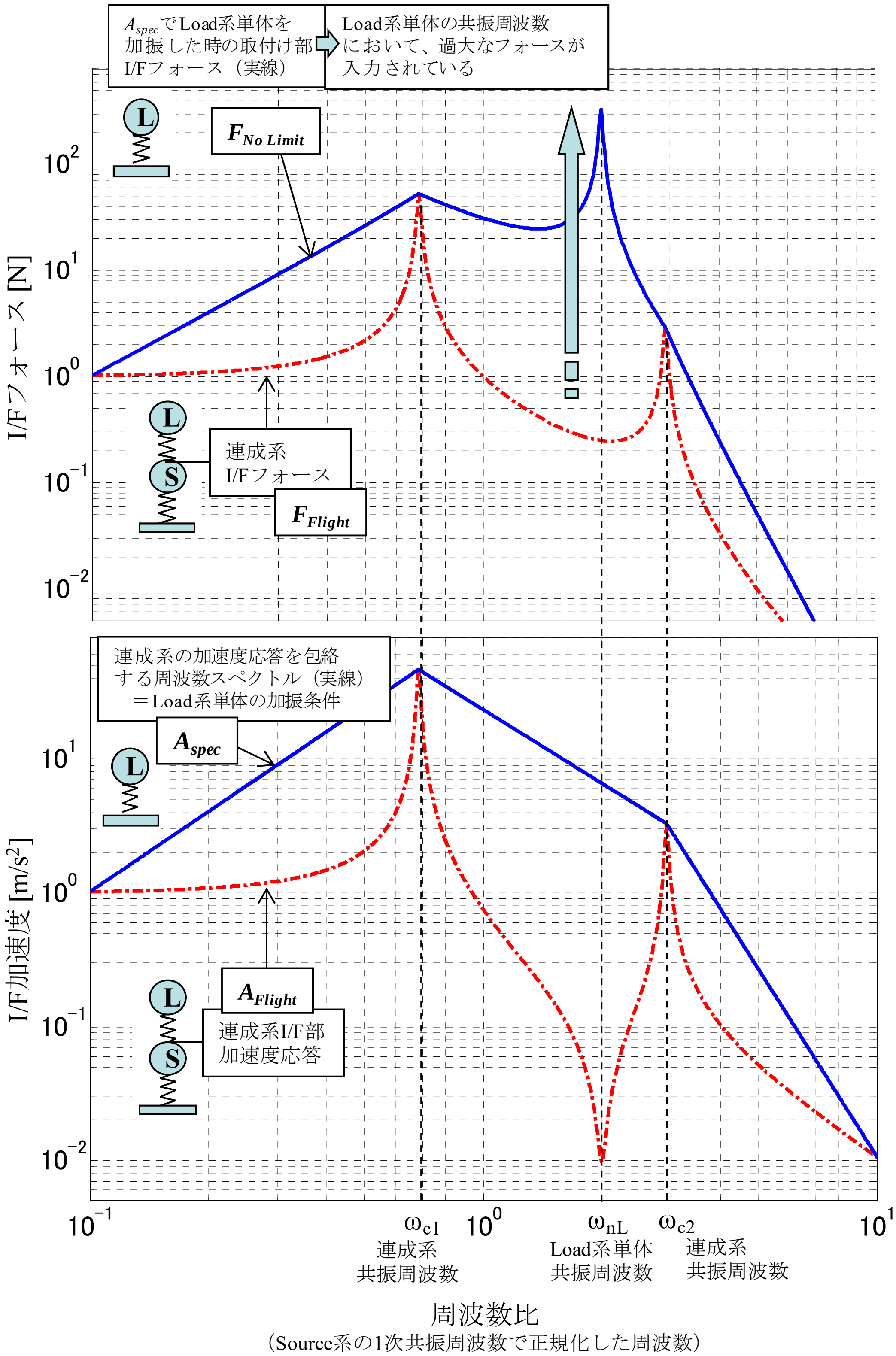


図 2.3-3　打上げ時と振動試験時の I/F 部フォースと I/F 部加速度の計算例

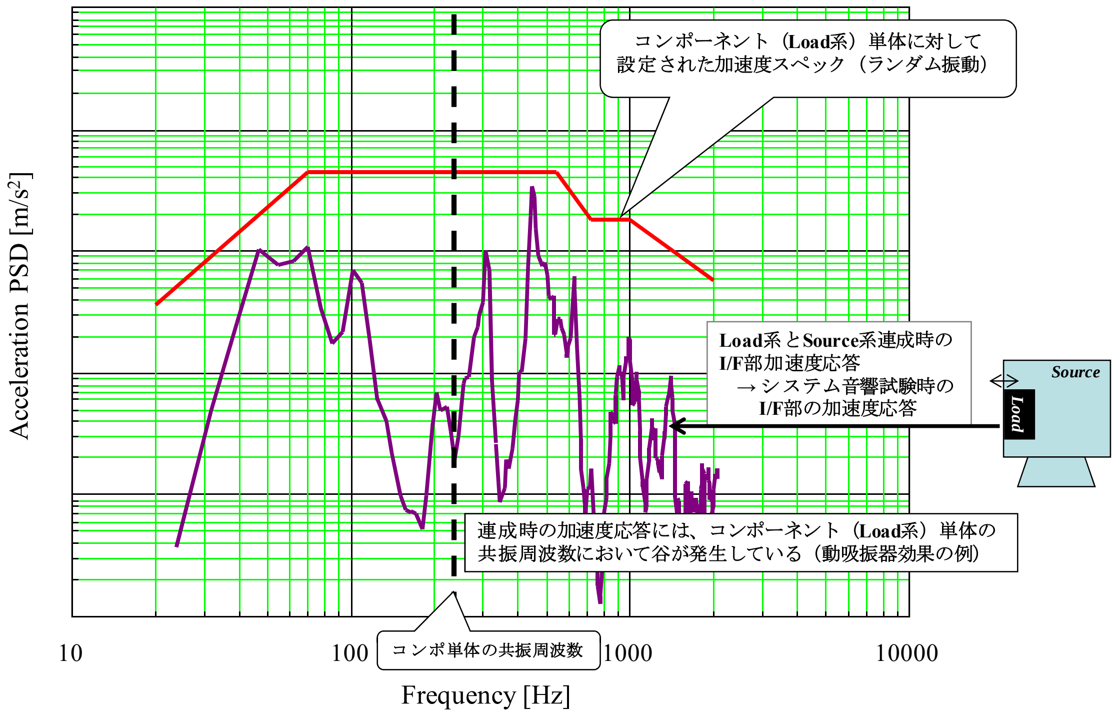


図 2.3-4　実際の供試体に発生した動吸振器効果と過負荷の例

2.4　振動試験における過負荷の低減方法

振動試験時に供試体（宇宙機システム、サブシステム・コンポーネント）に負荷される過大なフォースの入力を低減する方法として、フォースリミット法と加速度リミット法がある。本項では参考のため、各方法の違いについて述べる。

2.4.1　フォースリミット法

フォースリミット法とは、規定の加速度スペックで制御される振動試験において、供試体に負荷される力（I/F フォース）のスペクトラムが、最大予測フォースよりも過大とならないようにオートノッチングを行う振動試験法である。即ち、加振中に I/F フォースをオートノッチングすることで加速度スペックがノッチングされ、振動試験中の過負荷を低減させる試験手法である。

フォースリミット法の特徴を 2.5 項にて述べる。また、フォースリミット法の基礎理論と有効性を Appendix A にて述べる。

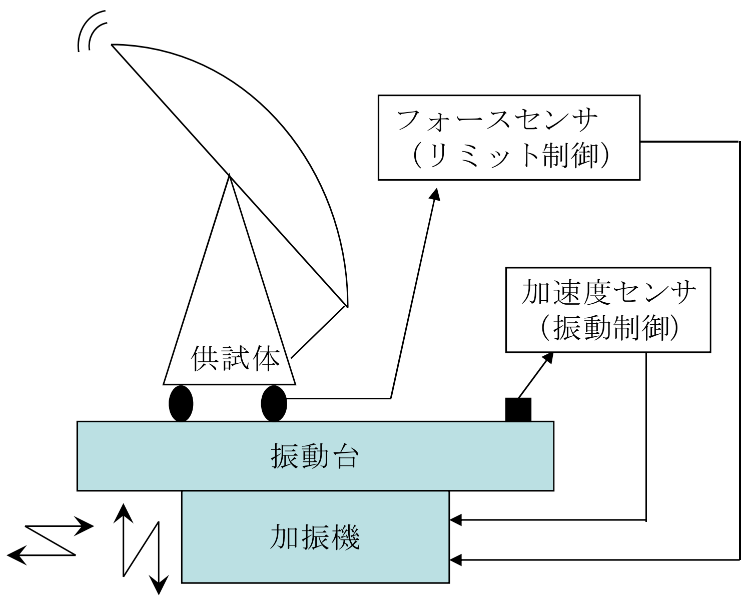


図 2.4.1-1　フォースリミット振動試験の模式図

2.4.2　加速度リミット法

加速度リミット法は、振動試験中の供試体各部位の加速度応答が過大とならないようにリミットする振動試験法である。即ち、加振中に供試体各部位の加速度応答をオートノッチングすることで加速度スペックがノッチングされ、振動試験中の各部位における過負荷を低減させる試験手法である。

加速度リミットを行う目的は、大別して以下の 2 つに分類することができる。

(1)　供試体への過負荷の低減
供試体各部位の加速度応答が最大予測フライト環境以下となるようにオートノッチングを行う。なお、次項でフォースリミット法との違いについて述べる。

(2)　供試体の保護措置（破損防止）
供試体各部位の破損を防ぐため、特定の部位の加速度応答が設計強度上限値以下となるようにオートノッチングを行う。なお、フォースリミット法は本機能を有しないため本ハンドブックでは対象外とする。

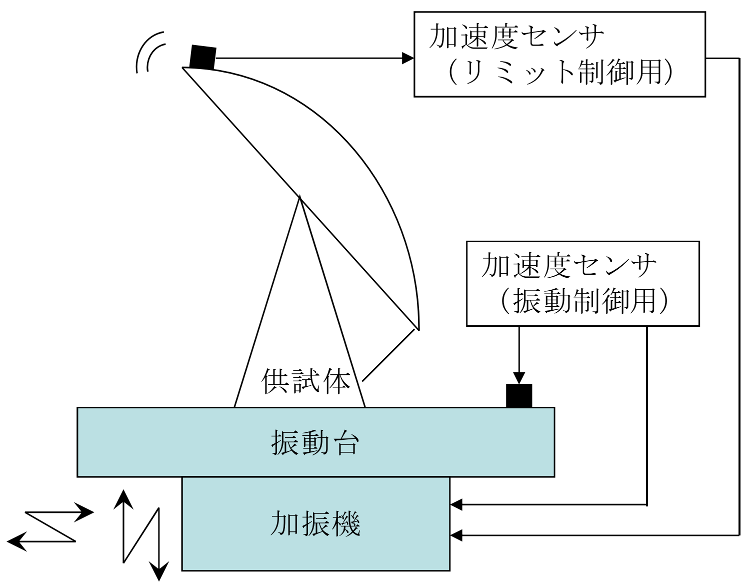


図 2.4.2-1　加速度リミット振動試験の模式図

2.4.3 フォースリミット法と加速度リミット法の比較

フォースリミット法と加速度リミット法の比較概要を表 2.4.3-1 に示す。

表 2.4.3-1　フォースリミット法と加速度リミット法の比較

<table>
<tr><th>比較項目</th><th>フォースリミット</th><th>加速度リミット</th></tr>
<tr><td>制御の方法

※1</td><td>加振機から供試体に負荷されるフォース（I/F フォース）を“直接”計測・制御することで、入力加速度がノッチングされる。
供試体重心位置において加速度リミットを行うことと同等である。</td><td>加振機から供試体に負荷されるフォースが過負荷にならないよう、供試体上の加速度応答をオートノッチングすることで、“間接的”に入力フォースを制御する。</td></tr>
<tr><td rowspan="3">リミット値の
計算方法・不確定要素</td><td colspan="2">Load 系と Source 系の連成解析等を行い、打上げ時の I/F 部の最大予測フォースを計算する。（本計算の方法については、3 項に示す。）</td></tr>
<tr><td>↓
最大予測フォースをフォースリミット条件とする。
↓</td><td>↓
最大予測フォースより、構造数学モデルを用いて、供試体内部の特定の位置における最大予測加速度応答計算し、加速度リミット条件とする。
↓</td></tr>
<tr><td>与えられた I/F 部の最大予測フォースそのものをリミット条件とするため、加速度リミットよりもリミット値の不確定要素が少ない。</td><td>加速度リミット条件は、構造数学モデルの精度を考慮する必要がある。
供試体の構造の特性上、オートノッチングを行う場所ごとにリミット条件が異なる。</td></tr>
<tr><td>制御対象として
適する振動モード</td><td>有効質量が大きい振動モードのオートノッチングに適する。</td><td>有効質量が小さい、ローカルな振動モードのオートノッチングにも適用できる。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">試験設備・計測系

※2</td><td colspan="2">オートノッチング機能を有する加振制御装置が必要。</td></tr>
<tr><td>加速度の他に、フォースの計測系が必要。
フォースの計測に関する留意事項については 4 項を参照のこと。</td><td>加速度の計測系のみで良い。</td></tr>
</table>

フォースリミット法は、加振機から供試体に負荷されるフォース（I/F フォース）を直接計測し、与えられた最大予測フォースを超えないようにオートノッチングを行う。I/F フォースと供試体の重心位置における加速度の関係は、ニュートンの第 2 法則より次式となる。

$$A_{CG}(\omega) = \frac{F_{IF}(\omega)}{M} \tag{2.4.3-1}$$

ここで、$A_{CG}(\omega)$ ：供試体の重心位置における加速度
$F_{IF}(\omega)$ ：加振機から供試体に負荷されるフォース
M ：供試体の剛質量

上式より、I/F フォースをリミットすることは、供試体の重心位置における加速度応答をリミットすることと等価である。フォースリミット条件は、供試体をバネマス系で単純化したモデル（図 2.4.3-1）の共振周波数・有効質量・減衰比から簡単に計算できる特徴がある。制御に用いる I/F フォースは、有効質量が小さいローカルな振動応答では小さい（詳細は、Appendix A を参照のこと）。従って、フォースリミット法は、有効質量が大きいグローバルな振動モードのオートノッチングに最も適する方法であると言える。

加速度リミット法は、供試体の重心位置の加速度応答に対してオートノッチングを行えば、フォースリミット法と同様に簡易モデルでリミット条件を計算できる。しかし実際には、供試体の幾何学的な重心位置に加速度センサを取付けることは難しい。従って、加速度リミット条件を検討する場合は、図 2.4.3-2 に示すとおり、振動モード形状： ϕ（具体的には、Appendix B、B.4 項、式(B4.1-1)中のϕ_L^s）を考慮する必要がある。その結果、フォースリミット法と比較して、リミット条件に不確定性が多く含まれることとなる。

※1　重心位置近傍の代替の計測点の値を用いて供試体の重心位置の加速度応答に対する加速度オートノッチングを行う場合もある。この場合は、高次の振動モードほど真の重心位置の加速度からの差異が大きくなり、誤差の要因となる可能性があるので注意が必要である。

図 2.4.3-3 に、ある小型衛星の振動試験結果を示す。図中の太線は真の重心位置の加速度応答（フォースセンサの計測結果より導出)、細線は重心位置の近傍に取付けた加速度センサの実測値である。高次になるほど差異が大きくなる傾向があることがわかる。

※2　フォースリミット振動試験と加速度リミット振動試験の装置のコンフィギュレーションの違いは、加振制御装置のリミット信号入力端子にフォースセンサの信号を接続するか、加速度センサの信号を接続するかの違いのみである。従って、リミット信号入力端子を複数有する制御装置を用いれば、フォースリミットと加速度リミットを併用することも可能である。

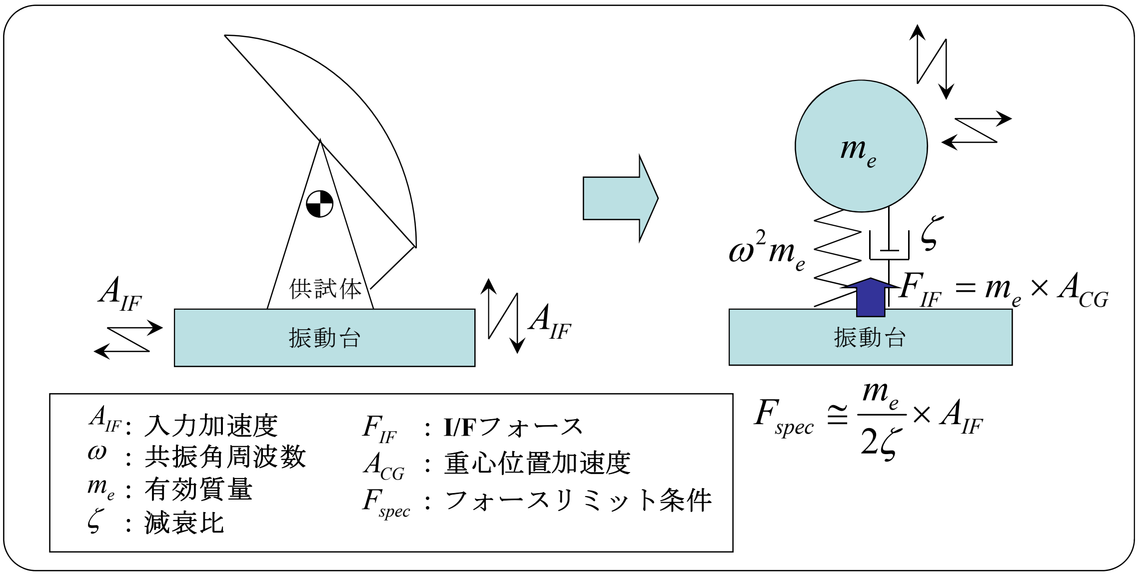


図 2.4.3-1　フォースリミット法の簡易モデル

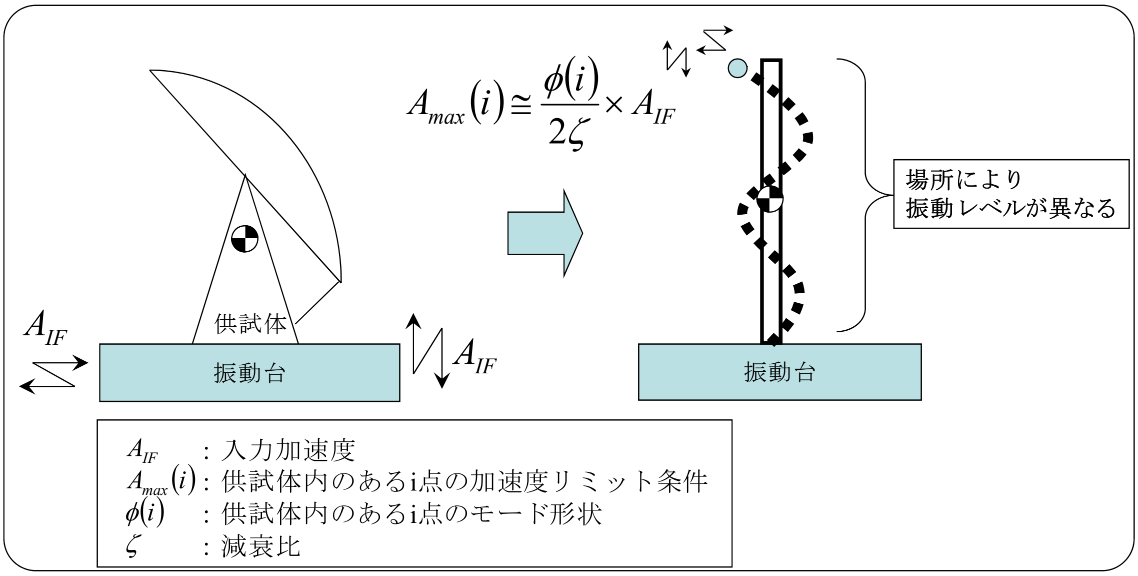


図 2.4.3-2　加速度リミット法の簡易モデル

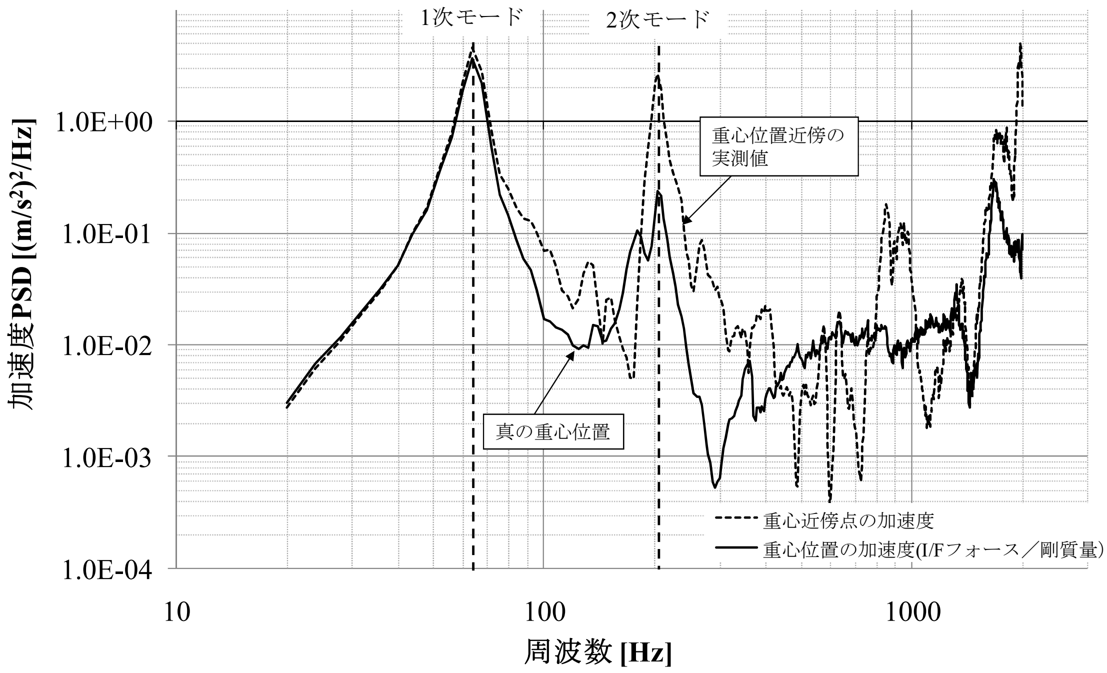


図 2.4.3-3　小型衛星の振動試験結果（重心位置の加速度応答の比較）

2.5　フォースリミット振動試験の特徴

本項では、フォースリミット振動試験の特徴について述べる。

2.5.1　フォースリミット条件と CLA の違い

フォースリミット条件は、規定された加速度スペックを元に計算される。そのため、加速度スペックが与えられないとフォースリミット条件を設定することができない。フォースリミット条件は、規定された加速度スペックをノッチングさせることのみに用いられる（図 2.5.1-1 の太実線）のであり、加速度スペックを見直すことはできない（図 2.5.1-1 の太実線から破線への変更）。

加速度スペックを見直す（図 2.5.1-1 の細実線）ためには、連成系への外部入力条件を考慮して CLA を行い、供試体の応答を求める必要がある。しかし、CLA は外部入力条件を与える必要があり、計算負荷も大きい。

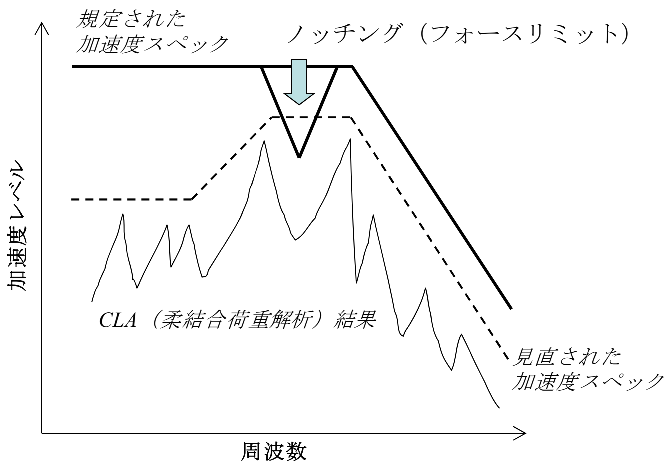


図 2.5.1-1　フォースリミット条件の特徴（模式図）

2.5.2　正弦波振動試験における有効性

正規化動質量及びその包絡値を統計的に整理しておくことで、CLA が実施されていない段階の開発フェーズでも、正弦波振動試験におけるノッチング条件を簡易的に設定することができる。正規化動質量とは、I/F フォースを I/F 部の加速度と供試体の剛質量で無次元化した値である。(次式)。

$$\frac{\underline{M}(\omega)}{M}=\frac{F_b(\omega)}{MA_b(\omega)}=1+\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{m_{ek}}{M}\frac{{r_k}^2}{(1-{r_k}^2)+j2\zeta_k r_k}\right\} \qquad (2.5.2\text{-}1)$$

ここで、$\underline{M}(\omega)$ ：供試体の動質量
M ：供試体の剛質量
$F_b(\omega)$ ：I/F フォース
$A_b(\omega)$ ：I/F 部の加速度応答
m_{ek} ：k次モードの有効質量
$r_k(=\omega/\omega_k)$ ：周波数比
ω_k ：k次モードの角周波数
j ：虚数単位
ζ_k ：k次モードの減衰比

供試体の剛質量、打上げ時の I/F フォース及び I/F 加速度から正規化動質量を計算し、統計的に整理することで、正弦波振動試験におけるノッチング条件の簡易見積もりが可能である。なお、動質量の詳細については、Appendix A を参照のこと。

2.5.3 ランダム振動試験における有効性

フォースリミット条件は、少ないパラメータ（例えば Load 系と Source 系の剛質量の比）で簡易的に計算することが出来る。従って、正弦波振動試験だけではなく、ランダム振動試験に対してもフォースリミット条件を計算することができる。ランダム振動環境が規定されるサブシステムやコンポーネント開発において、フォースリミット振動試験を適用することは、以下のような利点がある。

(1) システム STM 音響試験が実施されていない開発フェーズにおいても、衛星システム側からサブシステム・コンポーネント側へ、フォースリミット条件に基づくノッチング条件を提示することができる。サブシステム・コンポーネントの設計・開発のリスク低減に有効である。

(2) 簡易的な方法で計算されたフォースリミット条件は、厳密解ではなく設計上の上限値であるが、それでも実用上十分な大きさに実効値を低減することができる。

図 2.5.3-1 に、ランダム振動試験時に供試体に負荷された加速度レベルの実効値とノッチングレベルの関係を示す。図 2.5.3-1 の横軸はノッチングレベル（dB)、縦軸は実効値（ノッチング無しの場合で正規化した値）を表す。図 2.5.3-1 から、例えば 8dB 程度のノッチングで、供試体に負荷される加速度レベルの実効値は約半分（0.5 倍）となることが分かる。

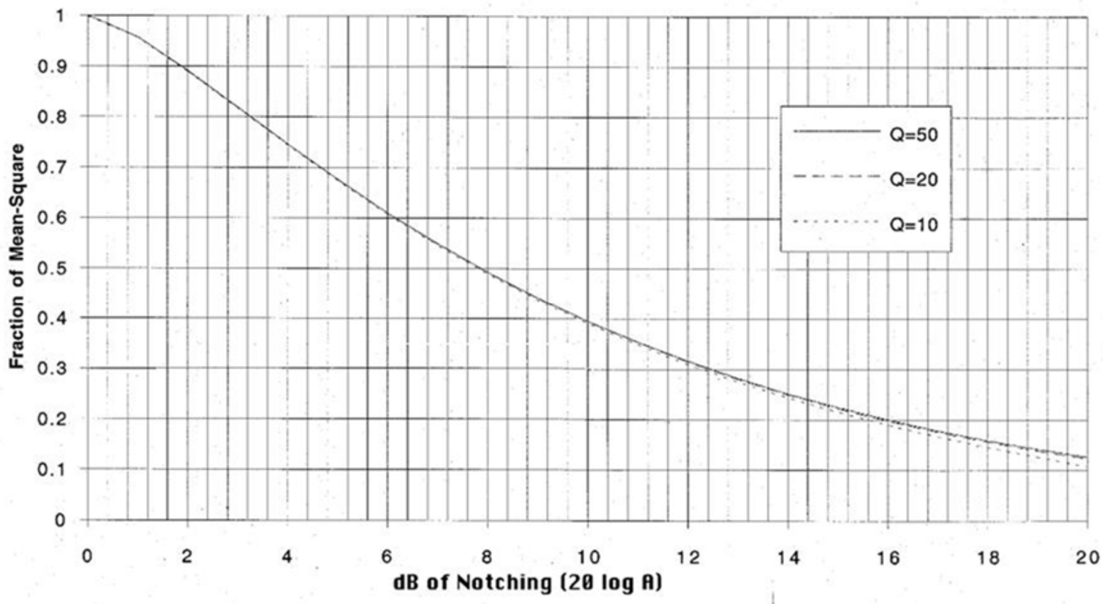


図 2.5.3-1　ランダム振動試験における加速度スペックの実効値と
ノッチングによる加速度レベル実効値の減少量の関係[2-3]

2.6　参考文献

[2-1] Tom Irvine, “Shock and Vibration Response Spectra Course Unit 5. :Non stationary Random Vibration”

[2-2] NASA-HDBK-7005　Dynamic Environmental Criteria　NASA Technical Handbook

[2-3] K. Y. Chang, “Structural Response Loads in Force-Limited Vibration Testing”, Journal of the IEST 2002 p129-p135.

3. フォースリミット条件の計算方法

本項では、被搭載側（Source 系）から要求される加速度スペックをもとに搭載側（Load 系）のフォースリミット条件を計算する方法を示す。表 3-1 にフォースリミット条件を計算する各手法の特徴を示す。これらの手法に共通な特徴は、連成系に負荷される外部入力条件を用いずにフォースリミット条件を計算するという点である。

なお、ロケットと衛星間で実施される CLA により、フライト時のインタフェース（以下、I/F）フォースの最大値が計算されている場合は、その結果に基づきフォースリミット条件を設定することができる（Appendix F に計算例を示す）。

表 3-1　フォースリミット条件の計算方法の比較

リミット値の計算方法		各手法の特徴
詳細計算法（CB 法） （3.1 項）		・詳細な数学モデル（構造数学モデルや多自由度モードモデル）が必要 ・簡易計算法よりも精度が高いが、数学モデルの精度に依存
簡易計算法 （3.2 項）	複雑 2 自由度法 (3.2.1.1 項)	・有効質量及び剰余質量を用いて計算 ・注目する 2 自由度の質量比の精度に依存
	単純 2 自由度法 (3.2.1.2 項)	・Load 系モデルと Source 系モデルの質量比（後述）を用いて計算 ・注目する 2 自由度の質量比の精度に依存
	半経験式法 (3.2.2 項)	・数学モデルは不要だが、経験に依存
簡易試験結果による計算 （3.3 項）		・実供試体を用いた計算に必要なパラメータの実測が必要 ・構造数学モデルの精度に依存しない（精度が高い）
準静的荷重による計算 （3.4 項）		・準静的荷重条件を用いて計算 ・リミット対象は有効質量が最大の単一モードのみ
I/F 加速度実効値から重心相当加速度実効値への換算係数による計算 （3.5 項）		・加速度スペックの実効値から、重心相当加速度実効値への換算係数を用いて計算

3.1 詳細計算法

詳細計算法は、Load 系及び Source 系の構造数学モデルを用いて I/F 部の最大動質量（I/F 部のフォース包絡と加速度包絡の比）を求め、その最大値からリミット条件を求める方法である。

本項では、フォースリミット条件の詳細計算法の 1 つの方法として CB 法（Craig-Bampton 法）により作成した多自由度モードモデルを用いる方法を示す。

この方法は、CB 法で作成した Source 系と Load 系それぞれの多自由度モードモデルを連成させたモデルを用いて、規定された加速度スペックを元に打上げ時の最大予測フォースを計算する。外部入力条件（Source 系をロケット、Load 系を衛星システムとすると、ロケットの推力条件や風荷重条件など）は計算に用いないことから、この方法は打ち上げ時の I/F フォースを計算する CLA とは異なる方法であることに留意されたい。

CB 法の概要を図 3.1-1 に示す。まず、Source 系と Load 系の構造体の構造数学モデル（有限要素モデル）を縮小化し、それぞれの系の多自由度モードモデルを作成する（I/F 部の応答（剛体）＋ 複数のばね・質点モデル（モーダル応答））。この Source 系と Load 系のモードモデルを結合した連成モデルに対して I/F 部の加速度スペックを与えて連成系の応答を計算することで、I/F フォースを計算する。CB 法の詳細については Appendix B を参照のこと。

この方法の特徴を以下に示す。

(1) Source 系と Load 系の出し合う情報が、I/F 部における縮小後の特性行列情報（モードパラメータ）のみで済む。設計情報を含んだ全機の有限要素モデルを、お互いに共有する必要がない。

(2) 自由度の多い有限要素モデル（数万～数百万個の自由度）の規模を極めて小さくすることが出来る。CB モデルの自由度は、結合点数×6（剛体運動 6 自由度）に解析周波数範囲内にある弾性振動モード数を加えたものである。例えば、100Hz までの解析周波数範囲において、30 個の振動モードがあり、結合点が 2 点である場合、CB モデルの自由度は 30+6×2＝42 であり、縮退されたマトリクスのサイズは 42×42 となる。

(3) 解析の精度は、縮小した多自由度ばね・質点モデルの精度に依存する。計算結果に安全係数を乗じるなど、モデルの精度・不確定性を考慮する必要がある。この安全係数は、設計基準書等で別途規定される値である。

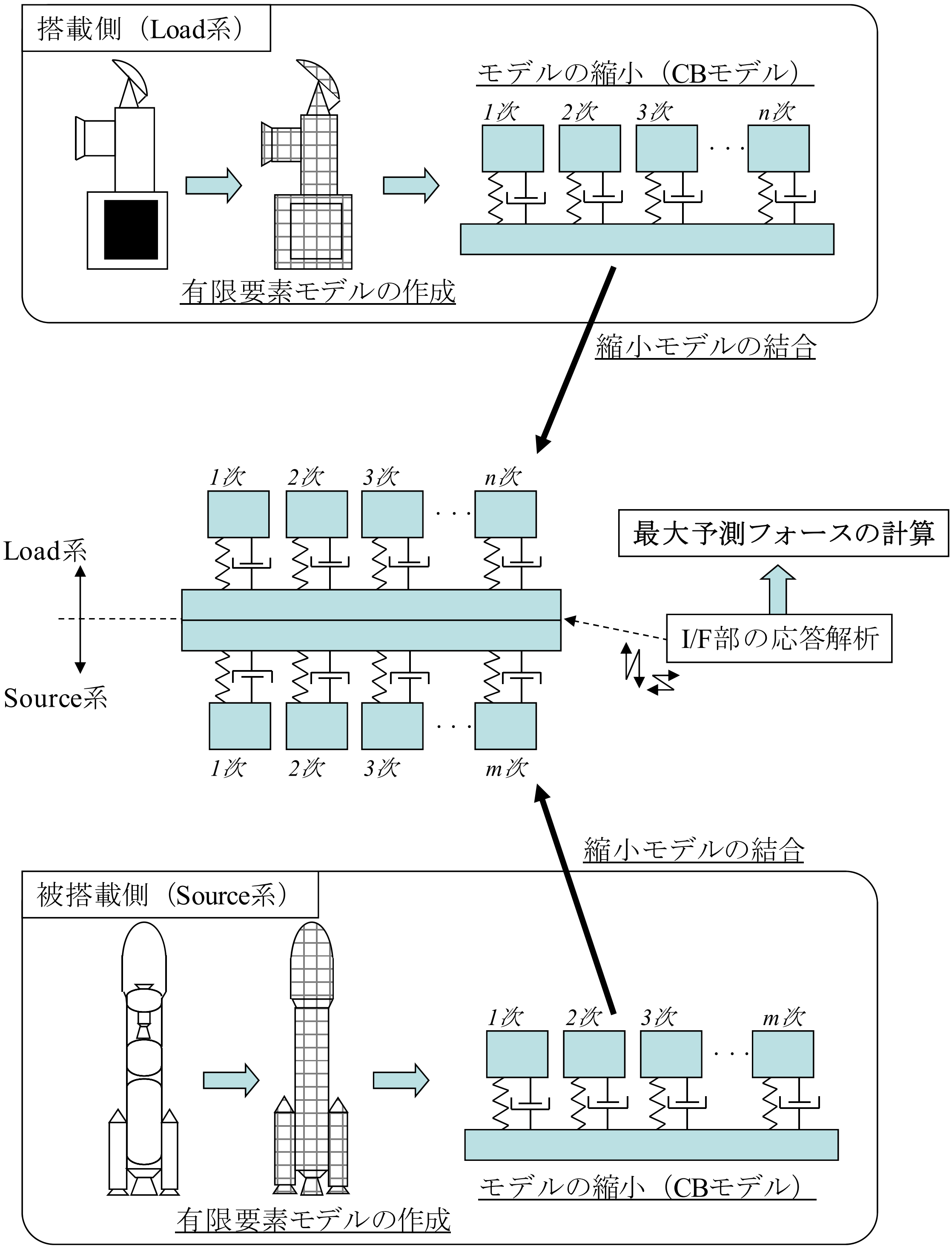


図 3.1-1　多自由度柔結合解析（CB 法）の概要

3.2　簡易計算法

本項では、フォースリミット条件を簡易的に計算する幾つかの方法及び各方法を適用する場合の注意点を示す。表 3.2-1 に、リミット条件の簡易計算に必要なパラメータを示す。

導出可能なパラメータによって、方法を選択することができる。なお、表中の記号は以下である。

m_{eL}	：Load 系のリミット対象とするモードの有効質量
m_{eS}	：Source 系の（Load 系と）連成すると考えられるモードの有効質量
m_{rL}	：Load 系のリミット対象とするモードの剰余質量
m_{rS}	：Source 系の（Load 系と）連成すると考えられるモードの剰余質量
m_{STDFS_L}	：単純 2 自由度法で用いる Load 系モデルの質量※1
m_{STDFS_S}	：単純 2 自由度法で用いる Source 系モデルの質量※1
M_L	：Load 系剛質量
Q_L	：Load 系 Q 値
Q_S	：Source 系 Q 値
C	：経験定数（詳細は 3.2.2 項を参照）
A_{SPEC}	：加速度スペック

表 3.2-1　フォースリミット条件の簡易計算に必要なパラメータ

パラメータ	$\frac{m_{rL}}{m_{rS}}$	$\frac{m_{eL}}{m_{rL}}$	$\frac{m_{eS}}{m_{rS}}$	m_{rL}	m_{STDFS_L}	m_{STDFS_S}	M_L	Q_L	Q_S	C	A_{SPEC}
複雑 2 自由度法	○	○	○	○※2				○	○		○
単純 2 自由度法					○	○	○※2	○			○
半経験式法							○※2			○	○

※1　単純 2 自由度法で用いるモデルの質量については 3.2.1.2 項で述べる。

※2　正規化リミット条件からフォースリミット条件を求める際に必要となるパラメータである。詳細は 3.2.1.1 項、3.2.1.2 項及び 3.2.2 項を参照のこと。

3.2.1 簡易数学モデルによる計算

簡易計算法は、リミット対象となる Load 系の振動モードと、その振動モード周波数に近い Source 系の振動モードの連成を 2 自由度モデルで表現し、I/F 部の動質量を簡易的に見積もることでフォースリミット条件を計算する方法である。

適切なフォースリミット条件を設定するためには、2 自由度モデルの各質量の値を適切に与える必要がある。図 3.2.1-1 に、簡易数学モデルによるフォースリミット条件の計算の概要を示す。

これらの方法は大きな有効質量を持つ低次の主要振動モード周波数におけるフォースリミット条件を計算する場合に適する方法である。また簡易計算法で用いる 2 自由度モデルの質量の設定指針を、複雑 2 自由度法及び単純 2 自由度法の場合について、それぞれ 3.2.1.1 項及び 3.2.1.2 項に示す。

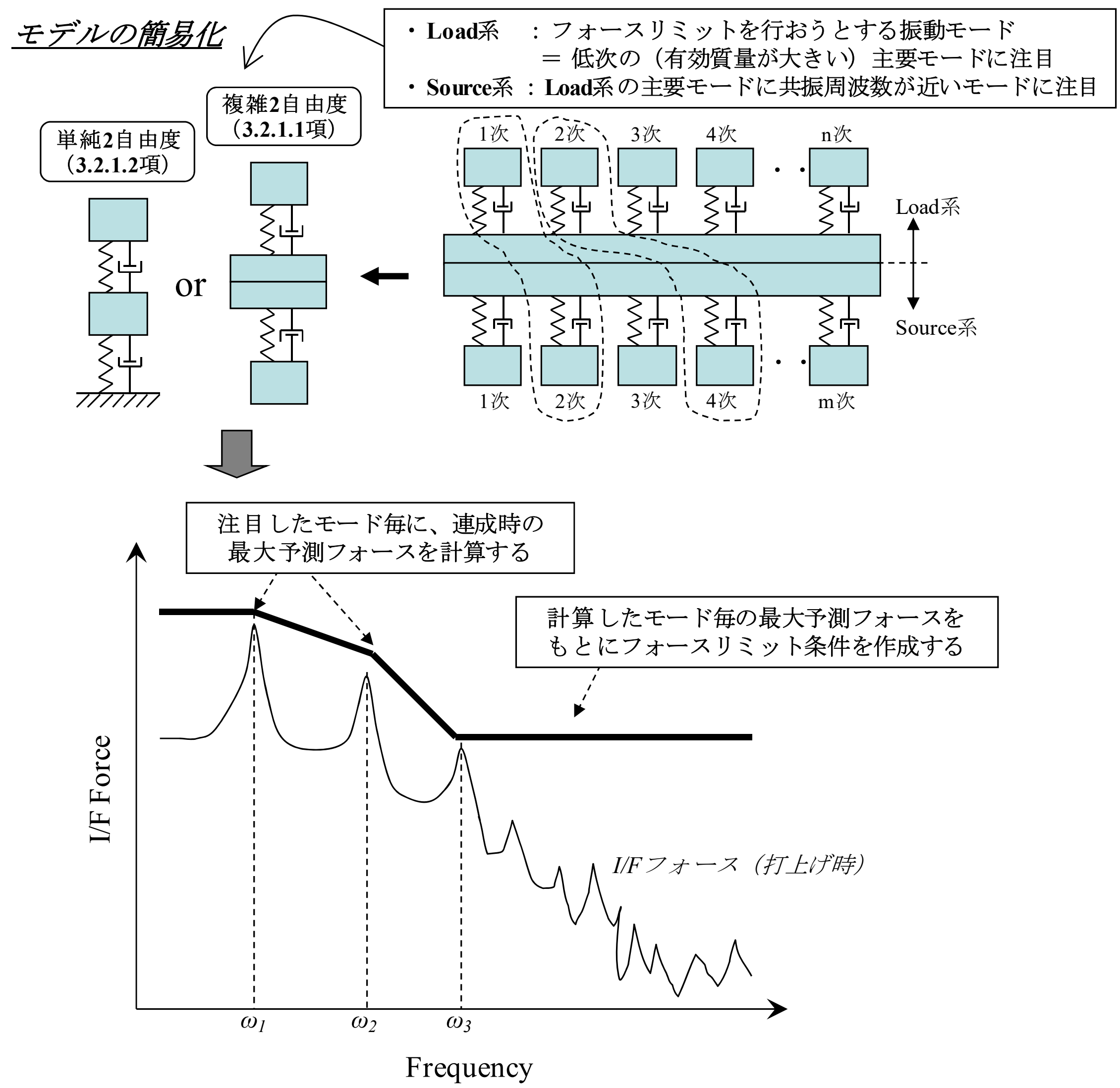


図 3.2.1-1 簡易数学モデルによる計算 概要

3.2.1.1　複雑 2 自由度法

本項の方法は、図 3.2.1.1-1 に示す複雑 2 自由度モデルを用いて、最大予測フォースを簡易的に見積もる方法である。複雑 2 自由度法の詳細を Appendix C に示す。

複雑 2 自由度法では、モデルの質量として Source 系及び Load 系の有効質量及び剰余質量を与える。従って、フォースリミットを行おうとする周波数（通常は Load 系の共振周波数であることが多い）における以下の情報が必要となる。各種質量（有効質量、剰余質量）に関する説明は Appendix A を参照のこと。

① Load 系、Source 系の有効質量（m_{eL}、m_{eS}）及び剰余質量（m_{rL}、m_{rS}）の比：

$$\mu = \frac{m_{rL}}{m_{rS}} \quad 、a_L = \frac{m_{eL}}{m_{rL}} \quad 、a_S = \frac{m_{eS}}{m_{rS}}$$

② Load 系及び Source 系の Q 値（Q_L、Q_S）

複雑 2 自由度法により正規化フォースリミット条件を計算した結果を表 3.2.1.1-1 に示す。正規化フォースリミット条件とは、フォースリミット条件を加速度スペックと質量（Load 系の剰余質量）で除して正規化した値である。

$$F_{norm} = \frac{F_{spec}}{m_{rL}A_{spec}} \tag{3.2.1.1-1}$$

ここで、F_{norm}　：正規化フォースリミット条件 [-]

F_{spec}　：フォースリミット条件 [N]

m_{rL}　：Load 系の剰余質量 [kg]

A_{spec}　：加速度スペック [m/s^2]

なお、ランダム振動試験の場合は以下となる。

$$F_{norm}^2 = \frac{F_{PSDspec}}{m_{rL}^2 A_{PSDspec}} \tag{3.2.1.1-2}$$

ここで、F_{norm}^2　：正規化フォースリミット条件の二乗値 [-]

$F_{PSDspec}$　：フォースリミット条件 [N^2/Hz]

$A_{PSDspec}$　：加速度スペック PSD [(m/s^2)^2/Hz]

式(3.2.1.1-1)及び式(3.2.1.1-2)に示すとおり、表 3.2.1.1-1 から読み取った正規化フォースリミット条件に Load 系の剰余質量と加速度スペックを乗じることで、フォースリミット条件が得られる。

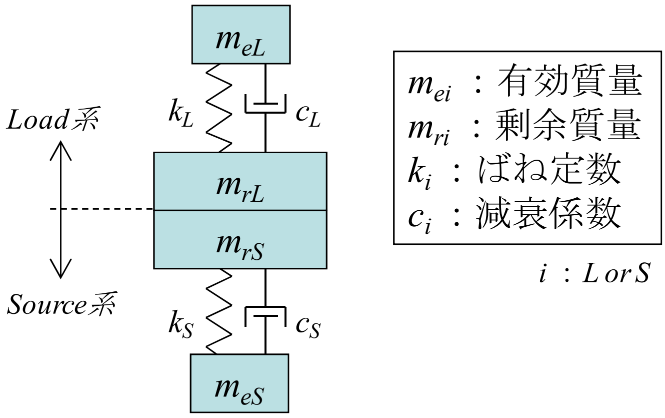


図 3.2.1.1-1　複雑 2 自由度モデル

Appendix C の C.1 項に示すとおり、本項の方法はリミット対象となる振動モードを 2 つの質量（有効質量及び剰余質量）でモデル化している。また、Load 系と Source 系の共振周波数比 Ω を 0.707～1.414（±1/2 オクターブ）の範囲の中で変化させ、最大の正規化フォースリミット条件を計算する手順となっている。そのため、フォースリミット条件が打上げ時よりも大きく計算され、アンダーテスティングとなる可能性を回避できる。

以下の手順によって求めたフォースリミット条件は、打上げ時よりも大きくなる。実施例を Appendix F に示す。

(1) I/F 部を固定した構造数学モデルを用いて Load 系及び Source 系の各モードの有効質量を求める。固有値解析時の構造数学モデルの境界条件は Load 系と Source 系の I/F 部のみを 6 自由度固定とすること。
(2) Appendix A の式（A1.4-1）を用いて Load 系及び Source 系の各モードの剰余質量を求める。
(3) Load 系のリミット対象モードの有効質量と剰余質量を選択する。
(4) Load 系のリミット対象モードの共振周波数に最も近く、有効質量が大きい Source 系の振動モードの有効質量と剰余質量を選択する。
(5) 選択された Load 系及び Source 系の有効質量及び剰余質量を用いてフォースリミット条件を計算する。

表 3.2.1.1-2 に、図 3.2.1.1-2 に示す 8 自由度モデルに対して、本項に示す方法によるフォースリミット条件の計算結果を検証した例を示す。この例では過負荷を 12.5dB 低減できていることが分かる。

表 3.2.1.1-1　正規化フォースリミット条件（二乗値）の計算例

Q_S=Q_L=10		μ(=m_{rL}/m_{rS})								
a_S (=m_{eS}/m_{rS})	a_L (=m_{eL}/m_{rL})	0.001	0.003	0.01	0.03	0.1	0.3	1	3	10
4	10	1290	1284	1270	1265	1387	1525	1687	1776	1845
	8	827	824	817	811	865	963	982	1018	1117
	6	466	465	462	459	478	534	558	545	550
	4	208	207	207	206	211	240	236	233	223
	2	52	52	52	53	54	59	67	64	62
	1	13	13	13	14	14	15	21	22	20
	0.5	3	3	4	4	4	4	6	9	9
2	10	2199	2053	1769	1532	1409	1402	1438	1760	1800
	8	1420	1342	1176	1014	916	852	974	1009	1114
	6	807	773	693	600	564	518	504	504	550
	4	363	352	326	288	262	234	225	238	214
	2	92	91	88	82	76	79	63	60	63
	1	24	23	23	23	23	25	22	21	21
	0.5	6	6	6	6	7	8	10	9	9
1	10	7475	4972	3031	1815	1313	1269	1427	1753	1778
	8	5073	3535	2139	1347	905	787	857	1006	1112
	6	3043	2249	1364	910	591	494	513	504	549
	4	1453	1159	719	486	296	235	218	219	215
	2	396	351	253	170	105	75	61	64	60
	1	106	101	85	59	44	32	23	23	20
	0.5	29	29	27	22	18	13	10	9	10
0.5	10	7300	5480	3314	1953	1318	1311	1423	1749	1767
	8	4899	3780	2377	1406	901	827	839	1005	1112
	6	2906	2314	1539	927	567	474	471	504	549
	4	1375	1147	819	518	308	232	227	210	215
	2	375	337	263	189	117	82	69	62	59
	1	102	96	83	65	47	35	25	21	20
	0.5	28	28	26	22	19	15	11	11	10
0.1	10	9714	8204	4709	2488	1340	1193	1422	1747	1759
	8	6316	5550	3487	1960	973	780	841	1004	1111
	6	3607	3299	2306	1446	673	455	443	505	549
	4	1627	1548	1225	755	361	229	206	204	216
	2	413	409	372	271	173	95	63	58	58
	1	105	106	104	91	58	41	28	23	21
	0.5	28	28	29	28	23	17	14	10	9
0.05	10	8791	8283	5989	2799	1381	1171	1422	1747	1757
	8	5688	5395	4473	2255	1014	763	841	1004	1111
	6	3243	3101	2857	1352	701	442	443	505	549
	4	1468	1419	1323	869	381	235	203	205	216
	2	380	373	356	332	162	89	64	58	57
	1	101	100	97	93	74	45	27	23	21
	0.5	28	28	28	27	26	19	14	10	9
0.01	10	9940	9172	6649	3099	1416	1154	1422	1746	1757
	8	6397	6048	4294	2077	1051	750	842	1004	1111
	6	3617	3492	2746	1593	662	445	444	505	549
	4	1617	1587	1394	1051	413	241	201	205	216
	2	408	405	389	311	181	89	65	57	57
	1	104	104	102	95	78	42	26	23	21
	0.5	27	27	27	26	23	23	14	10	9
0.005	10	10052	9402	6526	3131	1421	1152	1422	1746	1756
	8	6458	6179	4381	2114	1055	748	842	1004	1111
	6	3646	3553	2842	1627	657	446	444	505	549
	4	1625	1608	1435	1070	417	241	201	205	216
	2	409	409	396	321	184	89	65	57	57
	1	104	104	103	97	77	41	26	23	21
	0.5	27	27	27	27	23	23	14	11	9

※　本表で示す数値は正規化フォースリミット条件の二乗値（PSD 値の計算結果）である

正弦波振動試験に適用する場合は表中の数値の平方根を用いること

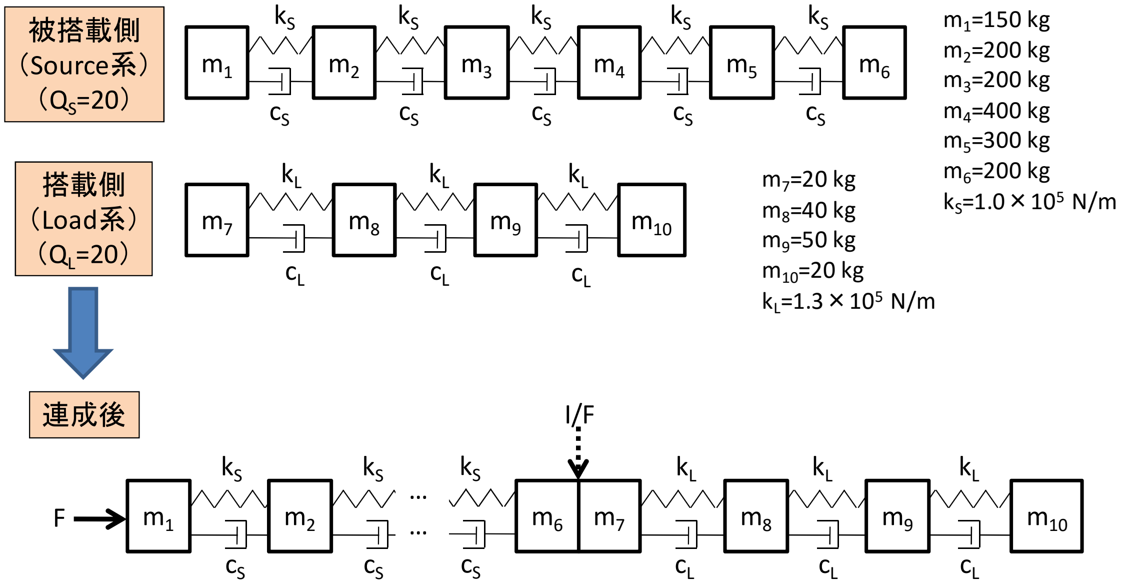


図 3.2.1.1-2　8 自由度モデル（Source 系 5 自由度＋Load 系 3 自由度）

表 3.2.1.1-2　8 自由度モデルの計算結果

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">被搭載側
（Source 系）</td><td rowspan="2">搭載側
（Load 系）</td><td colspan="2">（フォースリミット条件）／（加速度スペック）※2
[N/(m/s²)]</td></tr>
<tr><td>CB 法※3
（＝厳密解）</td><td>複雑
2 自由度法</td></tr>
<tr><td>剛質量
M [kg]</td><td>1450</td><td>130</td><td rowspan="4">177.8

リミット無しの場合
からの低減量
-21.1dB</td><td rowspan="4">480.7

リミット無しの場合
からの低減量
-12.5dB</td></tr>
<tr><td>共振周波数※1
f_n [Hz]</td><td>1.0
2.6
<u>4.4</u>
5.2
6.6</td><td><u>4.4</u>
12.8
16.6</td></tr>
<tr><td>有効質量
m_e [kg]</td><td>1111.4
99.4
<u>34.6</u>
4.5
0.026</td><td><u>102.7</u>
6.7
0.67</td></tr>
<tr><td>連成後
共振周波数
f_c [Hz]</td><td colspan="2">1.7
2.9
4.4
5.1
6.0
6.6
13.1
16.7</td></tr>
</table>

※1　連成前：I/F 剛固定

※2　ここでは一般化のためフォースリミット条件を加速度スペックで除した値で示す

※3　本計算例は CB モデルに全モードを取り込んでいるので厳密解と等しい（Appendix B.5 参照）

3.2.1.2　単純 2 自由度法

単純 2 自由度法は、図 3.2.1.2-1 に示すモデルで最大予測フォースを簡易的に見積もる方法である。単純 2 自由度法の詳細については Appendix C の C.2 項を参照のこと。

本項の方法によりフォースリミット条件を計算するためには、リミット対象周波数における以下の情報が必要となる。

① Load 系の剛質量（M_L）

② Load 系モデルの質量（m_{STDFS_L}）と Source 系モデルの質量（m_{STDFS_S}）との比$\mu = m_{STDFS_L}/m_{STDFS_S}$

③ Load 系の Q 値（Q_L）

（本項の方法では、Source 系の Q 値は計算結果に影響しない）

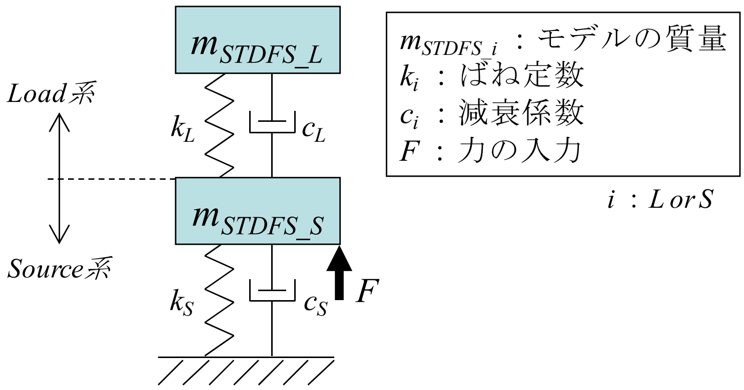


図 3.2.1.2-1　単純 2 自由度モデル

計算例を図 3.2.1.2-2 に示す。図 3.2.1.2-2 の縦軸は正規化フォースリミット条件、横軸は Load 系モデルと Source 系モデルの質量比 μ である。正規化フォースリミット条件とは、フォースリミット条件を加速度スペックと質量 Load 系の剛質量で除した値である（式 (3.2.1.2-1)）。

また図 3.2.1.2-2 から、μ が大きいほど、即ち、Source 系モデルの質量に対して、Load 系モデルの質量が大きくなるほど、正規化フォースリミット条件が小さくなる傾向があることがわかる。また、質量比 μ が 0.1 以上の場合、正規化フォースリミット条件は Load 系の Q 値に依らないことがわかる。

$$F_{norm} = \frac{F_{spec}}{M_L A_{spec}} \qquad (3.2.1.2\text{-}1)$$

ここで、F_{norm}　：正規化フォースリミット条件 [-]

F_{spec}　：フォースリミット条件 [N]

M_L　：Load 系の剛質量 [kg]

A_{spec}　：加速度スペック [m/s^2]

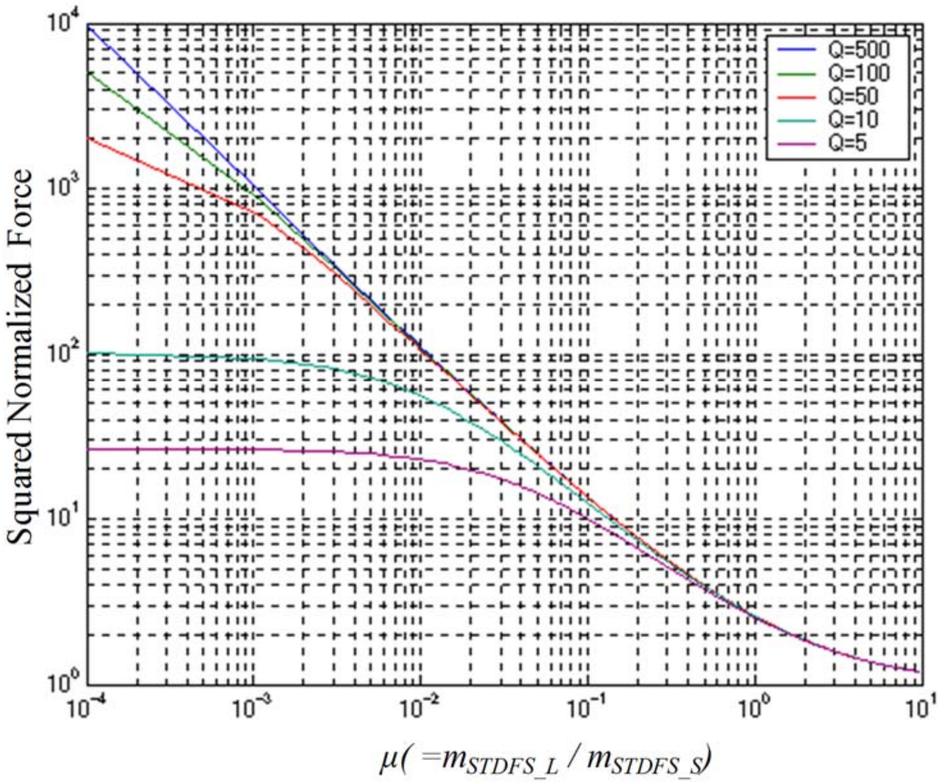
なお、ランダム振動試験の場合は以下となる。

$$F_{norm}^2 = \frac{F_{PSDspec}}{M_L^2 A_{PSDspec}} \qquad (3.2.1.2\text{-}2)$$

ここで、F_{norm}^2　：正規化フォースリミット条件の二乗値 [-]

$F_{PSDspec}$　：フォースリミット条件 [N^2/Hz]

$A_{PSDspec}$　：加速度スペック PSD [$(m/s^2)^2$/Hz]



※　本図の数値は正規化フォースリミット条件の二乗値（PSD 値の計算結果）である

正弦波振動試験に適用する場合は表中の数値の平方根を用いること

図 3.2.1.2-2　単純 2 自由度法による正規化フォースリミット条件の二乗値と質量比・Q 値の関係

式（3.2.1.2-1）及び式（3.2.1.2-2）に示すとおり、単純 2 自由度法により求めた正規化フォースリミット条件に対して、Load 系の剛質量と加速度スペックを乗じることで、フォースリミット条件を得ることができる。

一般的に、Load 系については有効質量が大きい低次モードがリミット対象となるが、Source 系については、リミット対象周波数が高次モードとなる場合が多い。特に、Source 系モデルの質量を小さく見積もり過ぎると、フォースリミット条件が打上げ時よりも小さくなりアンダーテスティングとなる場合があるので、リミット対象となる Source 系モデルの質量を高い値に設定すべきである。

以下に、単純 2 自由度モデルを用いる場合の Source 系及び Load 系モデルの質量の設定指針を示す。

(1) Source 系モデルの質量設定指針

構造数学モデルがある場合は、リミット対象周波数から-1/2 オクターブの範囲におけるモードの有効質量＋剰余質量と漸近動質量（Appendix A.1.5 項参照）を比較し、最も大きい値をモデルの質量として設定する。固有値解析時の境界条件は、I/F 部のみを 6 自由度固定とすること。（計算例を Appendix F に示す）

構造数学モデルがない場合は、リミット対象周波数に依らず剛質量の値を設定するのが最も安全側となるが、リミットを行わない試験と比較して過負荷の低減量が小さく、過剰に安全となる。その場合は以下①または②項の指針により設定する。

① リミット対象周波数から 1/2 オクターブ下の周波数における漸近動質量（Appendix A.1.5 項参照）の値を設定する。

② 支持構造の剛質量を使用する。

Load 系が搭載される支持構造からの振動伝達パスが、Load 系が搭載される構造体の全機振動モードよりも支配的である場合は、支持構造のみを Source 系と考え、支持構造のみの剛質量を用いることができる。

例えば、音響加振されるコンポーネントを Load 系とする場合、Load 系の支配的な振動伝達パスはコンポーネントが搭載される構体パネルである。この場合は、Source 系モデルの質量として、構体パネルと構体パネルに搭載される Load 系以外の全てのコンポーネントの剛質量の和を設定するときに最も安全側となる。

(2) Load 系モデルの質量設定指針

構造数学モデルがある場合は、Load 系においては、Source 系とは逆に 1 自由度モデルの質量を小さく見積もるほど安全側（打上げ時よりも大きなリミット条件）となる。従って、Load 系モデルの質量として、リミット対象モードの有効質量を設定することでアンダーテスティングとなる可能性を回避できる。固有値解析時の境界条件は、I/F 部のみを 6 自由度固定とすること。

構造数学モデルがない場合には、簡易的に剛質量を用いて、事前にリミット条件を見積もることができる。ただしこの場合は、フォースリミット振動試験前に Load 系の低レベル加振を実施し、リミット対象モードの有効質量を見積もり、リミット条件を見直す必要がある。低レベル加振による有効質量の見積もり例を Appendix F の F.2 項に示す。

表 3.2.1.2-1 に、図 3.2.1.2-3 に示す 8 自由度モデルに対して、本項に示す方法によるフォースリミット条件の計算結果を検証した例を示す。この例では過負荷を 17.4dB 低減できていることが分かる。実際の試験への適用例を Appendix F に示す。

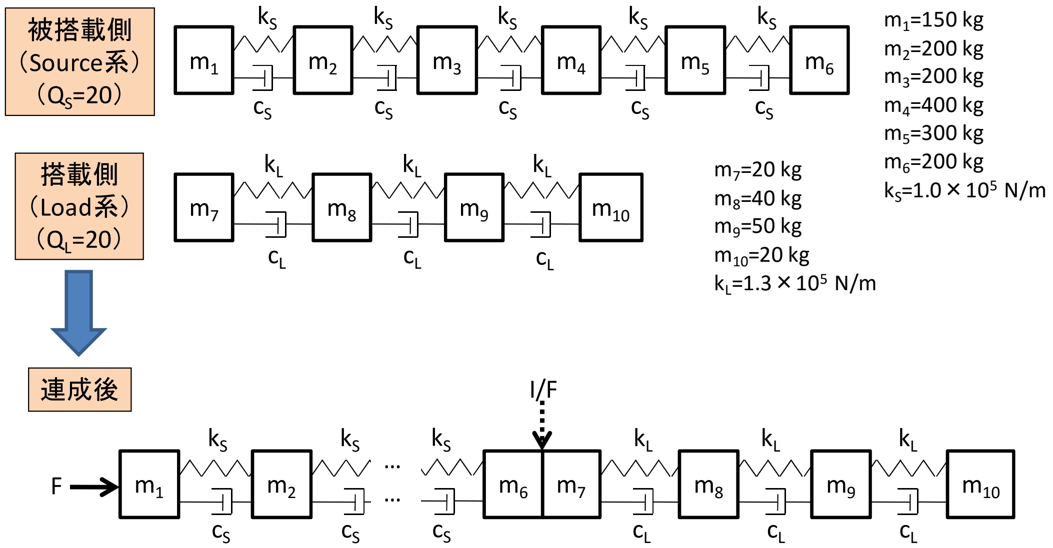


図 3.2.1.2-3　8 自由度モデル（Source 系 5 自由度＋Load 系 3 自由度）

表 3.2.1.2-1　8 自由度モデルの計算結果

	被搭載側（Source 系）	搭載側（Load 系）	（フォースリミット条件）／（加速度スペック）※2 [N/(m/s²)]		
			詳細計算法	単純 2 自由度法	
			CB 法※3 （＝厳密解）	Source 系のマス ↓ 有効＋剰余質量 (239.2kg)	Source 系のマス ↓ 剛質量 (1450kg)
剛質量 M [kg]	1450	130	177.8 リミット無しの場合 からの低減量 -21.1dB	273.2 リミット無しの場合 からの低減量 -17.4dB	**548.8** リミット無しの場合 からの低減量 -11.3dB
共振周波数※1 f_n [Hz]	1.0 2.6 **4.4** 5.2 6.6	**4.4** 12.8 16.6			
有効質量 m_e [kg]	1111.4 99.4 **34.6** 4.5 0.026	**102.7** 6.7 0.67			
連成後 共振周波数 f_c [Hz]	1.7 2.9 4.4 5.1 6.0 6.6 13.1 16.7				

※1　連成前：I/F 剛固定

※2　ここでは一般化のためフォースリミット条件を加速度スペックで除した値で示す

※3　本計算例は CB モデルに全モードを取り込んでいるので厳密解と等しい（Appendix B.5 参照）

3.2.2 半経験式法

半経験式法は、搭載側の剛質量と経験定数のみで、フォースリミット条件を見積もる方法である（式(3.2.2-1)）。

$$F_{spec} = \begin{cases} C M_L A_{spec} & \cdots f \le f_{L1} \\ C M_L \left(\dfrac{f_{1L}}{f}\right) A_{spec} & \cdots f > f_{L1} \end{cases} \tag{3.2.2-1}$$

ここで、F_{spec} ：フォースリミット条件 [N]
C ：経験定数 [-]
M_L ：Load 系の剛質量 [kg]
A_{spec} ：加速度スペック [m/s^2]
f ：フォースリミット条件を求める周波数 [Hz]
f_{L1} ：Load 系の 1 次共振周波数

なお、ランダム振動試験の場合は以下となる。

$$F_{PSDspec} = \begin{cases} C^2 M_L^2 A_{PSDspec} & \cdots f \le f_{L1} \\ C^2 M_L^2 \left(\dfrac{f_{1L}}{f}\right)^2 A_{PSDspec} & \cdots f > f_{L1} \end{cases} \tag{3.2.2-2}$$

ここで、$F_{PSDspec}$ ：フォースリミット条件 [N^2/Hz]
$A_{PSDspec}$ ：加速度スペック PSD [(m/s^2)^2/Hz]

本項の方法では、漸近動質量に定数 C を乗じて供試体の動質量を包絡させることでフォースリミット条件を計算する。図 3.2.2-1 に、この半経験式法の概要を示す。漸近動質量の詳細については、Appendix A を参照のこと。経験定数 C は Load 系と Source 系の構造特性により変わる値である。Load 系の質量が Source 系より大きいほど C は小さくなる傾向を持つが、一般的な値を定義することは困難である。

本手法は、Load 系の剛質量と共振周波数のみで、簡易的にフォースリミット条件を見積ることができるという利点がある。

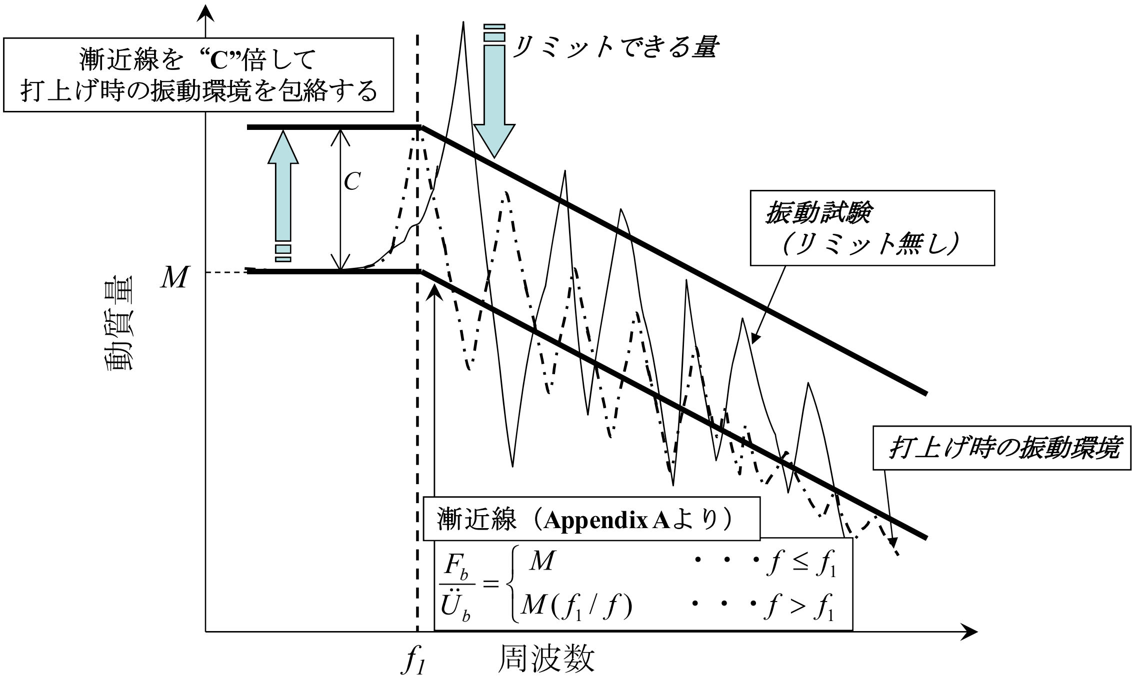


図 3.2.2-1　半経験式法の概要

3.3 簡易試験による計算

本項では、簡易試験により求めた Load 系と Source 系それぞれの I/F 部を剛に固定した時の I/F 部における動質量をもとにフォースリミット条件を計算する方法を示す。図 3.3-1 に本方法の概要を示す。また、本方法の詳細を、Appendix D に示す。

本項の方法によるフォースリミット条件の計算手順は以下のとおりである。

(1) Source 系と Load 系の実構造体を準備する。それぞれの構造体の I/F 部の複数点をインパクトハンマや小型加振機を用いた簡易試験により加振して、I/F 部の加速度と加振力の伝達関数を実測する。

(2) 計測した伝達関数を計算上で結合して、I/F 部を剛に固定した時の I/F 部における動質量（$\underline{M}$）を算出する。この計算方法については詳細を Appendix D に示す。

(3) I/F 部剛固定時の I/F 部における動質量（$\underline{M}$）は、フォースリミット振動試験と同様のコンフィギュレーションで振動試験を行うことで実測することもできる。即ち、低レベル加振等を行った時の、制御加速度（A_{IF}）と I/F フォース（F_{IF}）の比が動質量となる（$\underline{M} = F_{IF}/A_{IF}$）。
この方法は、特にフォースリミット振動試験を行う Load 系の動質量を実測する際に有効である

(4) 前(2)項または前(3)項で求めた Source 系と Load 系それぞれの I/F 部における動質量を次式に代入して、最大予測フォースを計算する。

$$F_{spec} = \frac{\left(\dfrac{\underline{M_L}\cdot\underline{M_S}}{\underline{M_L}+\underline{M_S}}\right)_{envelope}}{\left(\dfrac{\underline{M_S}}{\underline{M_L}+\underline{M_S}}\right)_{envelope}} \times A_{spec} \tag{3.3-1}$$

ここで、F_{spec} ：フォースリミット条件 [N]
$\underline{M_L}$ ：Load 系の I/F 部を剛固定した時の動質量 [kg]
$\underline{M_S}$ ：Source 系の I/F 部を剛固定した時の動質量 [kg]
A_{spec} ：加速度スペック [m/s^2]
$(\cdots)_{envelope}$ ：括弧内の計算結果のピーク値を包絡する値の意

なお、ランダム振動試験の場合は式(3.3-2)となる。

$$F_{PSDspec}=\left\{\frac{\left(\dfrac{\underline{M_L}\cdot\underline{M_S}}{\underline{M_L}+\underline{M_S}}\right)_{envelope}}{\left(\dfrac{\underline{M_S}}{\underline{M_L}+\underline{M_S}}\right)_{envelope}}\right\}^2\times A_{PSDspec} \qquad (3.3\text{-}2)$$

ここで、$F_{PSDspec}$　　：フォースリミット条件 [N^2/Hz]
　　　　$A_{PSDspec}$　　：加速度スペック [$(m/s^2)^2$/Hz]

本方法の主な特徴と注意点を以下に示す。

(1) 動質量（$\underline{M}$）を算出するために実測した伝達関数が有する計測誤差以外に誤差は計算結果に混入しない。従って、構造体の解析モデル化に伴う不確かさを有する 3.2 項の手法と比較して精度が高い。

(2) 伝達関数を実測する時は、打上げ時コンフィギュレーションと近い状態で計測することが望ましい。即ち、Source 系と Load 系の I/F 部は自由端とし、I/F 部以外の境界条件は打上げ時と同等になるようにすることが望ましい。

(3) 式（3.3-1）中の各パラメータは、全てフォースリミットを行う軸と同一方向の値を用いる。従って、I/F 部の伝達関数は、フォースリミットを行う軸と同一方向に加振して計測する必要がある。

(4) ハンマリング試験等で I/F 部の伝達関数を実測する場合、複数の伝達関数を合成して得られる動質量は、加振した全ての点を剛に固定した場合の I/F 部の動質量となる。
   ① Source 系と Load 系が複数の点で結合されている場合は、全ての結合点を加振して伝達関数を計測する。
   ② Source 系と Load 系が面で結合されている場合は、結合面内の複数点を加振する。この時、全ての加振点を固定した時の供試体の境界条件が、結合面を固定した場合と同様の境界条件となるように、必要十分な数の加振点をバランス良く配置（構造体に対して対称となる位置）して伝達関数を計測する必要がある。
   ③ 結合面に対して面内方向の伝達関数を計測する場合は、計測点にブロック状の剛の治具を取付けて面内方向の加振を行うことで面内の伝達関数を計測することができる。

(5) 図 3.3-2 に、以下の 3 種類の I/F フォースの比較を示す。

F_{IF} ：Source 系と Load 系連成時の I/F フォース実測値

$F_{IF(No\ Limit)}$ ：Load 系単体を加振した時の I/F フォース実測値

F_{spec} ：本項の手法により計算したフォースリミット条件

図 3.3-2 から、本項で示した手法で求めたフォースリミット条件は、連成時の実測値を良く包絡できていることが分かる。計算例の詳細は、Appendix D の D.3 項に示す。

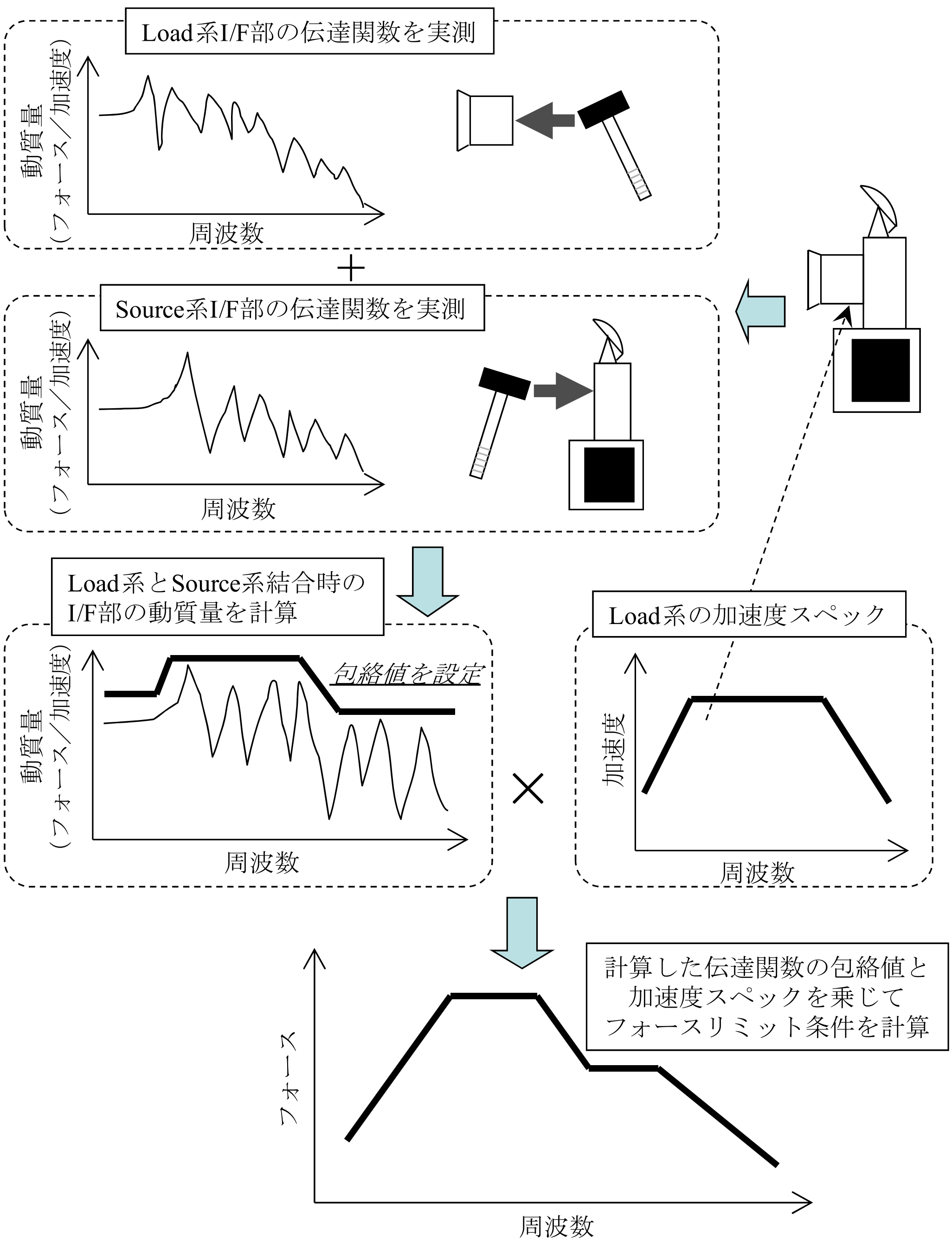


図 3.3-1 簡易試験によるフォースリミット条件の計算 概要図

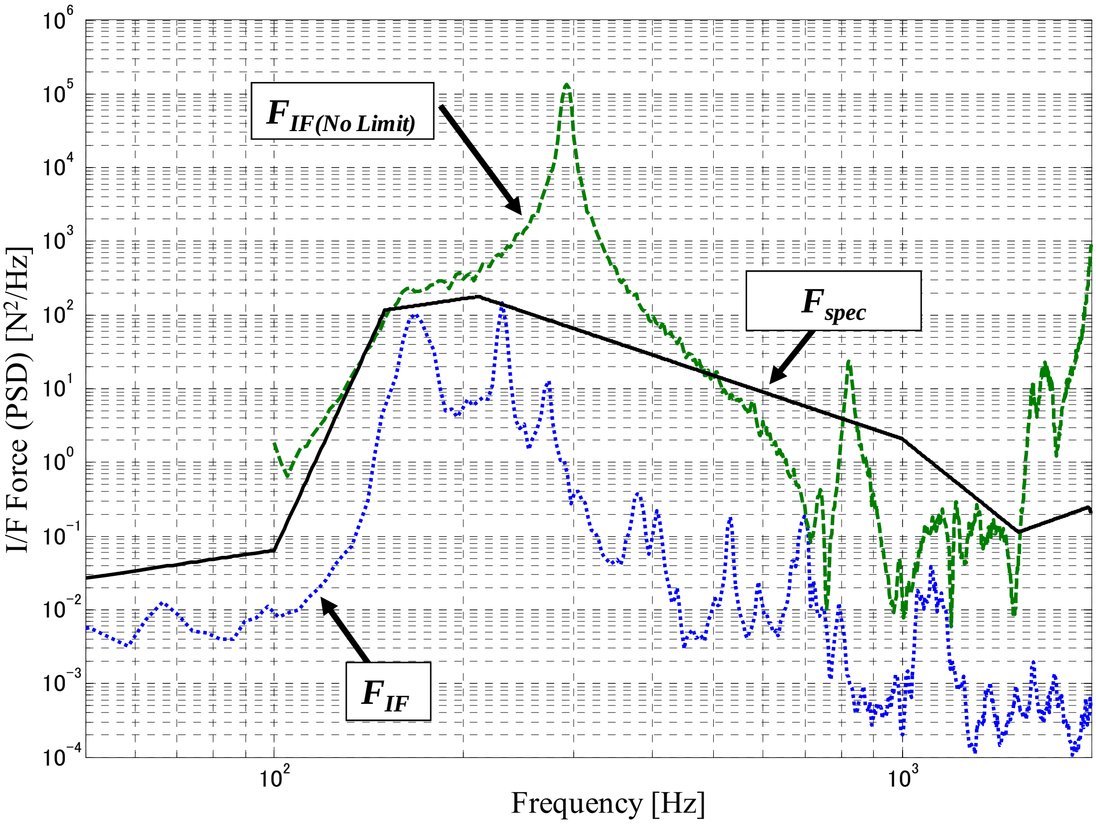


図 3.3-2　簡易試験によるフォースリミット値の計算例

3.4　準静的荷重による計算

本項では、Source 系より規定される準静的荷重（QSL：Quasi-Static Load）を制限荷重としてフォースリミット条件を計算する方法を示す。

QSL によるフォースリミット条件設定における検討フローを図 3.4-1 に示す。まずはじめに、Source 系より規定された QSL 条件について高周波荷重成分が考慮されているかどうかの確認を行う。考慮されていない場合は次頁に示す方法によって QSL の再計算を行い、QSL を修正した上でリミット条件の計算を行う。発生荷重を対象の耐荷重まで落としきれない場合には、3.1～3.3 項に示す方法を用いてさらなる低減を試みる。3.1～3.3 項に示す方法でも耐荷重まで荷重を低減させることが困難な場合には、設計の見直しもしくは Source 系と I/F 条件の調整を行う。

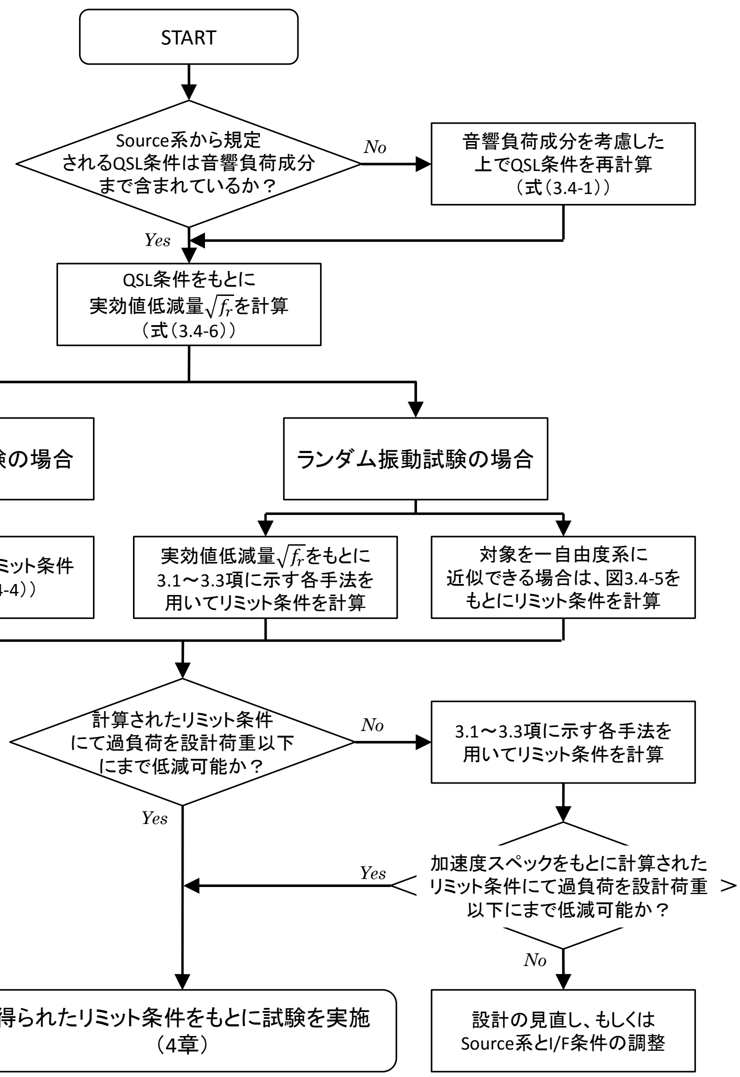


図 3.4-1　QSL によるフォースリミット条件設定の検討フロー

ハンドリング・輸送・ロケット打上げ及び軌道上環境における機器の重心位置での最大荷重環境は準静的荷重または準静的加速度として定義され、これを式で表すと式（3.4-1）となる。

$$QSL = S \pm D = S \pm \sqrt{L^2 + R^2} \tag{3.4-1}$$

ここで、 S ：静荷重

D ：動荷重

L ：低周波荷重（正弦波振動成分）

R ：高周波荷重（音響負荷成分）

（なお、高周波荷重において衝撃成分は他に比べて微小として無視している）

QSL は全運用環境中で予測される最大荷重であるため、Load 系機器は単体ランダム振動試験において発生荷重が設計荷重を超える場合、QSL を超えないように加振力をリミットすることが可能である。ただし、Load 系側は Source 系から規定される QSL 条件が静荷重成分のみならず正弦波振動成分及び音響負荷成分まで適切に考慮されていることを確認し、音響負荷成分が考慮されていない場合は下記に示す方法で QSL の値を更新する必要がある。

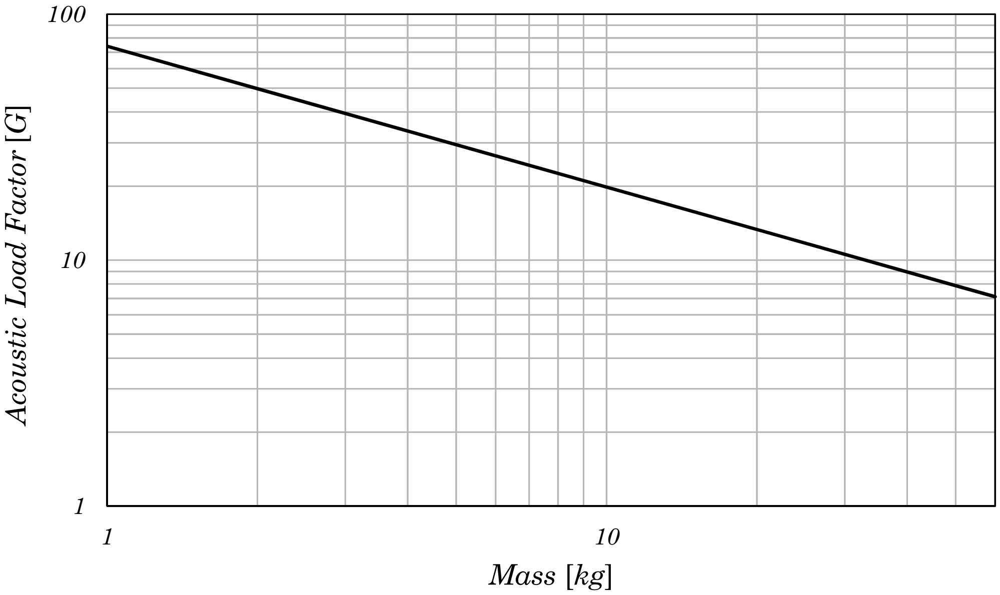
音響負荷成分の見積もりは、機器の質量が決まっていれば図 3.4-2 のグラフの読み値から求めることが出来る。例えば、与えられた静荷重条件が-1.7G、正弦波振動成分が 20G、設計する搭載機器のシステムからの質量配分値が 10 ㎏であった場合、音響負荷成分は図 3.4-1 のグラフ読み値を用いて約 25G と求めることができるので、これをもとに QSL 条件を再計算すると

$$\begin{aligned} QSL &= S \pm \sqrt{L^2 + R^2} \\ &= -1.7 \pm \sqrt{20^2 + 25^2} \\ &= 30.3、-33.7 \ \ [\mathrm{G}] \end{aligned} \tag{3.4-2}$$

となり、音響負荷成分も考慮した搭載機器の最大荷重は 33.7G と求めることが出来る。

一方、静荷重条件に正弦波振動成分が既に含まれている場合は、式（3.4-1）の$L = 0$として音響負荷成分を加えて QSL 条件を更新する。例えば、静荷重条件 20G の内に正弦波荷重成分が既に含まれていた場合、QSL 条件は下のように再計算できる。

$$\begin{aligned} QSL &= S \pm \sqrt{L^2 + R^2} \\ &= S \pm R \\ &= 20 \pm 25 \\ &= 45.0、-5.0 \ \ [\mathrm{G}] \end{aligned} \tag{3.4-3}$$



※　本図を適用する場合は図中の質量範囲内で使用すること

図 3.4-2　機器質量と当該機器音響試験時の重心相当加速度ピーク値の関係
(H-IIA ロケットフライト時の構体パネル上機器重心位置に発生する音響負荷成分の最大値(3 σ high))

本項の方法によりフォースリミット条件を計算するためには、Load 系の以下の情報が必要となる。

① Load 系の剛質量（M_L）
② 準静的荷重（QSL）（音響負荷成分まで考慮されたフライト最大荷重条件）

QSL をもとにしたフォースリミット条件は、式（3.4-4）より求められる。

$$F_{spec} = QSL \times M_L \tag{3.4-4}$$

ここで、F_{spec}　：フォースリミット条件 [N]
QSL　：準静的荷重条件 [m/s^2]
M_L　：Load 系の剛質量 [kg]

フォースリミット条件F_{spec}は発生フォースの時系列ピーク値であり、正弦波振動試験であれば得られた値をそのままフォースリミット条件としてリミットをかけてよいが、ランダム振動試験の場合は多くの場合発生フォースのスペクトラム（PSD）でリミットをかけることになるため、図 3.4-3 に示すフローにより実効値の低減可能量$\sqrt{f_r}$の算出する。

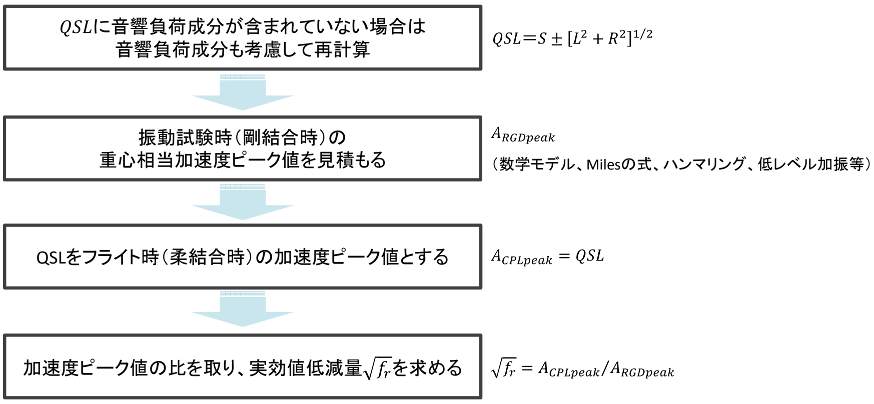


図 3.4-3　QSL による実効値低減量$\sqrt{f_r}$の計算フロー

まず、フライト時（柔結合時）と振動試験時（剛結合時）の重心加速度応答ピーク値をそれぞれ見積もり、式(3.4-5)よりその比を計算する。

$$\sqrt{f_r} = \frac{A_{CPLpeak}}{A_{RGDpeak}} \tag{3.4-5}$$

ここで、$\sqrt{f_r}$　：フライト時と振動試験時の重心加速度応答比 [-]
$A_{CPLpeak}$　：フライト時（柔結合時）の重心加速度応答ピーク値 [m/s^2]
$A_{RGDpeak}$　：振動試験時（剛結合時）の重心加速度応答ピーク値 [m/s^2]

式(3.4-5)は重心加速度応答ピーク値比を計算しているが、これはフライト時（柔結合時）と振動試験時（剛結合時）の機器重心位置に作用するフォースの実効値比を計算していることと等価であり、振動試験時に Load 系に発生する最大荷重と QSL の比を表している。すなわち、

$$\sqrt{f_r} = \frac{A_{CPLpeak}}{A_{RGDpeak}} = \frac{F_{CPLrms}}{F_{RGDrms}} \tag{3.4-6}$$

ここで、F_{CPLrms}　：フライト時の重心フォース実効値 [Nrms]
F_{RGDrms}　：振動試験時の重心フォース実効値 [Nrms]

$\sqrt{f_r}$はフォースリミットをしない場合の発生荷重に対してフォースリミットで実効値を低減できる割合を示している。式(3.4-6)から、フォースリミット対象である Load 系を一自由度系と見なした時のピークノッチング量と実効値低減量（すなわち、重心加速度応答ピーク値低減量）の関係は、図 3.4-5 のようになる。ただし、Load 系を一自由度系で近似できない場合は、3.1～3.3 項に示す方法を用いてリミット条件を計算されたい。

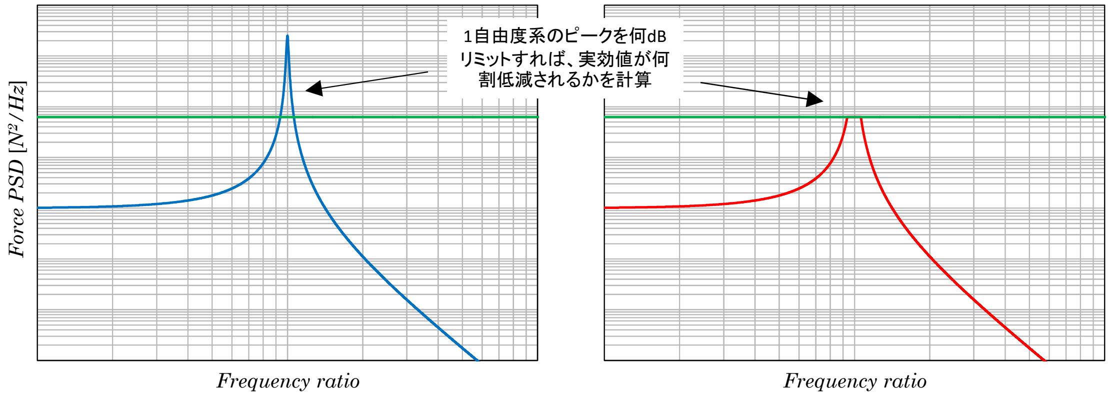
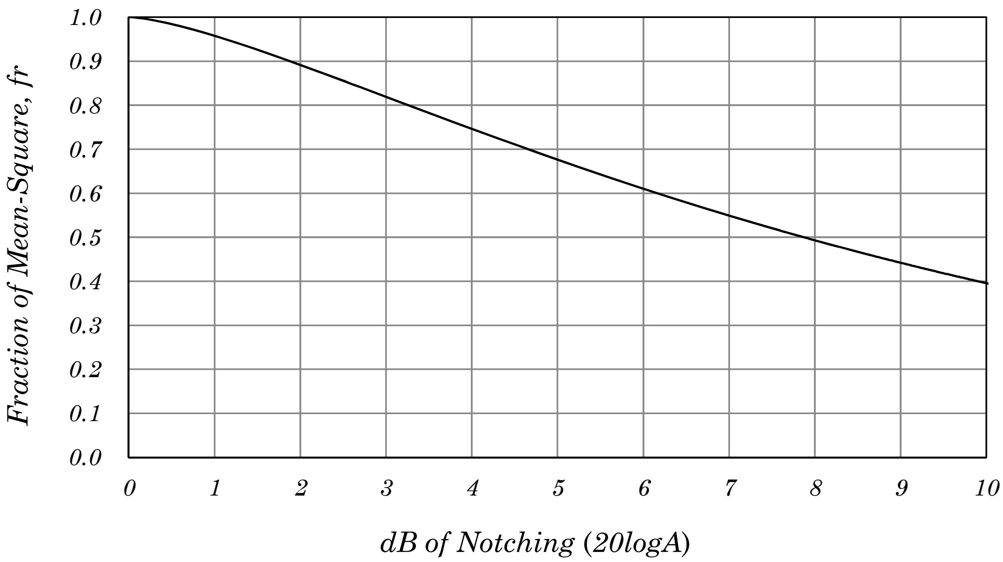


図 3.4-4　一自由度系におけるリミット量と実効値低減量の計算　模式図



※　リミット条件計算の前後で、式(3.4-8)と見なせることを確認すること

図 3.4-5　重心加速度応答ピーク値比とフォースノッチング量の関係

（図 2.5.3-1 と等価）

図 3.4-5 を用いることにより、例えば重心加速度応答ピーク値比$\sqrt{f_r} = 0.7(f_r = 0.49)$となった場合、図 3.4-5 の読み値からピークノッチング量は約 8.0dB と計算することが出来る（図 3.4-5 のグラフの縦軸はf_r（式（3.4-5）で求められる数値の二乗値）であることに注意が必要）。

本手法では図 3.4-4、図 3.4-5 に示す通りフォースノッチング量と実効値低減量の関係を一自由度系近似から求めているため、対象が一自由度系と見なせない場合には本手法を適用することが出来ない。すなわち、Load 系の各モードのフォース実効値

$$F_{rms} = \sqrt{\{F_{rms}(r_1)\}^2 + \{F_{rms}(r_2)\}^2 + \cdots + \{F_{rms}(r_n)\}^2} \quad (3.4\text{-}7)$$

ここで、F_{rms}　：全周波数帯におけるフォース実効値

$\{F_{rms}(r_1)\}$　：一次共振周波数r_1の帯域がもつフォース実効値

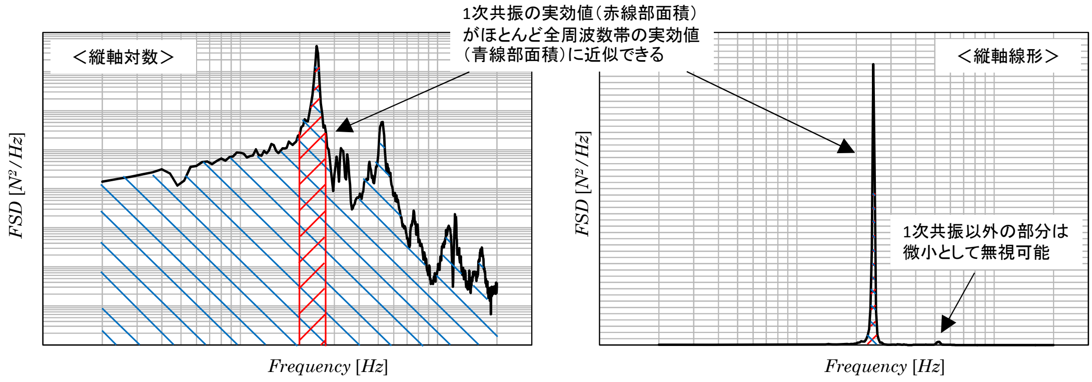
$\{F_{rms}(r_n)\}$　：n次共振周波数r_nの帯域がもつフォース実効値

について、リミット対象モードtの実効値が

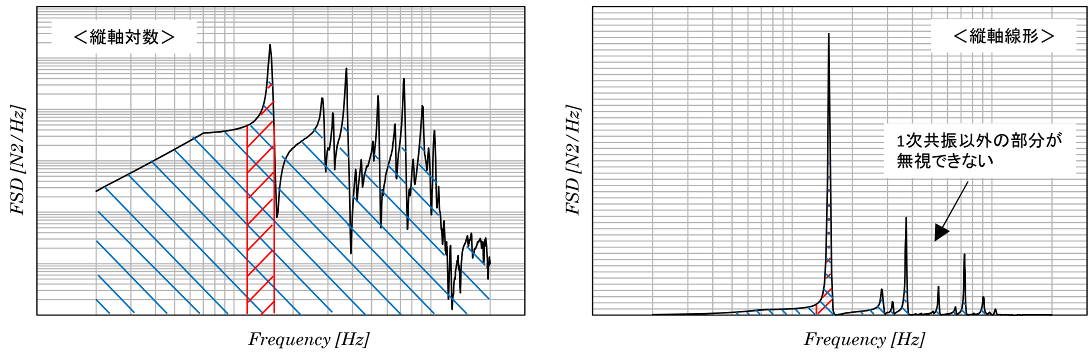
$$F_{rms} \approx F_{rms}(r_t)$$

$$\therefore \quad \sqrt{\{F_{rms}(r_t)\}^2} \gg \sqrt{\sum_{k=1,k\neq t}^{n} \{F_{rms}(r_k)\}^2} \quad (3.4\text{-}8)$$

と見なせることが条件となる(図 3.4-6)。ただし、対象を一自由度系と近似できる範囲であれば、図 3.4-5 から求めたノッチング量よりも上側（安全側）の値をリミット条件として設定することが可能である。図 3.4-7 に例を示す。①求めたリミット条件がライン A であった場合､2 次モードのピークと同等程度であるため式(3.4-8)が成り立たなくなりリミットすることができないが、②式(3.4-8)が成り立つ範囲（例えば、全周波数帯における実効値とリミット対象モードの実効値の差が 1.0dB 以内（実効値比$F_{rms}/F_{rms}(r_t) \leq 10^{1/20} = 1.2$））であれば､1 自由度系に近似することによって生じる実効値の誤差を許容することができ、リミット条件の下限として設定することができる。



(a) 一自由度系に近似できる例



(b) 一自由度系に近似できない例

図 3.4-6　一自由度系近似の判断例

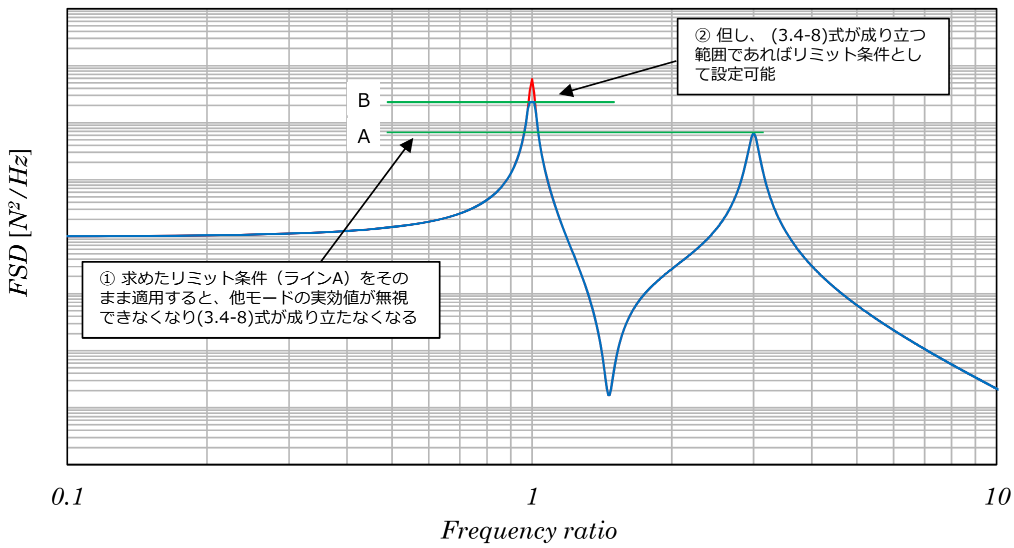


図 3.4-7　リミット条件の適用範囲

本方法の主な特徴と注意点を以下に示す。

(1) 本手法では、Load 系剛質量と QSL 条件（ランダム振動の場合は加速度スペックの情報も必要）の情報だけで、リミット条件を簡便に設定することが可能である。ただしその際、Load 系側は Source 系から規定される QSL 条件が、静荷重成分のみならず正弦波振動成分及び音響負荷成分まで適切に考慮されていることを確認し、音響負荷成分が考慮されていない場合には図 3.4-1 に示すグラフの読み値から音響負荷成分の値を求め式(3.4-1)より QSL の再計算を行う。

(2) 再計算された QSL を用いてフォースリミットの実効値低減量$\sqrt{f_r}$を求める。正弦波振動試験の場合は式(3.4-4)を用いてフォースリミット条件を計算する。ランダム振動試験の場合は、実効値低減量$\sqrt{f_r}$を用いて 3.1～3.3 項に示す方法でリミット条件を求めることができるが、対象モードの実効値が支配的であり、一自由度系に近似できる場合は、図 3.4-5 に示す重心加速度応答ピーク値比とノッチング量の関係を用いてフォースリミット条件（PSD）を簡易的に求めることができる。

(3) ランダム振動試験における本手法のリミット対象は、有効質量が最大の単一モードのみである。リミット対象が一自由度系に近似できる範囲では実効値を準静的荷重条件まで落としきれない場合には、3.1～3.3 項に示す方法を用いて計算されたい。

3.5　I/F 加速度実効値から重心相当加速度実効値への換算係数による計算

本手法は、加速度スペック実効値から重心相当加速度実効値への換算係数を用いて、柔結合での機器重心相当加速度実効値の確率的上限値を見積もる方法である（式(3.5-1)）。Miles の式による見積もりは過剰に安全側となる場合があるが、本手法は 2 自由度系モデルにより柔結合を模擬しているため、Miles の式による見積もりに比べより適正なマージンを見積もることが可能である。

$$F_{specrms} = kM_L A_{specrms} \tag{3.5-1}$$

ここで、F_{spec}　：フライト時（柔結合時）の発生フォース実効値の確率的上限値 [Nrms]

k　：I/F 加速度実効値から重心相当加速度実効値への換算係数[-]

M_L　：Load 系の剛質量 [kg]

$A_{specrms}$　：加速度スペック実効値 [(m/s^2)rms]

kは I/F 加速度実効値から重心相当加速度実効値への換算係数であり、Load 系の剛質量M_Lから図 3.5-1 のグラフの読み値から求められる定数である。

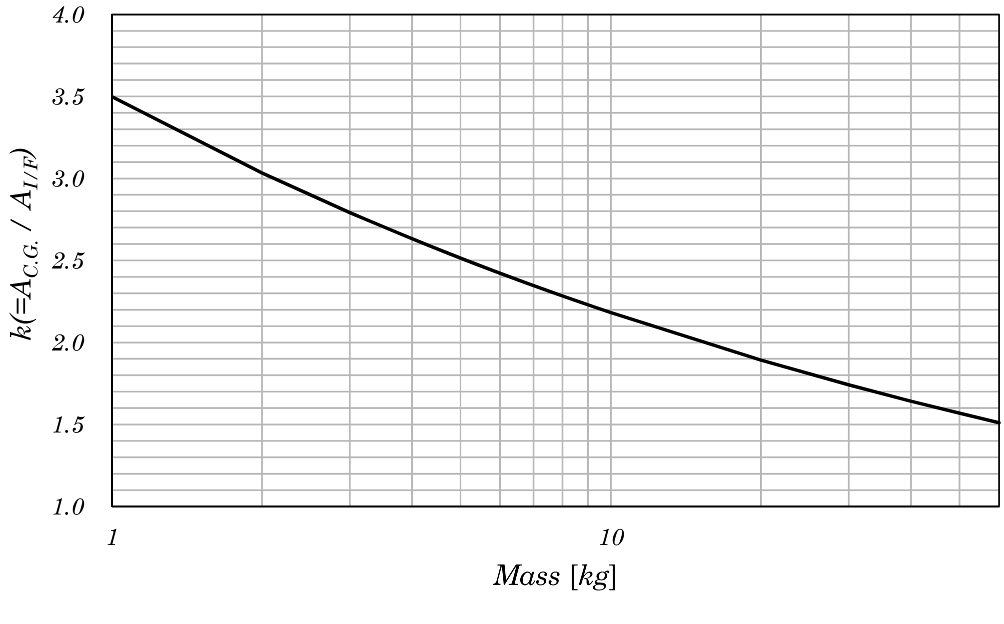


図 3.5-1　機器剛質量と I/F 加速度実効値から重心相当加速度実効値への換算係数kの関係（詳細は図 G.2.1-4 参照）

ランダム振動試験では、対象が一自由度系に近似できる場合、式(3.4-6)及び図 3.4-5 を用いてリミット条件を求めることが可能である。

3.6　参考文献

[3-1] 施勤忠, 安藤成将,「動質量の周波数平均値を用いた人工衛星構体パネル上搭載機器の音響振動解析」, 機械学会論文集(C 編), Vol.73, No.730, 2007 年 6 月,pp1684-1690.

[3-2] Q. Shi, S. Ando, M. Tsuchihashi, M Saitoh, "Introduction of JAXA Tool for Random Vibrations Prediction and its Recent Upgrading", 10th ESA Spacecraft Structures & Materials conference

4. フォースリミット振動試験

4.1 インタフェースフォースの計測

フォースリミット振動試験は、供試体（Load 系）と振動台の間で伝達される力（フォース）を計測し、そのオートノッチングを行う試験法である。従って、供試体と振動台間のインタフェース（以下、I/F）部のフォースを計測する必要がある。本項では、この I/F フォースの計測にあたり留意すべき事項を示す。

4.1.1 フォースセンサの選定

I/F フォースを計測するための力計測用センサ（フォースセンサ）の選定に際して、以下の点に留意すること。

(1) 予測される最大計測値よりも大きな計測レンジをもつセンサを用いること。最大計測値を試験前に見積もる方法として、以下の簡易的な方法がある。

① 正弦波振動試験の場合

$$F_{max} = \left(M_L \times \{Q_L(f_n)\}_{max} + M_{JIG}\right) \times \left\{A_{spec}(f_n)\right\}_{max} \tag{4.1.1-1}$$

ここで、F_{max} ：予測される最大計測値 [N]

M_L ：Load 系の剛質量 [kg]

$\{Q_L(f_n)\}_{max}$ ：Load 系の応答が最も大きくなる共振点での Q 値 [-]

M_{JIG} ：治具の剛質量 [kg]

$\left\{A_{spec}(f_n)\right\}_{max}$ ：Load 系の応答が最も大きくなる共振点での加速度スペック [m/s^2]

f_n ：Load 系の応答が最も大きくなる共振周波数 [Hz]（＝1 次共振周波数となる場合が多い）

② ランダム振動試験の場合

予測される最大計測値を実効値の 3σ high と考える場合、式(4.1.1-2)及び式(4.1.1-3)で表わされる。

$$F_{max} = 3 \times F_{RMS_{max}} \tag{4.1.1-2}$$

$$F_{RMS_{max}} \simeq M_L \times \sqrt{\frac{\pi \times f_n \times \{Q_L(f_n)\}_{max} \times \left\{A_{PSDspec}(f_n)\right\}_{max}}{2}} + M_{JIG} \times A_{RMS} \tag{4.1.1-3}$$

ここで、F_{max} ：予測される最大計測値 [N]

$F_{RMS_{max}}$ ：予測される最大の実行値 [N rms]

M_L ：Load 系の剛質量 [kg]

π ：円周率

f_n ：Load 系の応答が最も大きくなる共振周波数 [Hz]
（＝1 次共振周波数となる場合が多い）

$\{Q_L(f_n)\}_{max}$ ：Load 系の応答が最も大きくなる共振点での Q 値 [-]

$\{A_{PSDspec}(f_n)\}_{max}$ ：Load 系の応答が最も大きくなる共振点での
加速度スペック PSD [$(m/s^2)^2/Hz$]

M_{JIG} ：治具の剛質量 [kg]

A_{RMS} ：加速度スペックの実効値 [(m/s^2) rms]

(2) フォースセンサは供試体と振動台の間に取付けられるので（次項参照）、一度取付けると簡単に交換することができない。試験作業の手戻りを防ぐため、試験前に、センサのレンジを含めた計測系の健全性を確実に確認しておく必要がある（4.1.4 項に関連事項を示す）。

(3) 本試験の直前に低レベル加振を行い、その結果をもとに最大加振レベルでの出力を予測し、本試験で計測系がオーバーレンジしないことを確実に確認することが望ましい。

(4) フォースセンサを複数個（N個）用いる場合、センサ 1 個あたりの最大計測値がF_{max}/Nに近くなるように（特定のセンサに負荷が集中しないように）、供試体の重心位置に対して対称にセンサを配置することが望ましい（4.1.2（4）項参照）。

(5) 供試体を直接フォースセンサへ取付ける場合は、評価する周波数範囲内におけるセンサの周波数特性が平坦であるセンサを選定すること。
供試体を治具を介してセンサに取付ける場合は、治具の共振周波数を評価する周波数範囲の上限よりも十分に高くする必要がある。（4.1.2 項及び 4.2 項を参照）

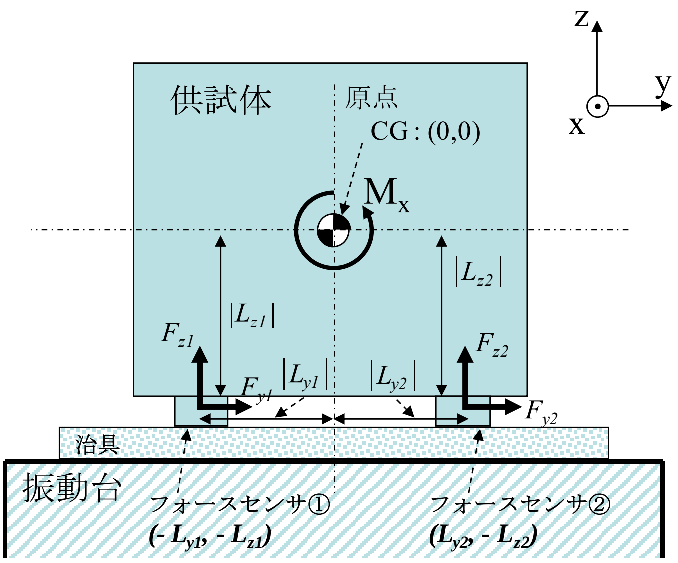
(6) 多軸計測型のフォースセンサを用いる場合は、試験中の締結面内のズレを防ぐために大きなプリロードを負荷する必要がある。予めプリロードをかけた状態で市販されているフォースセンサも存在する。

(7)　図 4.1.1-1 の例の様に、水平方向（y 軸）の加振時にはセンサの垂直方向（z 軸）に供試体の転倒モーメントによる大きなフォースが負荷される可能性がある（F_Z）。垂直方向に入力するフォースが大きすぎると、フォースセンサ単体のクロストークにより水平方向の出力信号が発生し、水平方向の計測値が真値と異なる値となる可能性があるので注意が必要である。

センサ単体のクロストーク値はセンサ製造メーカにより提示される数値である。F_{Ymeas}を計測値、F_{Zmeas}を直交軸の計測値、$crstk_{Z-Y}$ [%]をセンサの z 軸から y 軸へのクロストーク値とすると、本試験前に低レベル加振を行いそれぞれの関係が$F_{Ymeas} \gg F_{Zmeas} \times crstk_{Z-Y}$ となることを確認（例えば右辺が左辺の 10%以下）することで、クロストークが問題ないレベルであるかどうかを評価できる。

また、供試体の転倒モーメントの影響を抑制するようにフォースセンサの配置を検討することも重要である。センサの配置に関する留意点については 4.1.2 項を参照のこと。

(8)　フォースセンサには、様々な形式のセンサ（ひずみゲージ式・圧電式等）があるが、前項までの特性を満たすセンサとして、圧電素子を用いた圧電式フォースセンサが多く用いられている。圧電型のフォースセンサは、センサ素子自身の共振周波数が非常に高く（数 10kHz）、宇宙機の振動試験に適している。



$$\boxed{M_x = \left(-L_{y1}F_{z1}(t) - L_{z1}F_{y1}(t)\right) + \left(L_{y2}F_{z2}(t) - L_{z2}F_{y2}(t)\right)}$$

※供試体の重心を原点とした例

図 4.1.1-1　水平加振時にフォースセンサの垂直軸に負荷されるフォースの模式図

4.1.2 フォースセンサの設置方法

供試体に負荷されるフォース（I/F フォース）を計測するためには、フォースセンサを供試体と振動台の間に設置する必要がある。フォースセンサの取付け例を図 4.1.2-1 に示す。以下にフォースセンサを設置する際に、留意すべき事項を以下に示す。

(1) フォースセンサ以外に荷重パスを作らないこと（図 4.1.2-2）。

(2) フォースセンサに大きな曲げモーメントやトルクが負荷されないようにすること。センサ取付け部に大きなモーメントやトルクによる集中荷重が加わると、正しい計測ができず、センサや供試体が破損する恐れもある。複数のフォースセンサを用いることで、この問題を回避することができる（図 4.1.2-3）。

ただし、複数のフォースセンサを用いる場合は、I/F フォースの合力を計測するために出力信号を時系列で合算する必要がある（4.1.3 項に関連事項を示す）。

(3) I/F フォースを正確に計測するには、フォースセンサを供試体に直接取付けることが望ましい。しかし現実的には構造上、直接取付けることが難しく、治具を介して取付けられる（図 4.1.2-4）。この場合は、フォースセンサ及び治具の共振周波数や剛性（カタログ値）から、センサ及び治具の動特性が試験目的を損なうような影響を与えないことを事前に解析等で確認する必要がある。さらに、本試験前に治具加振を行い、治具単体加振時のフォース計測値と治具上の加速度応答の比が平坦となる周波数帯域を確認することで、治具の動特性に問題のないことを確認する方法も有効である。治具設計時の留意事項や周波数特性変化の簡易見積もり法を 4.2 項に示す。

(4) 複数のフォースセンサを用いる場合、特定のセンサに負荷が集中して 1 つでもセンサがオーバーロードすると、正確な I/F フォースの合力を計測できない。全てのセンサに均等なフォースが負荷されるように供試体の重心位置に対して対称にセンサを配置することが望ましい。

(5) プリロード（圧縮荷重）を与える必要があるセンサを用いる場合は、良好な線形性を保つために水平軸（センサの剪断方向）の計測レンジの 10 倍程度のプリロードを直交軸（センサの圧縮方向）に対してかけることが一般的に推奨されている。ただし、規定のプリロードはセンサ個別の仕様に依る。このプリロードを与えるための締付けトルクは、治具や供試体を固定する通常の締付けトルクよりも大きな値となるため、供試体や治具の取付け部の強度が必要となるので注意が必要である。

センサにプリロードを負荷すると、DC 成分に近い信号が出力される。時定数が大きいレンジを有するチャージアンプまたは別途 DC 成分を計測できるアンプを用いることで、センサに負荷されたプリロードを直接確認することができる（4.1.3 項に関連事項を示す）。

(6) フォースセンサのクロストークの影響を小さくするようにセンサの配置を検討する必要がある（フォースセンサのクロストークに関する詳細は 4.1.1 項を参照のこと）。

特に水平方向の加振時には、供試体の転倒モーメントによりフォースセンサの垂直軸に大きなフォースが入力される可能性がある。供試体の底面積（底辺の長さ）・質量・重心位置を考慮して、垂直軸に負荷されるフォースが極力小さくなるようにフォースセンサの配置を検討する必要がある。

(7) 複数のフォースセンサを用いた試験において、試験中に発生したセンサの異常（一部のセンサのオーバーロードや不良など）への対応方法として、複数のセンサのうちの 1 つのフォースセンサでフォースリミットを行う方法を示す。

ただし、本項の方法で各フォースセンサに対するフォースリミット条件を計算するためには、当該試験と同様の試験コンフィギュレーションで正常に計測された実測値（各フォースセンサの計測値及び全フォースセンサの合算値）が必要である。

ある i 番目のフォースセンサ個別のフォースリミット条件（$F_{spec_i}(\omega)$）は、合力に対応するフォースリミット条件（$F_{spec}(\omega)$）をもとに次式から計算することができる。

$$F_{spec_i}(\omega) = F_{spec}(\omega)\times R(\omega) = F_{spec}(\omega)\times\frac{(F_i)_{envelope}}{(F_{sum})_{envelope}} \qquad (4.1.2\text{-}1)$$

ここで、$R(\omega)$ ：合算値の包絡値と個別センサ計測値の包絡値の比（換算係数）[-]

$(F_i)_{envelope}$ ：個別のフォースセンサ計測値の包絡値 [N]

$(F_{sum})_{envelope}$ ：各フォースセンサ出力合算値の包絡値 [N]

具体的には、異常等が発生する前の試験で取得されている加振の実測値（低レベル加振時のデータ）等から換算係数$R(\omega)$を算出し、式(4.1.2-1)に代入することで各フォースセンサのリミット条件を計算することができる。図 4.1.2-5 に、本方法に基づきリミット条件を計算した実例を示す。図 4.1.2-5 の例は、8 つのセンサを用いてフォースリミット振動試験を行った場合の例である。低レベル加振結果を用いて 8 つ全てのセンサの合算値（F_{sum}）に対応するフォースリミット値（$F_{spec}(\omega)$）を元に、個別のある 1 つのセンサに対応するフォースリミット値（$F_{spec_i}(\omega)$）を算出した例を示している。

なお、D.1 項の式(D1-4)及び式(D1-5)から明らかなように、換算係数$R(\omega)$は I/F 部の伝達関数の比のみで表すことができる。従って、換算係数$R(\omega)$は供試体の動特性のみに依存する値である。ただし、加振レベルによっては、非線形減少が不確定要素として存在するので注意が必要である。

また、センサや供試体を加振台から取外して再度取付けた場合は、付替えたことにより取付け部の剛性が変化して各フォースセンサに負荷されるフォースの割合が変化することが懸念されるため、低レベル加振を再度行い式（4.1.2-3）の計算をやり直す必要がある。

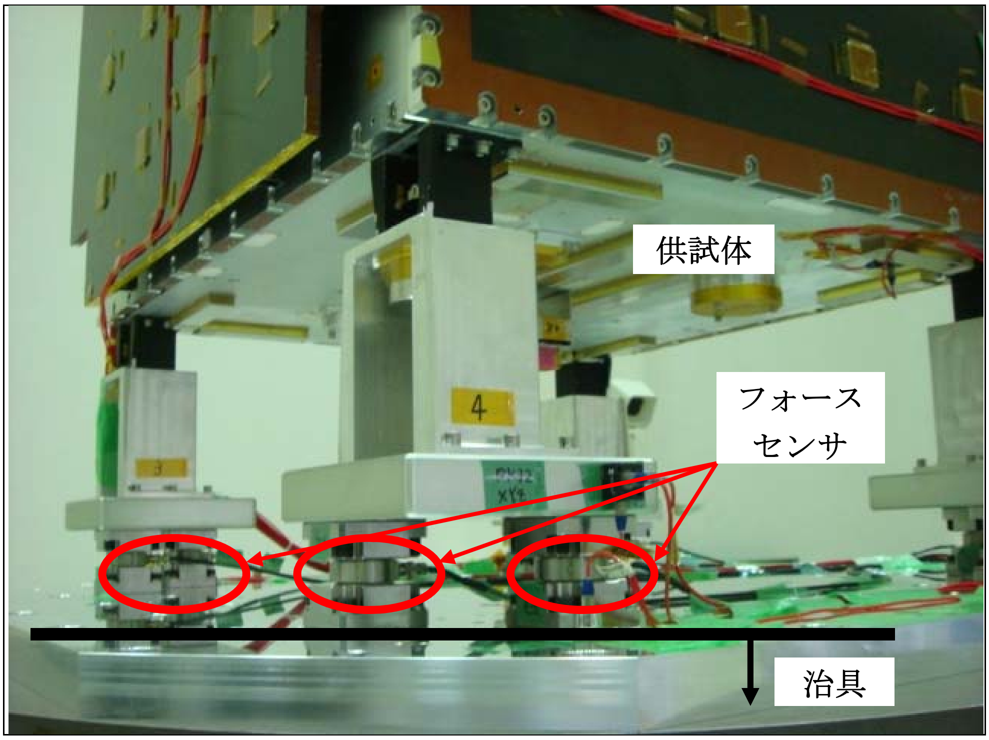


図 4.1.2-1　フォースセンサの取付け例

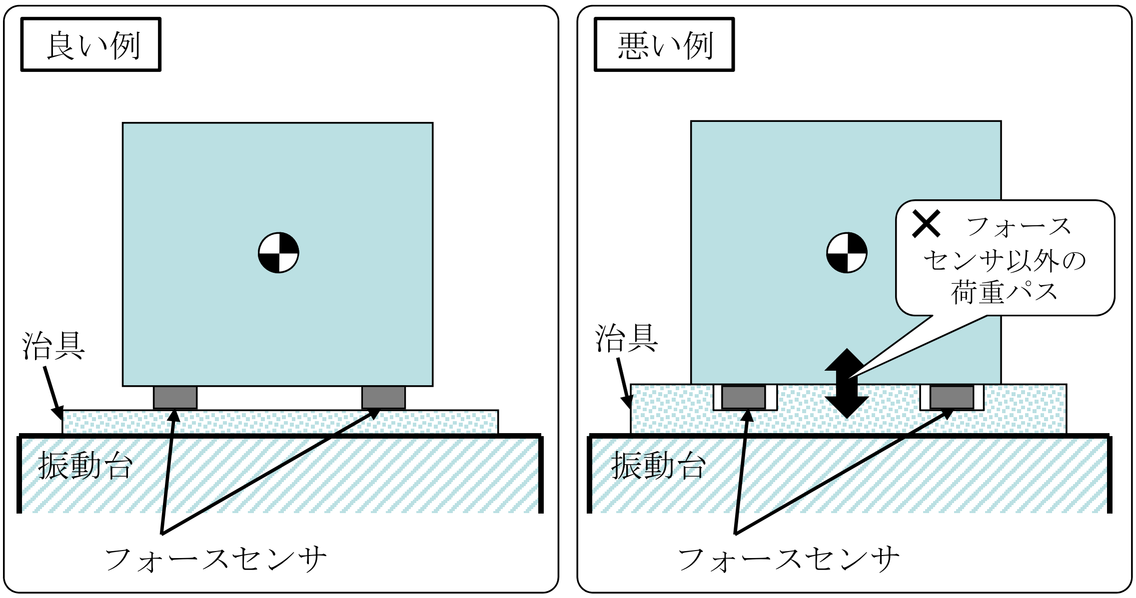


図 4.1.2-2　荷重パスの注意点

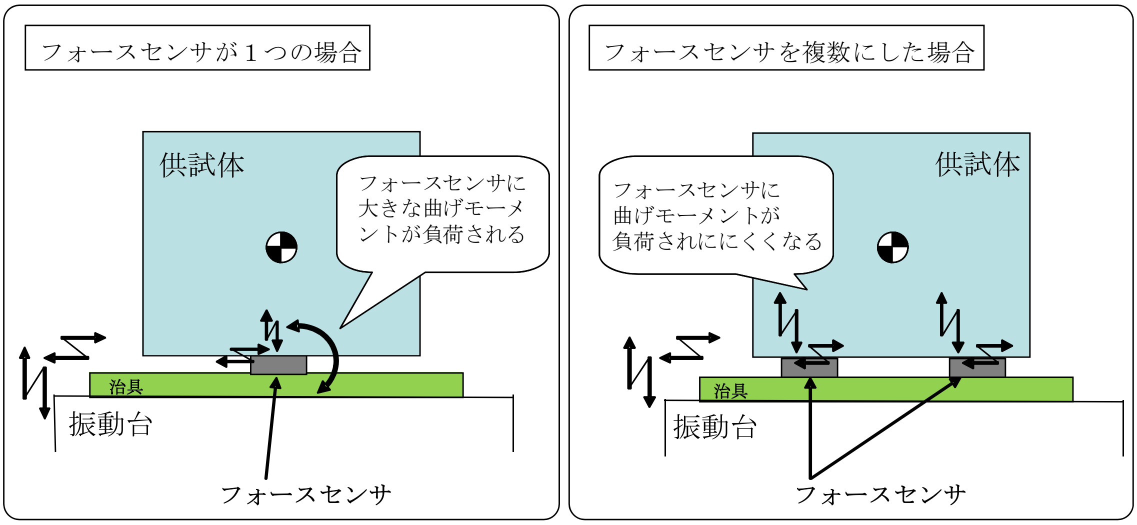


図 4.1.2-3　フォースセンサに働く曲げモーメントの低減方法

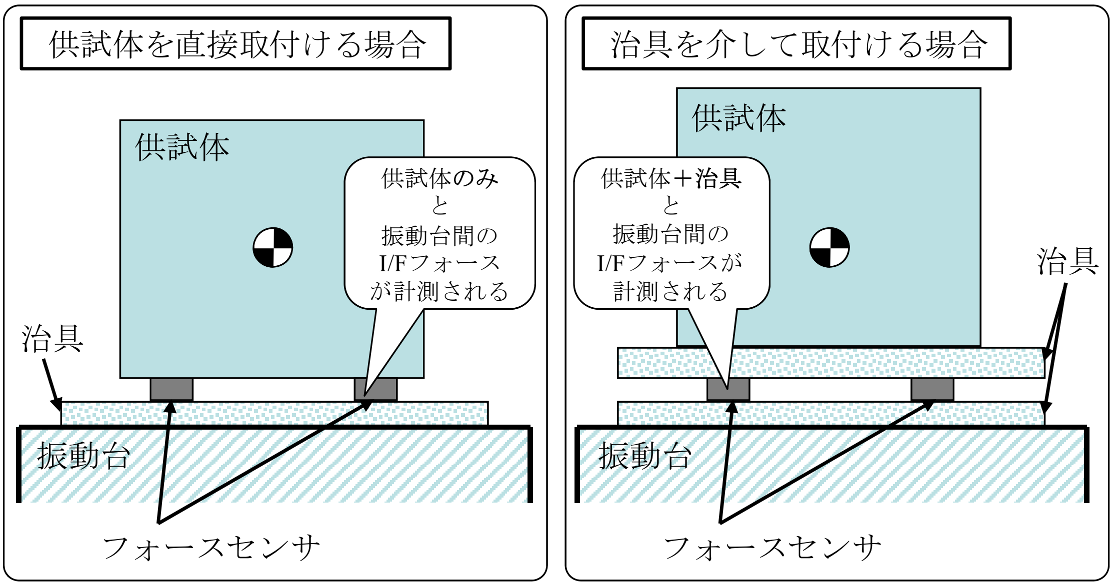
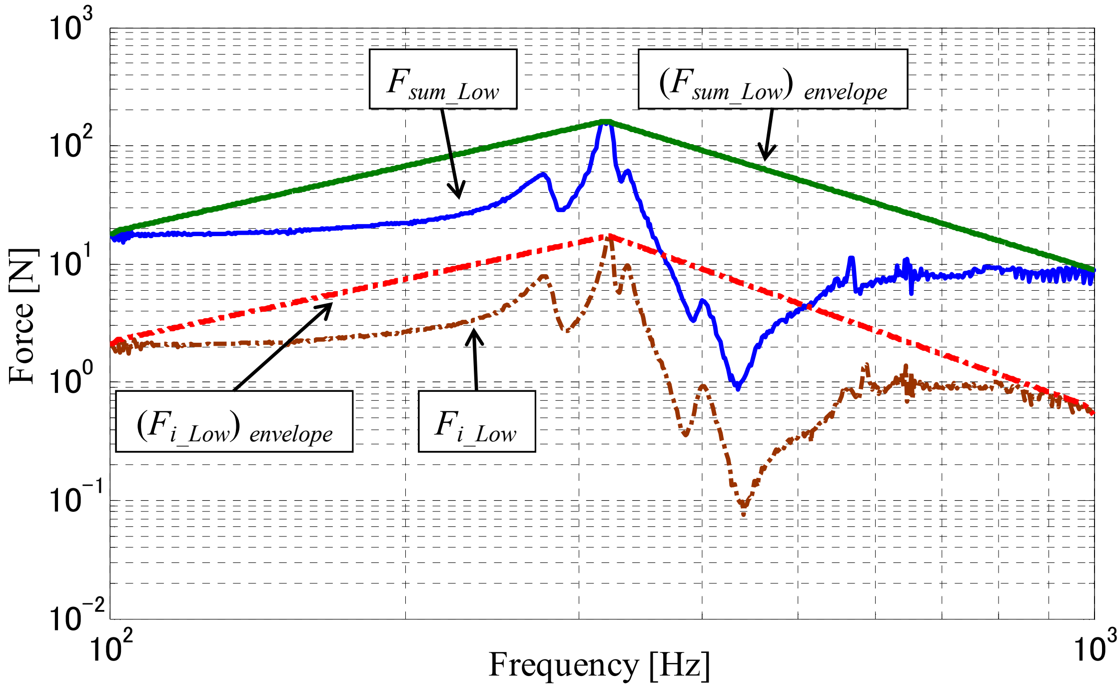
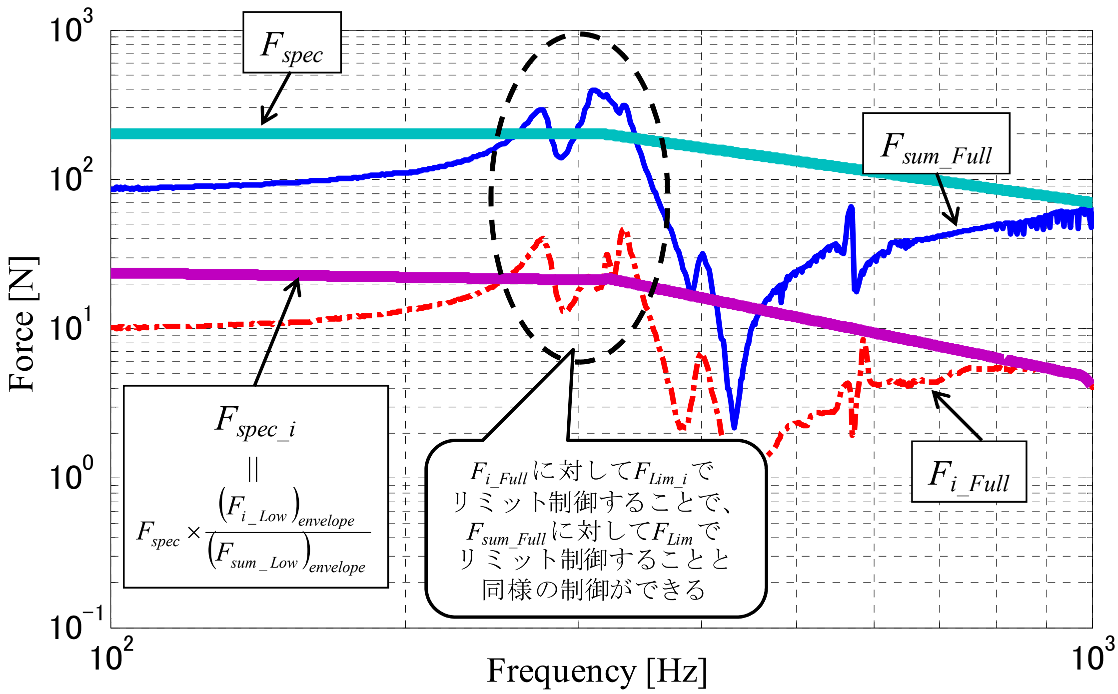


図 4.1.2-4　フォースセンサと供試体の取付け方法



(a) 低レベル加振時の個別センサ出力と合力の関係



(b) Full レベル加振時の個別センサ出力と合力及びリミット条件の計算例

図 4.1.2-5　低レベル加振結果(a)からセンサ個別の

フォースリミット条件を計算した例(b)

4.1.3　フォース計測用の計測装置

I/F フォース計測に使用する計測装置として留意すべき事項を以下に示す。

(1)　使用するフォースセンサに適合したアンプを用いること。
宇宙機の振動試験には、多くの圧電素子型加速度センサが使用されている。同じ圧電素子型のフォースセンサを用いることで、加速度計測系統と同じアンプを使用することができるので、計測系コンフィギュレーションを共通化できる利点がある。

(2)　複数のフォースセンサを用いる場合は、各加振軸の合力を測定するためにセンサからの時系列出力を合算する必要がある。センサの出力信号の合算値がオーバーロードしないように計測系の計測レンジを設定すること。

(3)　センサ設置時にプリロードが必要なフォースセンサを用いる場合、プリロード値の確認が必要となる。センサに規定されたプリロードが確実に負荷されるよう、トルクレンチ等を用いて、プリロード値を管理すること。また、センサにプリロードを負荷した時の出力信号は DC 成分に近いため、プリロード値を直接モニタする場合は DC 成分を計測できるアンプが別途必要となる。

(4)　電圧信号出力型のセンサを用いる場合は合算用のアンプが必要となる。一方、圧電素子型のセンサ（電荷信号出力型のセンサ）を用いる場合、センサからの電荷信号を電気的に接続することで出力信号を合算することができる。
ただし、電荷信号出力型のセンサを用いる場合は以下の点に注意が必要である。

① 電荷信号はノイズによる影響を受けやすいので、接続部などの計測系の絶縁処置を確実に行い、信号線と外部間の絶縁抵抗を高く保つ必要がある。

② センサ毎の感度のバラツキが大きいと、計測誤差の原因となる（式 4.1.3-1）ため、同程度の感度を持つセンサを用いる必要がある。

$$\sum_{i=1}^{N}\left({F_i}/{S_i}\right) \neq \sum_{i=1}^{N}\left({F_i}/{S_{average}}\right) \qquad (4.1.3\text{-}1)$$

ここで、F_i　：電荷型フォースセンサの出力 [pC]

S_i　：フォースセンサの感度 [pC / N]

N　：使用するフォースセンサの個数

$S_{average}$　：フォースセンサの平均感度 [pC / N]

(5)　複数のセンサを用いる場合、センサの出力信号を個別に計測し、後から合算・減算の処理を行うことで、供試体に負荷されたモーメントを求めることができる（式 4.1.3-2）。ただし、モーメントをオートノッチングする必要がある場合は、加振制御中にリアルタイムで次式の計算処理ができる装置が必要となる。

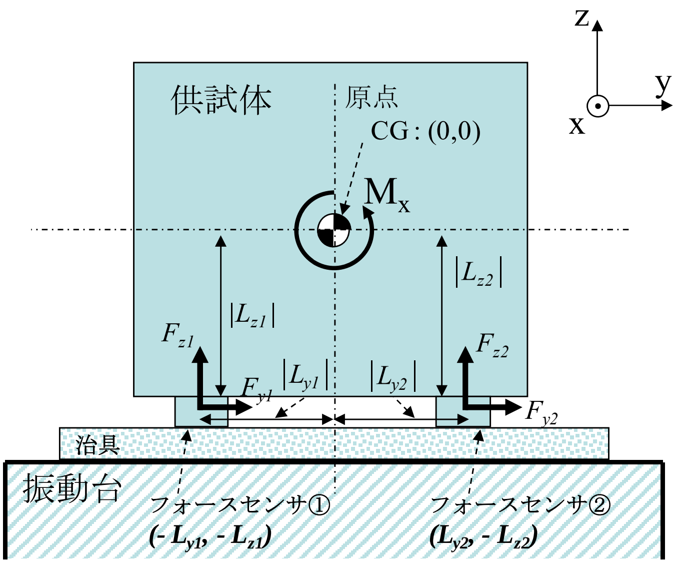
$$\begin{Bmatrix} M_x(t) \\ M_y(t) \\ M_z(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^{N}\left(L_{yi}F_{zi}(t) + L_{zi}F_{yi}(t)\right) \\ \sum_{i=1}^{N}\left(L_{xi}F_{zi}(t) + L_{zi}F_{xi}(t)\right) \\ \sum_{i=1}^{N}\left(L_{xi}F_{yi}(t) + L_{yi}F_{xi}(t)\right) \end{Bmatrix} \tag{4.1.3-2}$$

ここで、M_x、M_y、M_z　：定義した原点回りに負荷されたモーメント

L_x、L_y、L_z　：各フォースセンサの座標位置
（各軸上の距離、図 4.1.3-1 参照）

F_x、F_y、F_z　：各フォースセンサからの出力値

N　：フォースセンサの個数



$$\boxed{M_x = \left(-L_{y1}F_{z1}(t) - L_{z1}F_{y1}(t)\right) + \left(L_{y2}F_{z2}(t) - L_{z2}F_{y2}(t)\right)}$$

※供試体の重心を原点とした例

図 4.1.3-1　供試体に負荷されたモーメントの計算例（供試体重心を原点とした場合）

4.1.4 フォース計測値の簡易確認法

フォースセンサは供試体と振動台の間に設置されており、センサや接続ケーブルの交換には手間がかかることが多い。確実に試験を実施するためには振動試験を開始する前に計測系の基本的な健全性を確認しておくことが有効である。

供試体の 1 次共振周波数よりも十分に低い周波数領域（共振周波数の 1/3 以下の範囲（図 4.1.3-2 参照））においては、供試体は剛体として振舞う。従って、1 次共振周波数よりも十分に低い周波数領域における動質量は、理論的には供試体の質量と等しくなる（図 4.1.3-1）。

このことから、低周波数領域の動質量と供試体の質量を比較し、ほぼ同じ値となればフォースの計測値は健全であると評価できる。具体的な確認手順を以下に示す。

本項の詳細については、Appendix E を参照のこと。

(1) 本試験前に低レベル・低周波数の振動試験を行い、供試体への入力加速度：$A_{IF}(\omega)$（I/F 部の加速度応答）及び I/F フォース：$F_{IF}(\omega)$を計測する。

(2) 前(1)項で計測した$A_{IF}(\omega)$及び $F_{IF}(\omega)$を次式に代入して供試体の低周波数領域の動質量を計算し、剛質量と比較・評価する。

$$\underline{M}(\omega) = {F_{IF}(\omega)}/{A_{IF}(\omega)} \tag{4.1.4-1}$$

ここで、$\underline{M}(\omega)$ ：動質量 [kg]

$F_{IF}(\omega)$ ：計測された I/F フォース（合力） [N]

$A_{IF}(\omega)$ ：入力加速度（低レベル加振） [m/s^2]

(注 1) 評価周波数が供試体の 1 次共振周波数の 1/3 の周波数である場合、理論的な差は約 10%である。この差と周波数比の関係の理論解を図 4.1.3-3 に示す。図 4.1.3-3 の計算の詳細については Appendix E を参照のこと。

(注 2) 本項の確認方法は、センサの不具合やケーブルの断線、計測系の設定ミスなど、計測系の基本的な健全性を確認するためには有効な手段であるが、前(注 1)項のような差を含む可能性があるため、計測値の校正に用いることはできない。

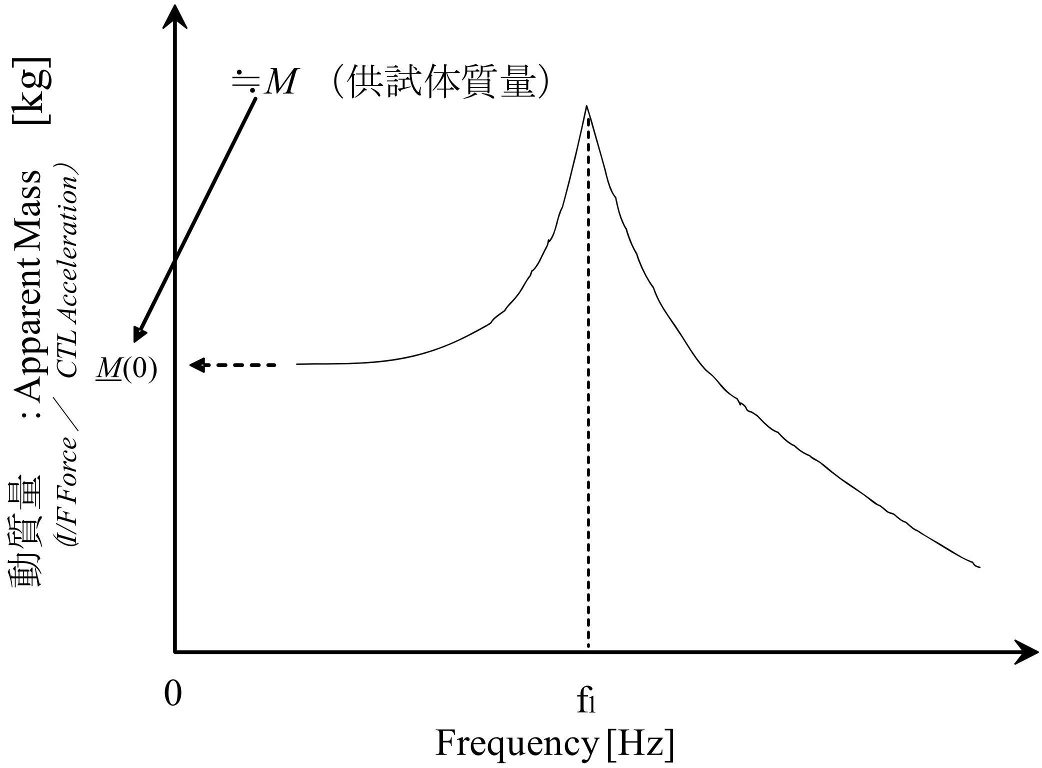


図 4.1.3-1　I/F フォース計測結果の簡易確認法　模式図

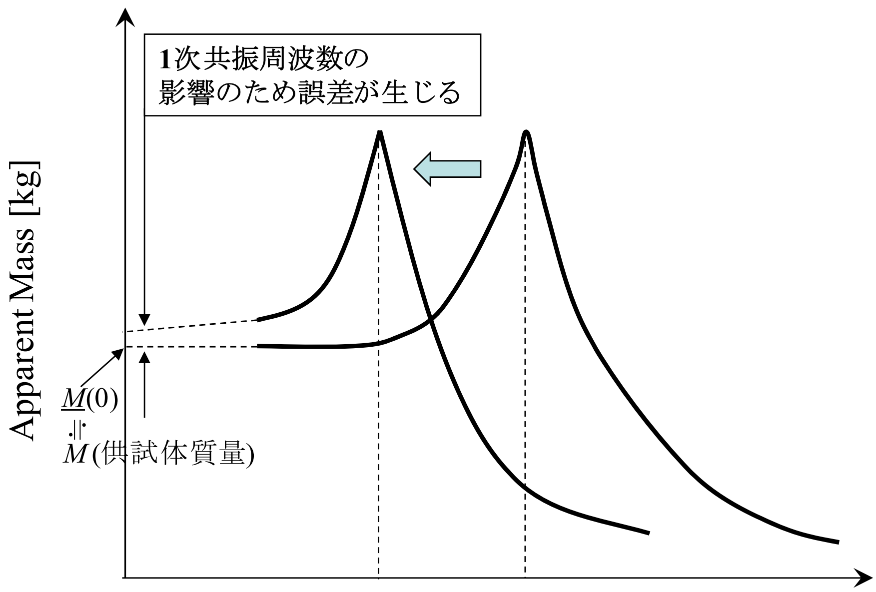


図 4.1.3-2　供試体の共振周波数の影響　模式図

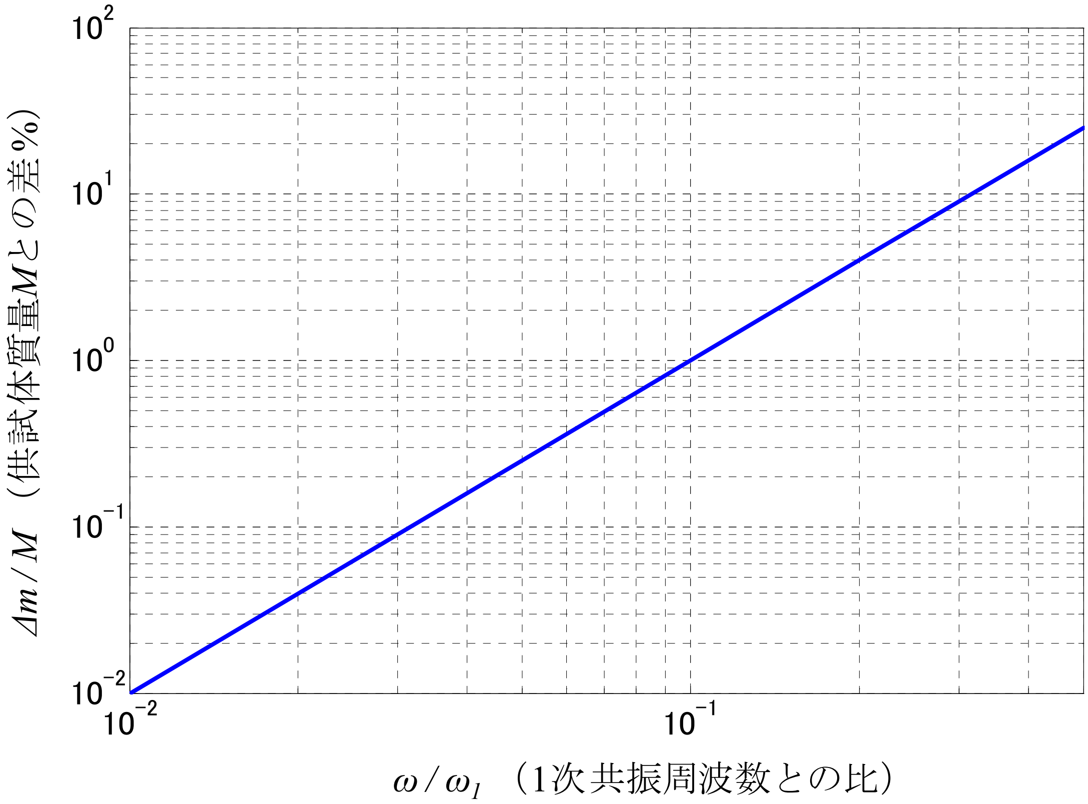


図 4.1.3-3　動質量の誤差と周波数比（1 次共振周波数との比）の関係

4.1.5　フォース計測値の補正

治具を介して供試体をフォースセンサへ取付ける場合、供試体だけではなく治具の動特性を含むフォースが計測される。従って、計測されたフォース値から治具の影響を補正する必要がある。

以下に、フォース計測値の補正方法を示す。

(1)　治具を介して供試体をフォースセンサに取付けた時（図 4.1.5-1）にフォースセンサから出力される値は次式となる。

$$F_{meas}(\omega) = \left[\underline{M}(\omega) + \underline{M_{JIG}}(\omega) \right] \times A_{spec}(\omega) \qquad (4.1.5\text{-}1)$$

ここで、$F_{meas}(\omega)$　：I/F フォースの計測値 [N]

$\underline{M}(\omega)$　：供試体の動質量 [kg]

$\underline{M_{JIG}}(\omega)$　：治具の動質量 [kg]

$A_{spec}(\omega)$　：加速度スペック [m/s^2]

(2)　補正後の計測値は、フォース計測値から式(4.1.5-1)の第 2 項の成分（$\underline{M_{JIG}}(\omega) \times A_{spec}(\omega)$の項）を差し引くことで計算できる。

治具の 1 次共振周波数の 1/3 以下の周波数帯域では、治具の動質量は一定値（＝治具の剛質量：M_{JIG}）と見なせる。この場合は、計測値$F_{meas}(\omega)$から（$M_{JIG} \times A_{spec}(\omega)$）を差し引くことで容易に補正できる。

なお、治具の質量については 4.2.2 項の内容に注意すること。

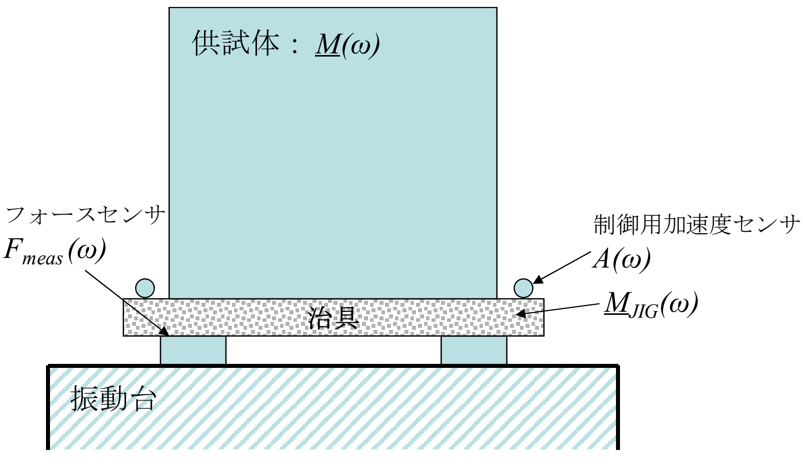


図 4.1.5-1　治具を用いた場合の取付け模式図

4.2　治具

フォースリミット振動試験に用いる治具として、剛性がより高く、かつより軽い治具を用いることが望ましい。しかし、一般的には剛性を高くすることと軽量化を行うことは相反する設計要求となる。治具の剛性と質量をどのように設計するかが重要である。

本項では、フォースリミット振動試験に用いる治具の共振周波数及び質量に関する留意点を示す。

4.2.1　治具の共振周波数

治具を介して供試体を取付けると、供試体と治具が構造連成してそれぞれの共振周波数がシフトする。周波数シフト量は、供試体と治具の共振周波数が近いほど大きくなる。図 4.2.1-1 に、この周波数シフト現象の模式図を示す。

この周波数シフト量を小さくするためには、治具単体の 1 次共振周波数が供試体単体の 1 次共振周波数よりも十分高くなるように治具を設計する必要がある。

周波数シフト量を簡易的に見積もる方法を以下に示す。

(1) 共振周波数比を計算する（治具単体共振周波数 / 供試体単体共振周波数）
(2) 質量比を計算する（治具質量 / 供試体質量）
(3) 前(1), (2)項の結果をもとに、図 4.2.1-2 から周波数シフト量を見積もることができる。なお、図 4.2.1-2 の計算の詳細については Appendix E を参考のこと。

周波数シフト量が大き過ぎる場合は、治具の剛性を高くする設計変更を行い再度上記の手順で確認を行う。なお図 4.2.1-2 から、共振周波数比が高いほど、または質量比が大きいほど周波数シフト量が小さくなることがわかる。

ただし、質量比が大きくなり過ぎるとフォース値の計測精度が低下するので注意が必要である。質量比の大きさについて、前 4.2.2 項に示す事項についても問題がないことを合わせて確認すること。

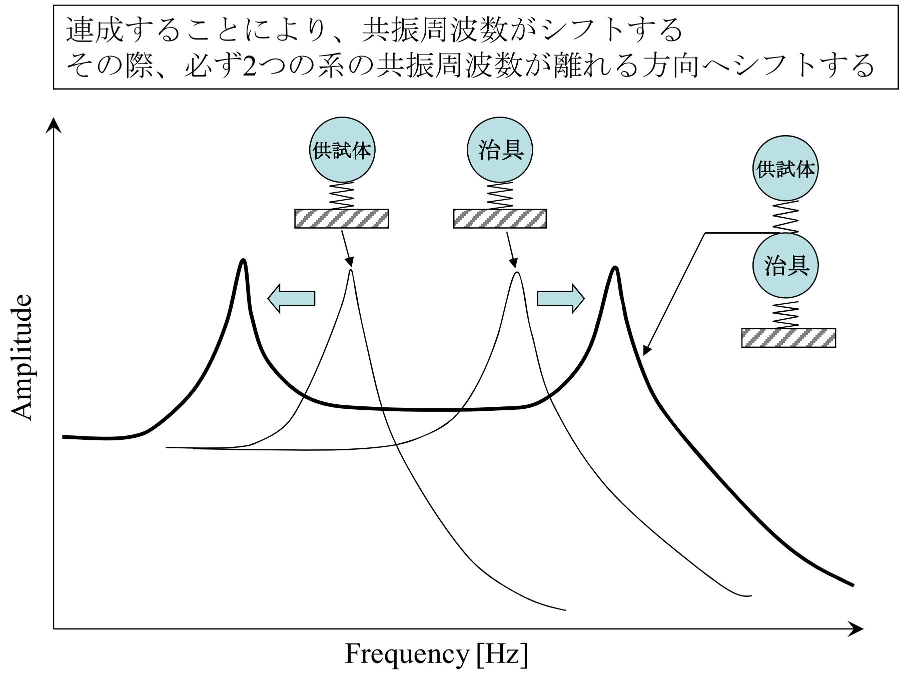


図 4.2.1-1　　周波数シフト現象の模式図

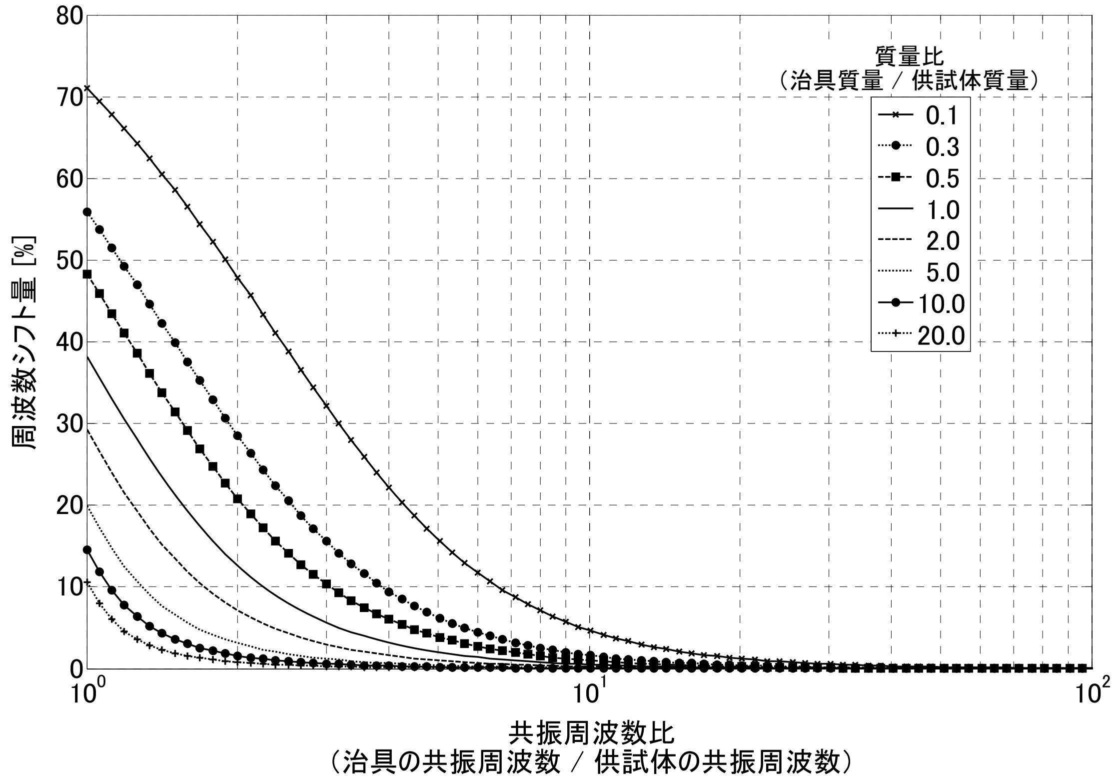


図 4.2.1-2　　周波数シフト量の簡易計算例

4.2.2　治具の質量

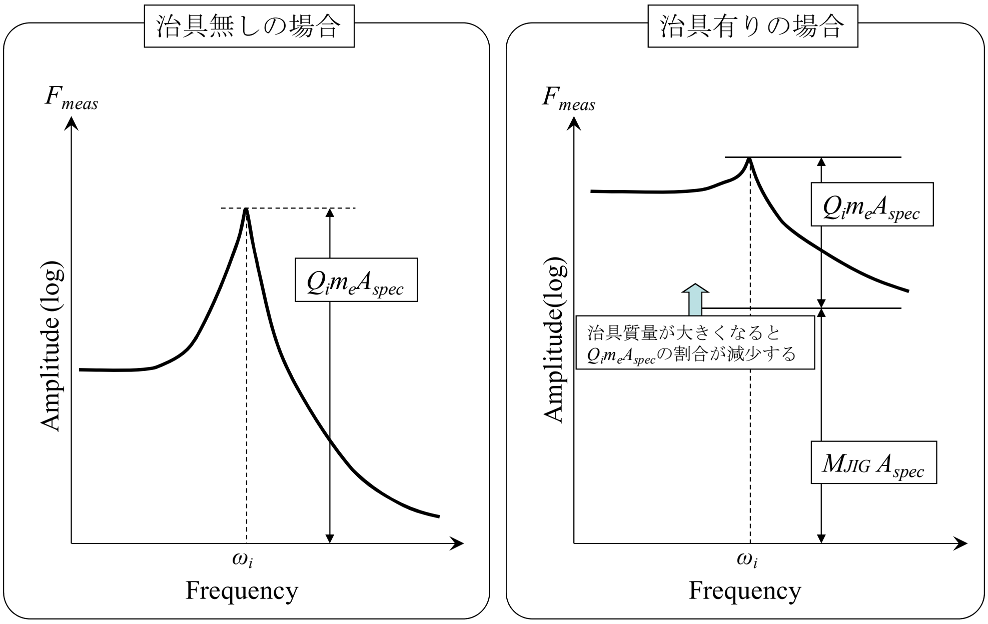
供試体を治具を介して取付けた場合と、治具を用いずに直接取付けた場合について、I/F フォースの計測結果を模式的に示した図を図 4.2.2-1 に示す。治具の質量によるフォースの出力値を計測値中の雑音（Noise）と考えると、治具の質量が大きいほど S/N 比（計測系の Noise と Signal の比）が低下し、結果としてフォース値の計測精度が低下することになる。この S/N 比の低下を少なくするためには、治具の質量を極力小さくすることが望ましい。

以下に、フォース計測値の S/N 比を簡易的に見積もる方法を示す。なお、ここでは簡単のため、治具単体の共振周波数は供試体の共振周波数よりも十分に高く剛体として取り扱えると仮定する。

(1) 質量比を計算する（治具質量 / 供試体質量）
(2) 供試体単体の Q 値を求める
(3) 前(1),(2)項の結果をもとに、図 4.2.2-2 から S/N 比を見積もることができる。
　　なお、図 4.2.2-2 の計算の詳細については Appendix E を参考のこと。

S/N 比が小さすぎる場合は治具を軽くする設計変更を行い、上記の手順で再度確認を行う。

ただし、前 4.2.1 項で示したとおり、質量比が小さくなると供試体と治具の構造連成による周波数シフト量が大きくなるので注意が必要である。また、治具の質量が大きくなると 4.1.5 項で示した補正値も大きくなる。質量比の大きさについて、前 4.1.5 項及び 4.2.1 項に示す事項についても問題がないことを合わせて確認すること。



Q_i　：供試体 i 次振動モードの Q 値
m_e　：供試体(Load 系)の有効質量 [kg]
M_{JIG}　：治具の剛質量 [kg]
ω_i　：供試体 i 次モードの共振角周波数 [Hz]
A_{spec}　：加速度スペック[m/s^2]

図 4.2.2-1　　治具質量と S/N 比の関係　模式図

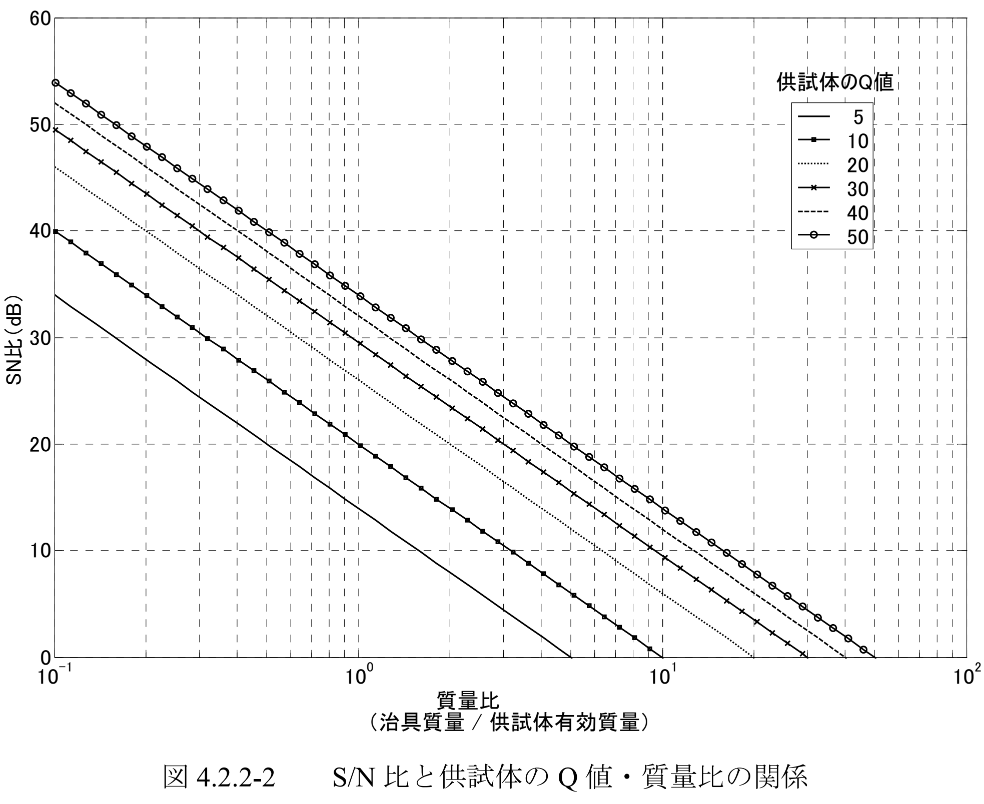


図 4.2.2-2　　S/N 比と供試体の Q 値・質量比の関係

4.2.3　治具の形状

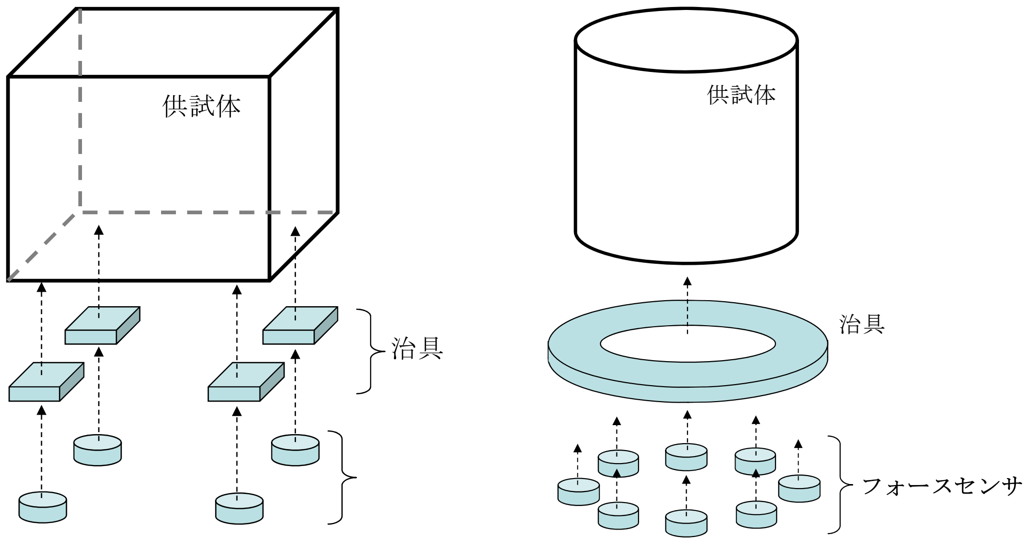
典型的な治具の形状に関して、利点と欠点を含めて以下に示す。

(1) センサ毎に分かれた治具、または、リング状の治具

利点：治具自体の剛性を確保することが比較的容易

欠点：供試体と治具の接地面積が少ないため取付け剛性が低下する可能性がある

概要図：

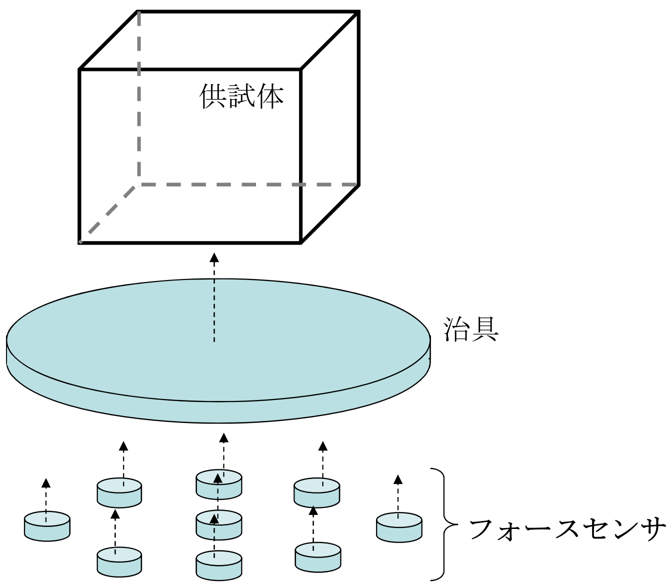


(2) 板状の治具

利点：供試体の接地面積が確保できる

欠点：治具自体の剛性を確保すると、治具の質量が大きくなる

概要図：



Appendix A　フォースリミット振動試験に係る基礎的な事項

本項では、フォースリミット振動試験に係る基礎的な事項として、動質量という物理量の概要、動吸振器現象の概要及びフォースリミット振動試験法の概要について述べる。

A.1　各種質量の説明

本ハンドブックでは、“剛質量”、“動質量”、“有効質量”、“剰余質量” 等の質量に関する用語が使用されている。本項では、これらの値の定義及び物理的な意味について説明する。

A.1.1　剛質量：$\boldsymbol{M}$

剛質量は、構造体が運動（剛体運動、振動）する時、ニュートンの運動方程式で定義される量であり、構造体に働く合力 F と構造体の加速度　A の比例関係で表わされる。

$$F = MA \tag{A1.1-1}$$

剛質量は、構造体に作用する合力ベクトルと、合力ベクトル方向の重心加速度の比で求められる。

A.1.2　動質量：$\underline{\boldsymbol{M}}$（Apparent mass、Dynamic mass）

動質量 $\underline{M}$ は式（A1.1-1）と同じ定義式であるが、構造体に働く合力 F が振動として定義されている場合、構造には弾性振動が発生する。したがって、加振力の合力及び重心加速度は周波数の関数となる。構造体の境界に働く合力：F_bと境界加速度：A_bの比は次式となる（式（A1.2-1））。

$$\underline{M}(\omega) = \frac{F_b(\omega)}{A_b(\omega)} = M\left\{1 + \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{m_{ek}}{M}\frac{{r_k}^2}{(1-{r_k}^2) + j2\zeta_k r_k}\right)\right\} \tag{A1.2-1}$$

ここで、M　　：剛質量 [kg]
m_{ek}　　：k次モードの有効質量 [kg]（後述）
r_k　　：周波数比（$= \omega/\omega_k$）
ω_k　　：k次モードの角周波数
j　　：虚数単位
ζ_k　　：k次モードの減衰比

動質量は周波数によって変化する。低周波（$r_k \simeq 0$）では剛質量と等しくなり、共振周波数（$r_k \simeq 1$）では最大となる（図 A.1.2-1）。

ここで、ある n 次モードまでの動質量を考えると、動質量の式は以下のように展開することができる。

$$\begin{aligned}\underline{M}(r_1 \sim r_n) &= M + \sum_{k=1}^{n}\left(m_{ek}\frac{r_k^2}{(1-r_k^2)+j2\zeta_k r_k}\right)\\ &= \left(\sum_{k=1}^{n} m_{ek} + \sum_{k=n+1}^{\infty} m_{ek}\right) + \sum_{k=1}^{n}\left(m_{ek}\frac{1+j2\zeta_k r_k}{(1-r_k^2)+j2\zeta_k r_k}\right)\\ &= \sum_{k=n+1}^{\infty} m_{ek} + \sum_{k=1}^{n}\left(m_{ek}\frac{1+j2\zeta_k r_k}{(1-r_k^2)+j2\zeta_k r_k}\right)\\ &= \left(\sum_{k=1}^{n-1}\left(m_{ek}\frac{1+j2\zeta_k r_k}{(1-r_k^2)+j2\zeta_k r_k}\right) + \sum_{k=n+1}^{\infty} m_{ek}\right) + m_{en}\frac{1+j2\zeta_n r_n}{(1-r_n^2)+j2\zeta_n r_n}\end{aligned} \tag{A1.2-2}$$

さらに、n 次モードのみに注目する。この場合、ある角周波数 ω における n 次よりも低次の振動モードの周波数比は、1 よりも大きい（$r_1 \sim r_n - 1 \gg 1$）。従って、式（A1.2-2）は第 1 項を無視して次式のように近似できる。ここで、m_{rn}は n 次振動モードの剰余質量である（剰余質量の詳細は A.1.4 項を参照のこと）。

$$\begin{aligned}\underline{M}(r_n) &\simeq \sum_{k=n+1}^{\infty}\left(m_{ek} + m_{en}\frac{1+j2\zeta_n r_n}{(1-r_n^2)+j2\zeta_n r_n}\right)\\ &= \left(M - \sum_{k=1}^{n} m_{ek}\right) + m_{en}\frac{1+j2\zeta_n r_n}{(1-r_n^2)+j2\zeta_n r_n}\\ &= m_{rn} + m_{en}\frac{1+j2\zeta_n r_n}{(1-r_n^2)+j2\zeta_n r_n}\end{aligned} \tag{A1.2-3}$$

式（A1.2-3）について、共振周波数（$r_n = 1$）、共振周波数よりも十分低い周波数領域（$r_n \ll 1$）及び十分高い周波数領域（$r_n \gg 1$）に分けて考えると、式（A1.2-3）をさらに簡略化できる（次式）。

$$\underline{M} \simeq m_{rn} + m_{en}\frac{1+j2\zeta_n r_n}{(1-r_n^2)+j2\zeta_n r_n} \simeq \begin{cases} m_{rn} & ,\ r_n \gg 1\\ m_{rn} + \dfrac{m_{en}}{2\zeta_n}, & r_n = 1\\ m_{rn} + m_{en}, & r_n \ll 1\end{cases} \tag{A1.2-4}$$

図 A1.2-1 及び式（A1.2-3）から、注目する振動モードの共振周波数（ここでは n 次モード：ω_n ）よりも十分低い周波数領域（$r_n \gg 1$）において、動質量は剰余質量と有効質

量の和と等しくなることが分かる。また動質量は、共振周波数付近（$r_n = 1$）においてピーク値となり、その大きさは剰余質量＋有効質量×Q 値（$Q = 1/(2\zeta_n)$）となる。このピーク値の大きさは、振動モードの減衰比の大きさと反比例の関係となる。また、周波数比が大きくなるほど、動質量は剰余質量に漸近することがわかる。

ここで、式（A1.2-3）及び式（A1.2-4）の結果を用いて、動質量の厳密解を剰余質量及び有効質量のみを用いて近似することを考える。図 A1.2-1 に結果を示す。

図 A1.2-1 のとおり、低次（1 次）モードに対しては良好な近似ができるのに対し、高次の振動モードに対しては誤差が大きくなることがわかる。例えば、図 A1.2-1 のとおり、4 次振動モードまでを 1 自由度の剰余質量及び有効質量で近似しようとすると、厳密解よりも小さな値となることがわかる。

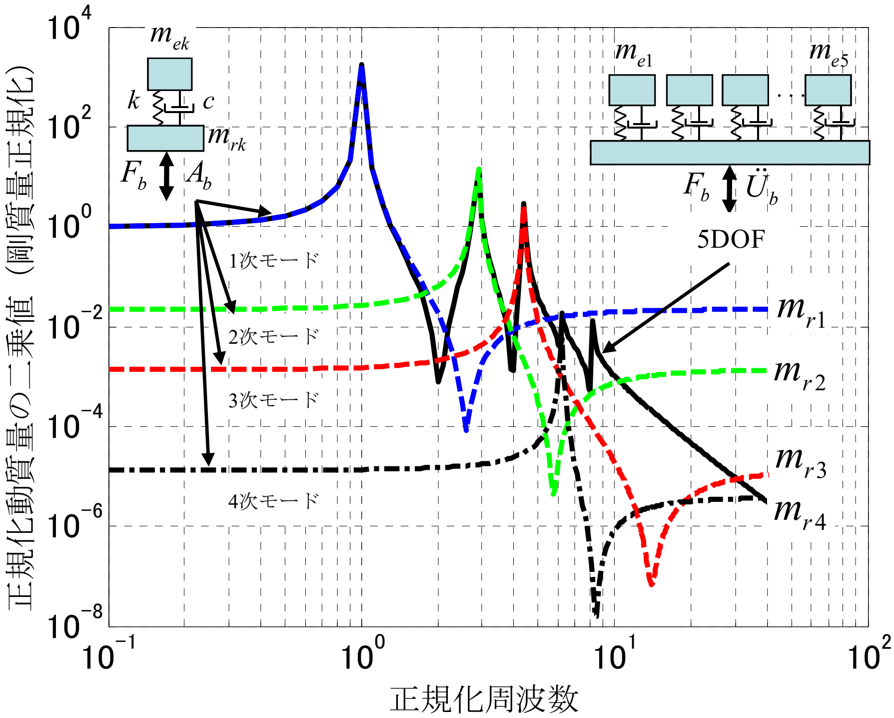


図 A1.2-1　動質量と周波数の関係（Q=100）

A.1.3　有効質量：$\boldsymbol{m_e}$ (Effective mass)

有効質量は、構造体をベース加振する時の構造体の振動応答に寄与するパラメータである。Appendix B に示すように、構造体の I/F 部がベース加速度（$\ddot{U}_b$）で加振される時、構造体内部の k 次振動モードの加速度応答（$\ddot{q_k}$）と $\ddot{U}_b$ の関係は次式となる。

$$\ddot{q_k} = \frac{r_k^2 T_k \ddot{U}_b}{m_k\{(1-r_k^2)+j2\zeta_k r_k\}} \quad , \quad (k=1,2,3,\cdots,n) \qquad \text{(A1.3-1)}$$

ここで、r_k　：周波数比（$=\omega/\omega_k$）

ω_k　：k次モードの角周波数 [rad/s]

T_k　：k次モードの連成係数 [kg]（式（A1.3-2））

m_k　：k次のモード質量（modal mass） [kg]

j　：虚数単位

ζ_k　：k次モードの減衰比

$$T_k = \{\phi_k\}^T[M]\{\phi_R\} \quad , \quad (k=1,2,3,\cdots,n) \qquad \text{(A1.3-2)}$$

ここで、$\{\phi_k\}$は境界固定時の k 次モードのモード形状、$\{\phi_R\}$は境界加振時の剛体モード形状、$[M]$ は境界固定時の質量行列である。この連成係数 T_k は負の値を持つことがあるため、k 次モードの有効質量の定義は次式となる。

$$m_{ek} = \frac{T_k^2}{m_k} \qquad \text{(A1.3-3)}$$

よって、モード質量を有効質量と等しい値にする場合、有効質量は連成係数の絶対値となる。従って有効質量はベース加速度とモード加速度応答の連成を表す質量である。有効質量の合計は剛質量となる。

$$M = \sum_{k=1}^{\infty} m_{ek} \qquad \text{(A1.3-4)}$$

A.1.4　剰余質量：$\boldsymbol{m_r}$（Residual mass）

剰余質量は、ある特定の振動モード（ k 次とする）を取出して考えた時、そのモード以外のモードの影響を無視する場合の低周波（$r_k \ll 1$）における質量である。

式（A1.2-3）に示すように、k 次モードのみの剰余質量は、低周波数領域においては次式となる。

$$m_{rk} \simeq M - \sum_{i=1}^{k} m_{ei} \tag{A1.4-1}$$

この質量は k 次モードのみを考えた場合の見かけの剛質量と考えることができる。

A.1.5　漸近動質量：$\underline{\boldsymbol{M_a}}$（Asymptotic dynamic mass）

前項までに示した有効質量及び剰余質量は、フォースリミット条件を見積もる際に使用される物理量であり、その厳密解は、前項までに示す式から計算することができるが、現実には構造数学モデルの不確定性から困難である場合が多い。特に、高次モードの剰余質量及び有効質量の厳密解を計算することは難しい。フォースリミット条件を見積る際には、Load 系のリミット対象周波数（通常、低次振動モードとなる）は、Source 系においては高次の振動モードとなる場合が多いので、Source 系の高次の振動モードの質量の簡易的な計算方法は重要である。

そこで、本項では有効質量及び剰余質量の代替として、漸近動質量という考え方を示す。漸近動質量を用いたフォースリミット条件の計算手順については 3.2 項を参照のこと。

動質量の厳密解に対する漸近解（ピークと谷が無いもの）、即ち漸近動質量は、経験的に次式で表すことができる。

$$\underline{M_a}(\omega) = \begin{cases} M & , \quad r_1 \le 1 \\ Mr_1 & , \quad r_1 > 1 \end{cases} \tag{A1.5-1}$$

ここで、r_1　：１次主要モードの周波数比（$= \omega/\omega_1$）
ω_1　：1 次共振角周波数 [rad/s]

図 A1.5-1 に、5 自由度バネマス系を正解値とした場合の、正解値と漸近解を比較した結果を示す。正解値は、式（A1.2-2）を用いて各振動モードの動質量の計算を行った結果である。この動質量の漸近解は、動質量の周波数上の平均値であり、1 次共振周波数及び剛質量が分かれば容易に計算することができる。

漸近動質量の各モードの周波数における値は、各モードの有効質量として近似できる。各モードの有効質量から式（A1.4-1）より各モードの剰余質量を計算することができる。

図 A1.5-2 は、5 自由度バネマスモデルの漸近動質量と各モードの有効質量を比較した物

であり、低次モードほど有効質量の正解値を精度よく再現できていることが分かる。高次モードになるほど漸近動質量は有効質量に比べて大きくなる。

例えば、Source 系の振動モードの周波数が、リミットを行う Load 系振動モードの周波数より低い場合、漸近動質量を用いて単純 2 自由度法のフォースリミット条件を計算すると、フォースリミット条件は厳密解よりも大きく（安全側）となる。

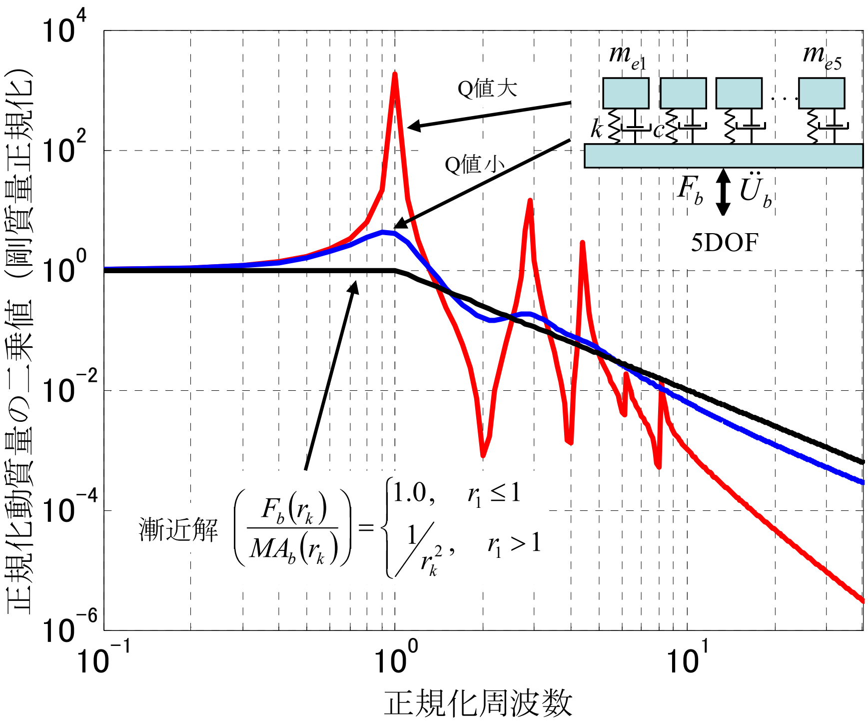


図 A1.5-1　動質量、動質量の漸近解及び漸近動質量

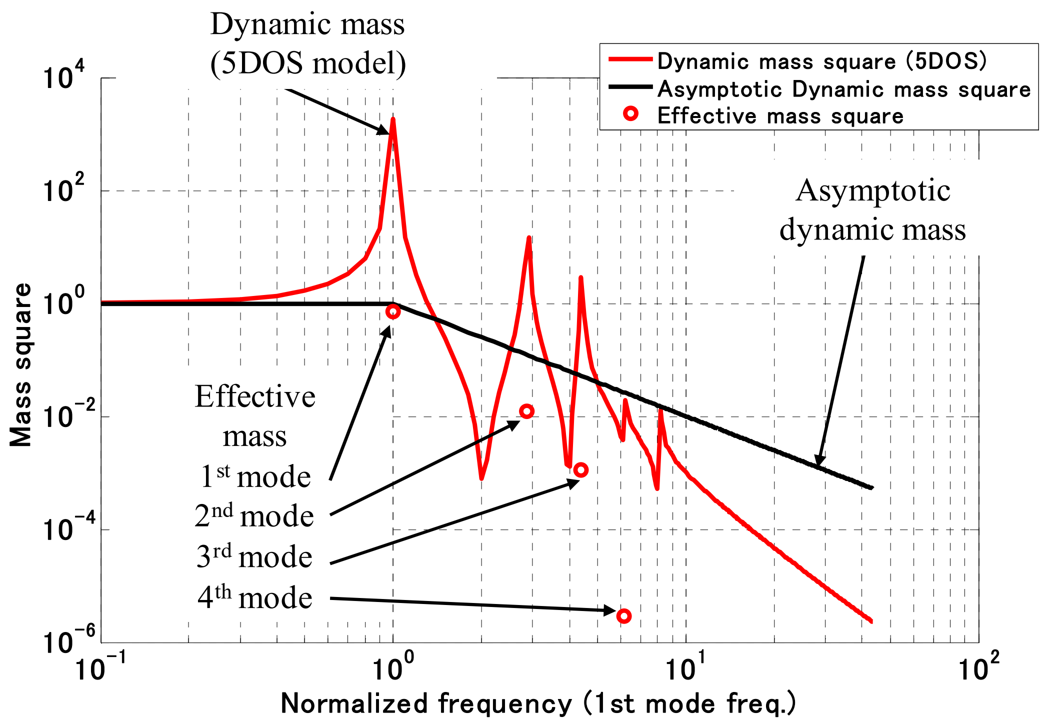


図 A.1.5-2　漸近動質量と各モードの有効質量の比較

A.2　動吸振器現象について

ある構造体（一次構造）単体を振動させる場合と、その一次構造に、別の構造体（二次構造）を取付けた連成系を振動させた場合を考える。この連成系が振動する時、二次構造の共振周波数において、一次構造の振動エネルギが二次構造に吸収される。このときの一次構造と二次構造の I/F 部の加速度応答レベルは、二次構造の共振周波数において、一次構造単体を振動させた時の加速度応答レベルよりも低くなる。

この様な状態となる二次構造のことを動吸振器（Dynamic absorber）と呼び、この吸振現象（効果）のことを動吸振器現象（効果）と言う。本項では、この動吸振器現象について述べる。

図 A2-1 に示す、2 個の構造分系モデル（Source 系と Load 系）を考える。Source 系は一次構造（被搭載側）、Load 系は二次構造（搭載側）と定義する。例えば、ロケットに衛星が搭載される場合を考える時、Source 系はロケット、Load 系は衛星システムとなる。同様に、衛星システムにサブシステムが搭載される場合となる時、Source 系は衛星システム、Load 系はサブシステムとなる。

Source 系のモデルに負荷される外力を F_b、Source 系と Load 系が結合した時に、I/F 部においてやり取りされる力を F_{IF} とする。

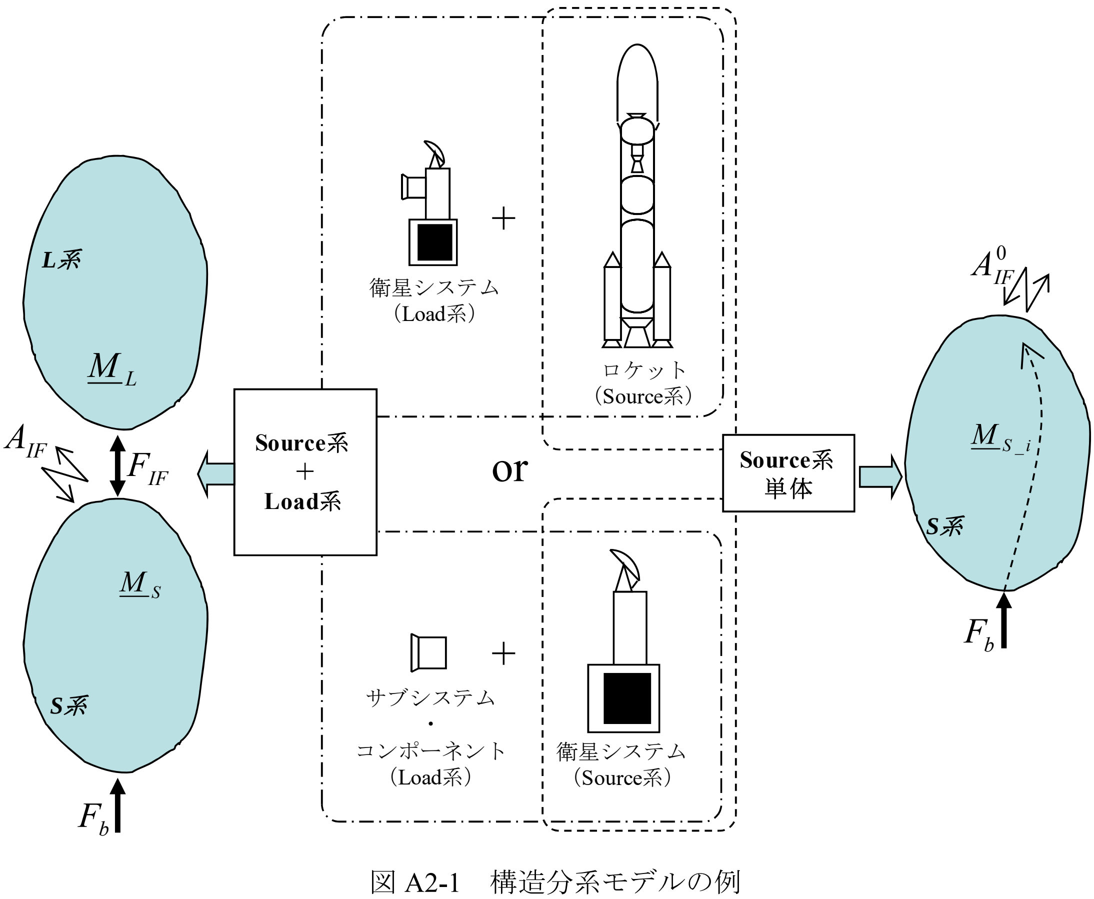


図 A2-1　構造分系モデルの例

Source 系単体に外力が負荷される場合（図 A2-1：右図）、Load 系が未結合の場合の I/F 部の加速度応答 A_{IF}^{0} と、負荷された外力 F_b との関係は次式となる。ここで、$\underline{M}_{S_i}$は外力 F_b と Source 系内部の加速度応答との比である。

$$A_{IF}^{0} = \frac{F_b}{\underline{M}_{S_i}} \tag{A2-1}$$

一方、Source 系と Load 系が結合した系（図 A2-1：左図）について、それぞれの系に注目すると I/F 部の加速度 A_{IF} と外力 F_b の関係は次の 2 つの式で表すことができる。ここで、$\underline{M}_S$ 、$\underline{M}_L$ はそれぞれ、I/F フォース F_{IF} と、Source 系、Load 系の I/F 部の加速度応答 A_{IF} との比（動質量）である。

$$A_{IF} = \frac{-F_{IF}}{\underline{M}_S} + \frac{F_b}{\underline{M}_{S_i}} \tag{A2-2}$$

$$A_{IF} = \frac{-F_{IF}}{\underline{M}_L} \tag{A2-3}$$

式（A2-1）～（A2-3）より、結合系の I/F 部の加速度応答 A_{IF} と、Source 系単体の I/F 部の加速度応答 A_{IF}^{0} の関係は次式となる。

$$\frac{A_{IF}}{A_{IF}^{0}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\underline{M}_L}{\underline{M}_S}\right)} \tag{A2-4}$$

式（A2-4）を計算した結果を、図 A2-2 に示す。Source 系の動質量に対して、Load 系の動質量が大きくなるほど、加速度の減少量が大きくなることがわかる。

また、式（A2-4）から、Load 系の動質量 $\underline{M}_L$ が最大となる時、即ち Load 系単体の共振周波数において、A_{IF}/A_{IF}^{0} は最小となることがわかる。これは、Load 系単体の共振周波数において、連成系の I/F 部が谷（反共振点）となることを意味している。

具体的な例として、図 A2-3 に示す簡易的な 2 自由度モデル（Source 系＋Load 系）を用いて、結合前と結合後の簡易モデルに単位加速度が入力した時の計算結果を図 A2-4 及び図 A2-5 に示す。図 A2-4 及び図 A2-5 の縦軸は加速度、横軸は Source 系単体加振時の共振周波数に対して正規化した周波数（即ち、Source 系単体の 1 次共振周波数を 1.0 とする）である。図 A2-4 及び図 A2-5 中の実線は結合後の Source 系の加速度応答、破線と鎖線はそれぞれ Source 系、Load 系を単体加振時の加速度応答を計算した結果である。この例では、Load 系と Source 系の剛質量が等しく（$M_L = M_S$）、系の Q 値を 50 として計算した例である。

図 A2-4 は Load 系と Source 系の共振周波数がほぼ一致している場合、図 A2-5 は Load 系と Source 系の共振周波数が離れている（3 倍）場合の計算結果である。

図 A2-4 及び図 A2-5 より、Load 系と Source 系の共振周波数が近い場合、離れている場

合にかかわらず、結合後の系には Load 系単体加振時の共振周波数において谷が生じることがわかる。この谷を生じさせる現象が、動吸振器現象である。また、結合後の系の加速度ピーク周波数は、Source 系と Load 系の２つ構造単体の共振周波数から、それぞれ離れるように両側へシフトすることが分かる。

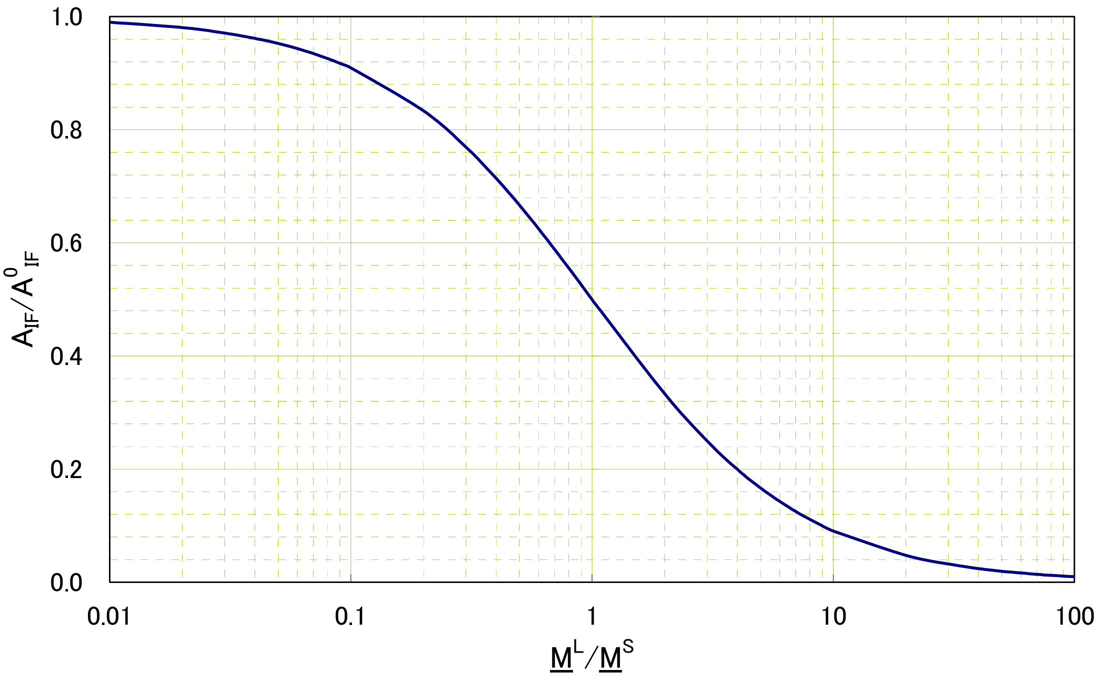


図 A2-2　動質量比と加速度レベルの低減量の関係

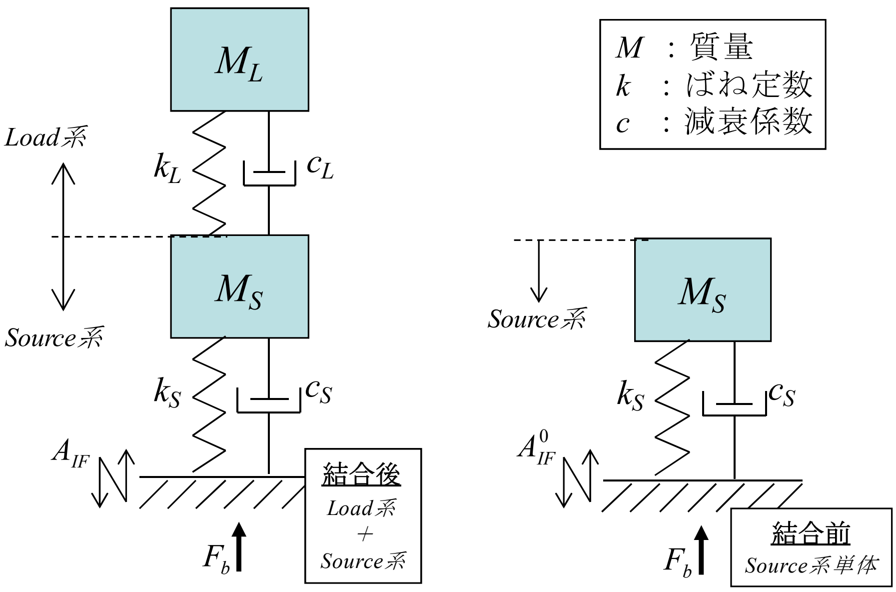


図 A2-3　 動吸振器の例（2 自由度系）

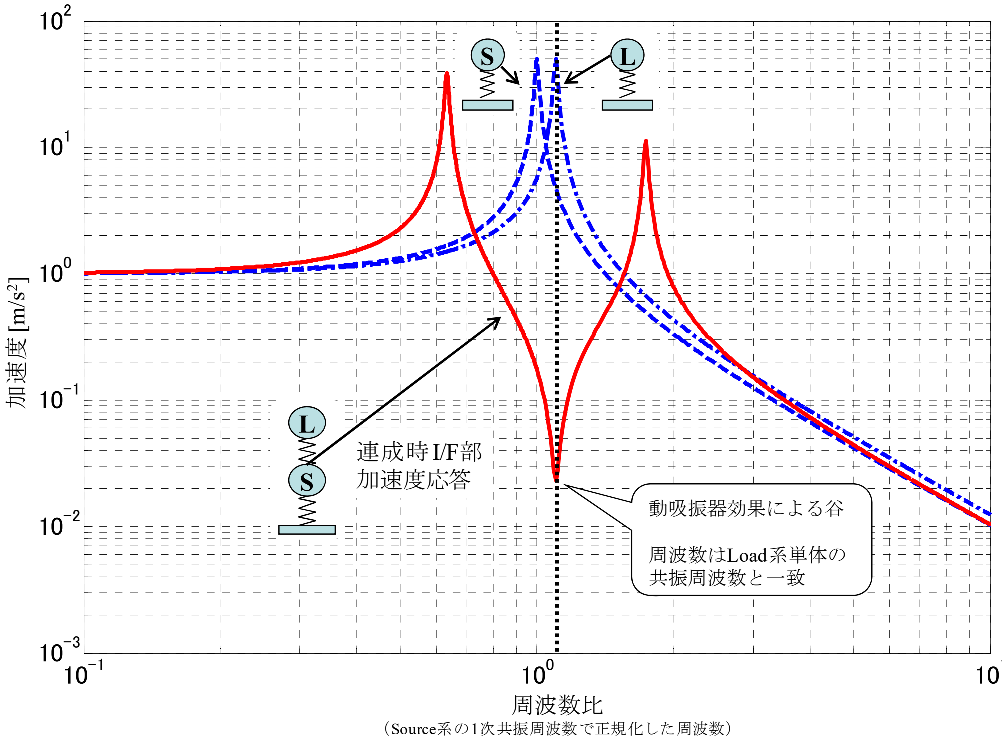


図 A2-4　動吸振器の一例（Source 系と Load 系の共振周波数が近い場合）

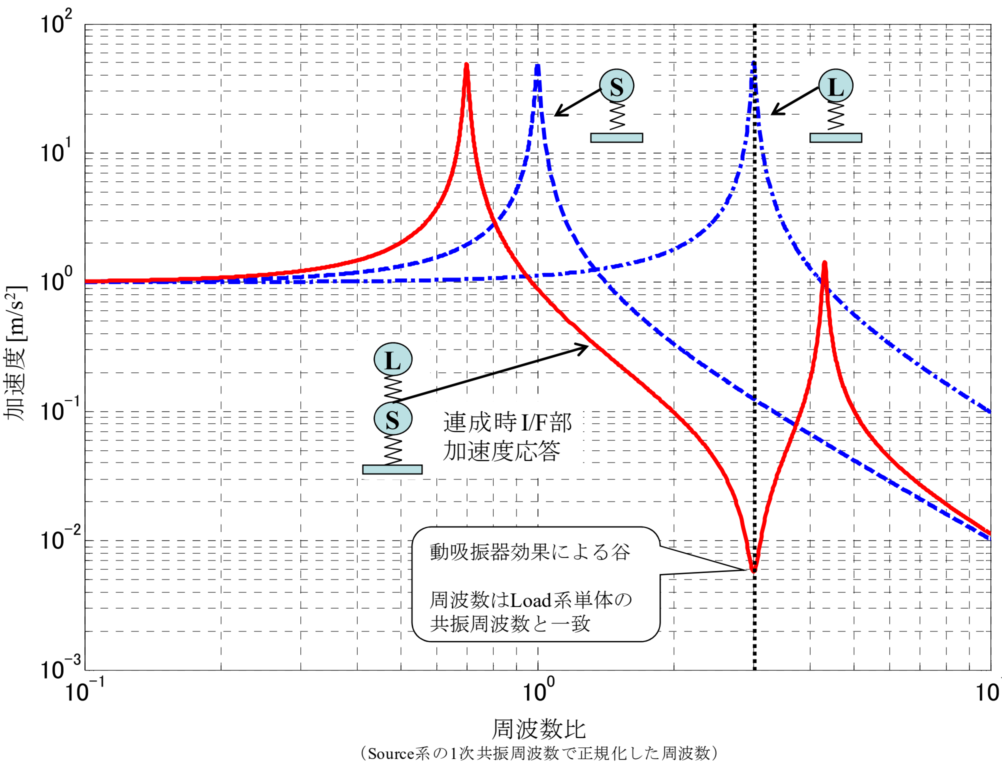


図 A2-5　動吸振器の一例（Source 系と Load 系の共振周波数が離れている場合）

A.3　フォースリミットによる振動試験の有効性

フォースリミットを用いることによって、振動試験における過負荷を低減することができる。フォースリミットは、振動試験中に振動台から供試体へ負荷される力（I/F フォース）を直接計測し、その周波数スペクトラムが予測される打上げ時の振動環境よりも過大とならないよう、供試体へ負荷される力を抑制（リミット）する振動制御手法である（図 A3-1）。

振動試験時は、打上げ時の振動環境を包絡するように設定された最大予測フライト環境（加速度の周波数スペクトラム）、即ち加速度スペック A_{spec} で加振される。この場合、振動試験中の入力フォースは打上げ時よりも過大となる。

そこで、フォースリミット振動試験では、、I/F フォースが最大予測フライト環境を超える周波数範囲において、入力加速度のノッチングを行う。フォースリミット値の計算方法については、3 項を参照のこと。

ここで、フォースリミット無しの振動試験における I/F フォースと動質量をそれぞれ $F_{No\ Limit}$ 、$\underline{M}_{No\ Limit}$ とする。またフォースリミット条件 F_{spec} と、加速度スペック A_{spec} の比（動質量）を$\underline{M}_{spec}$とする。これらの値には次式の関係がある。

$$\begin{aligned} F_{No\ Limit}(\omega) &= \underline{M}_{No\ Limit}(\omega)\times A_{spec}(\omega) \\ F_{spec}(\omega) &= \underline{M}_{spec}(\omega)\times A_{spec}(\omega) \end{aligned} \qquad \text{(A3-1)}$$

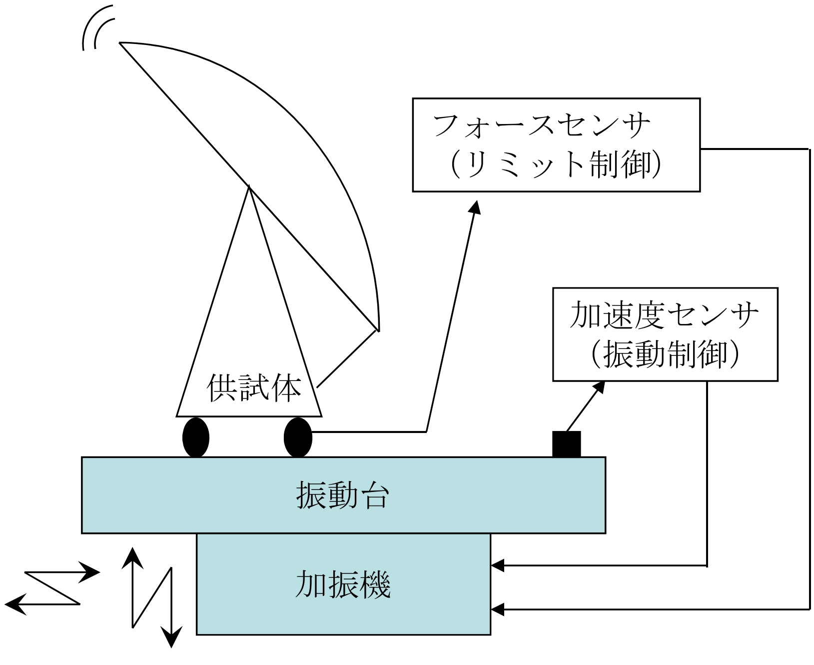


図 A3-1　フォースリミット振動試験の模式図

フォースリミット振動試験を行って振動試験時の過負荷を低減する例を、図 A3-2 に示す 2 自由度系（Source 系＋Load 系）を用いて示す。この振動モデルは、2 つの 1 自由度振動モデルが結合した 2 自由度振動モデルである。

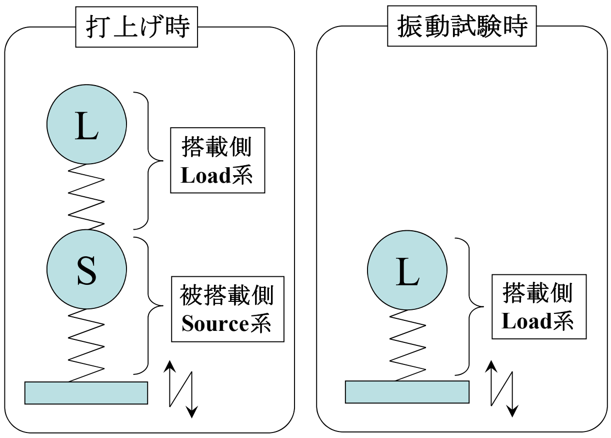


図 A3-2　2 自由度振動モデル

一方を振動試験を行う構造体（Load 系）のモデル、片方を打上げ時に Load 系を搭載する構造体（Source 系）のモデルとして考える。このとき、打上げ時のコンフィギュレーション（図 A3-2(左)）と振動試験時のコンフィギュレーション（図 A3-2(右)）で加振した時の、Load 系の加速度応答と入力フォースを計算する。

この例では、Load 系と Source 系の質量が等しく（$M_L = M_S$）、系の Q 値を 50 として計算する。図 A3-3 に、Load 系・Source 系単体の加速度応答及び連成系の Source 系の加速度応答について、入力加速度を 1.0 m/s^2 とした時の加速度応答を計算した結果を示す。

連成系の共振周波数は、連成前の Load 系・Source 系それぞれ単体の共振周波数とは異なる周波数となる。また連成時の Source 系の応答については、Load 系が動吸振器として働いた結果、Load 系単体の共振周波数が谷となっていることがわかる。この連成時の Source 系の加速度応答（図 A3-3 中の実線）が、打上げ時の Load 系の振動環境に相当する。

図 A3-4 に、図 A3-2 に示す連成系及び Load 系単体を加振した時の加速度及びフォースの応答を計算した結果を示す。

加速度スペック A_{spec} は、打上げ時の振動環境を包絡するように設定される。この振動環境とA_{spec} の関係を図 A3-4 下図（鎖線と実線）に示す。また、A_{spec} を加振条件として振動試験を実施した時の I/F フォースと、打上げ時（連成系）の I/F フォースの比較を図 A3-4 中図に示す。図中の実線が振動試験時の I/F フォース、鎖線が打上げ時の I/F フォースである。供試体の共振周波数において、打上げ時よりも過大なフォースが入力していることがわかる。この例では約 26 dB の負荷となっている。

これに対して、A_{spec} で加振しつつ、打上げ時 I/F フォースの包絡値である F_{spec}（図 A3-4 中図の点線）をフォースリミット条件としてフォースによるオートノッチングを行うと、過大なフォースの入力が低減され、入力加速度にノッチが生じる（図 A3-4 下図の点線）。このように、フォースリミット振動試験を行うことで、供試体への過大なフォースの入力を防ぐことができる。

図 A3-4 の上図は、Load 系の動質量 $\underline{M_L}(\omega)$（実線）、連成時の I/F フォースと I/F 部の加速度の比、フォースリミット条件と加速度スペックの比を比較した結果を示した図である。図 A3-4 から、フォースによるオートノッチングによって、振動試験時の動質量が連成時の I/F フォース及び加速度の包絡値の比と等しい値となるように制御されることが分かる。

実際の構造体にフォースリミット振動試験を適用した例を Appendix F に示す。

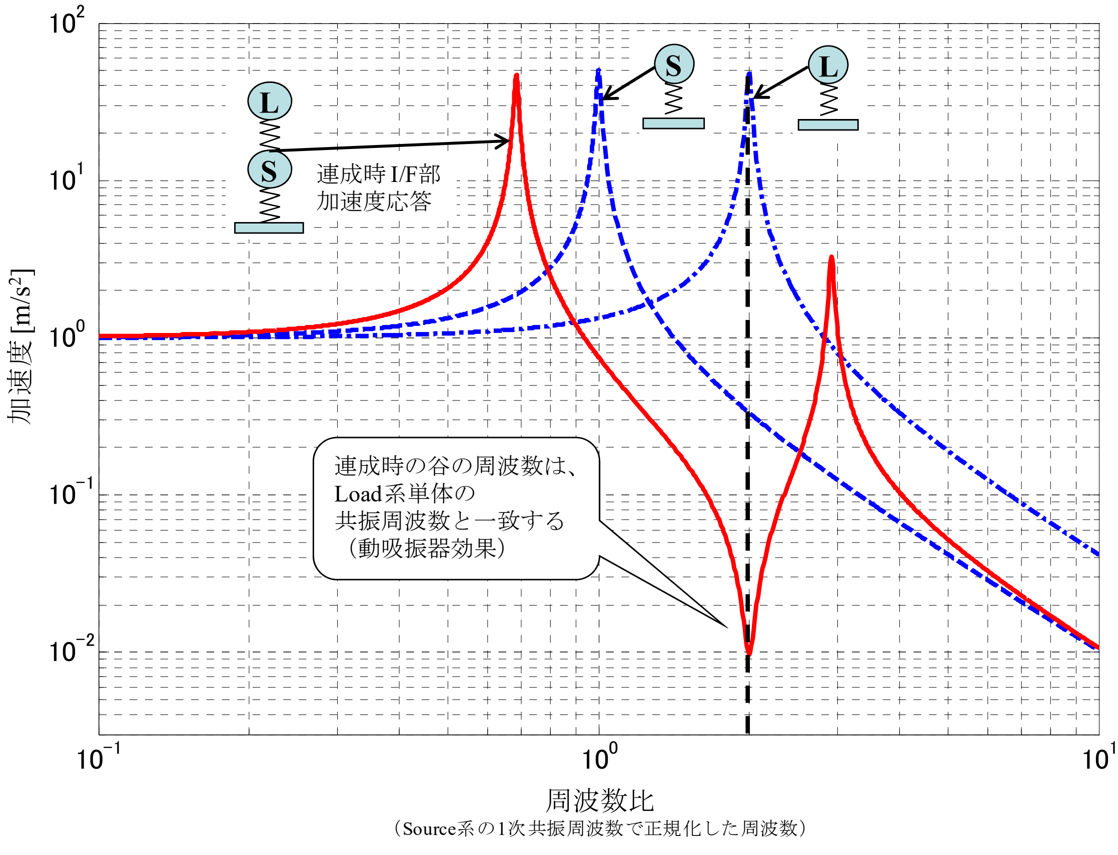


図 A3-3　2 つの 1 自由度系を連成させた時の計算例

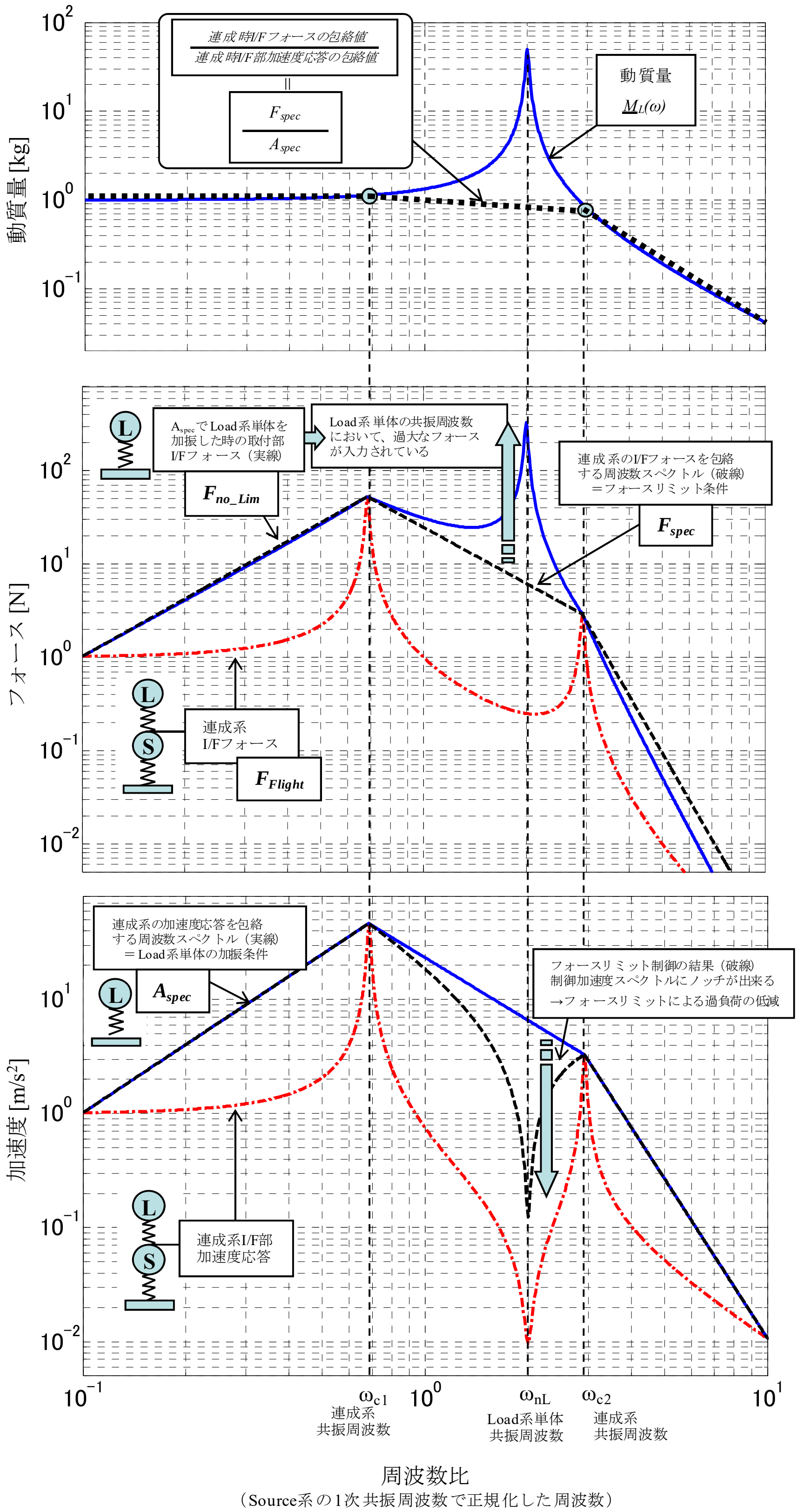


図 A3-4　打上げコンフィギュレーションと加振試験時の計算例

Appendix B　Craig-Bampton 法

本項では、ロケット－衛星の CLA や衛星システムとサブシステム間でやり取りされる構造数学モデルによく用いられる Craig-Bampton 法について解説する。

B.1　Craig-Bampton モデル

部分構造合成法とは、いくつかの部分構造（ここでは、主構造（Source）と副構造（Load）の二つの部分構造からなるとする）のモデルを結合部で結合し、全体構造の解析モデルを構築する手法である。この項では、ロケットと衛星の CLA や衛星システムとアンテナ等のサブシステムの結合解析でよく使用される部分構造合成法である Craig-Bampton 法（以下 CB 法と略す）[B-1] について紹介する。

CB 法で作られるモデルは、部分構造の挙動を結合部固定時の弾性振動モードと結合部の剛体運動を組み合わせて表す縮退モデルである。CB 法の特徴として、以下の点が挙げられる。

(1) 自由度の多い有限要素モデル（数万～数百万個の自由度）の規模を極めて小さくすることが出来る。CB モデルの自由度は、結合点数×6（剛体運動 6 自由度）に解析周波数範囲内にある弾性振動モード数を加えたものである。例えば、100Hz までの解析周波数範囲において、30 個の振動モードがあり、結合点が 2 点である場合、CB 法のモデルの自由度は 30+6×2＝42 であり、縮退されたマトリクスのサイズは 42×42 となる。

(2) 内部自由度の運動は、結合部固定時の内部自由度の弾性振動モードと結合部自由度の剛体運動の組み合わせで得られる。

(3) 使用していない振動モード（剰余モード）は CB モデルの精度に影響する。従って、解析対象周波数より高周波側の振動モードも使用する必要がある。

部分構造モデルを縮退する前に、構造自由度を結合境界自由度（記号 b とする）、構造内部の自由度（記号 i）とする。図 B1-1 に示すように、U_i，U_bをそれぞれ構造内部自由度と境界自由度の変位とし、境界に作用する力をf_bとする。構造内部自由度に作用する力をf_iとすると、非減衰の運動方程式は式(B1-1)となる。

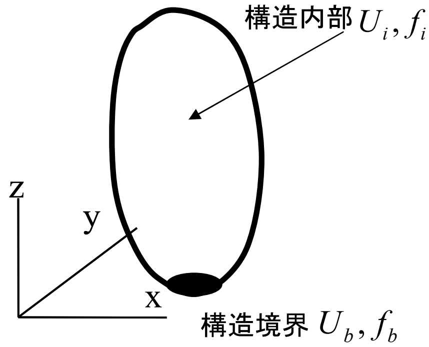


図 B1-1　結合解析の構造体モデル

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ib} \\ M_{ib}^T & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_i \\ \ddot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ib} \\ K_{ib}^T & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_b \end{Bmatrix} \tag{B1-1}$$

ここで、添字Tは行列の転置、M_{ii}，K_{ii}は構造内部自由度の質量、剛性マトリクス、M_{ib}は境界自由度と構造内部自由度の質量連成マトリクス、K_{ib}は剛性の連成マトリクスである。式(B1-1)中のマトリクスは、有限要素法の質量マトリクスと剛性マトリクスの並べ替え(Partitioning)により得られ、特別な計算を要さない。

大規模な有限要素モデルでは式(B1-1)の質量、剛性マトリクスは非常に大きく、通常、数十万要素に及ぶ。この大規模な有限要素モデルを CB 法により、小さいモデルに縮退する。

構造結合部の境界自由度と内部自由度の関係は以下の CB 変換式(B1-2)により求められる。即ち、境界内部自由度の変形は剛体変形と弾性変形の和で表すことができる。

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_L & \phi_R \\ 0 & l_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ U_b \end{Bmatrix} = T_{CB} \begin{Bmatrix} q \\ U_b \end{Bmatrix} \tag{B1-2}$$

式(B1-2)中のT_{CB}を CB 変換マトリクスと呼ぶ。CB 変換マトリクス中のϕ_Lは境界固定時の弾性モード形状、ϕ_Rはコンストレイントモードマトリクス（拘束モードマトリクス）、l_bは単位行列である。ϕ_Lは、式(B1-1)から境界自由度を削除し（$\because\ U_b = 0$，$\ddot{U}_b = 0$）、次の固有値問題を解いて得られる固有ベクトルである。

$$\left(K_{ii} - \omega_k^2 M_{ii}\right)\{\phi_L\}_k = 0 \quad (k = 1,2,3,\cdots,n) \tag{B1-3}$$

次に、剛体運動のモード形状ϕ_Rは、構造内部自由度と境界自由度間の慣性荷重を無視して得られる。剛体運動の場合構造内部には外力が作用しないこと$(f_i = 0)$を考え、式(B1-1)の慣性力項を無視すると、

$$\begin{gathered} K_{ii}U_i + K_{ib}U_b = 0 \\ \therefore U_i = -K_{ii}^{-1}K_{ib}U_b = \phi_R U_b \\ \phi_R = -K_{ii}^{-1}K_{ib} \end{gathered} \tag{B1-4}$$

となる。この式(B1-4)は、境界内部自由度の変位と境界自由度の変位を関係付ける式であり、Guyan の静縮退 (B-2) と呼ばれる。

式(B1-2), (B1-3), (B1-4)を式(B1-1)に代入し、弾性モード自由度q（n×1 のベクトル）と境界変位U_bで運動方程式を表すと、式(B1-5)が得られる。

$$\begin{bmatrix} M_{qq} & M_{qb} \\ M_{qb}^T & M_{rig} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{qq} & 0 \\ 0 & K_{rig} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_L^T f_i \\ \phi_R^T f_i + f_b \end{Bmatrix} \tag{B1-5}$$

ここで、M_{qq}，K_{qq}はそれぞれモード質量行列、モード剛性行列であり、M_{qb}は構造内部の弾性モードの質量を剛体モードへ変換したもので、剛体モードと弾性モードの連成強さを表す。M_{rig}は境界自由度U_bに対する等価質量、K_{rig}は境界自由度U_bの単位変位に対する境界上の反力であり、境界点数が 1 で境界以外の拘束がなければ、K_{rig}はゼロ行列である。M_{qq}，K_{qq}は n×n、M_{qb}は n×b であり、CB 変換されたマトリクスサイズは(n+b)×(n+b)である。b は境界自由度の数で、境界点数×6 である。

左辺第二項のゼロマトリクスは、$\phi_L^T K_{ii}\phi_R + \phi_L^T K_{ib} = \phi_L^T K_{ii}(-K_{ii}^{-1}K_{ib}) + \phi_L^T K_{ib} = 0$よりゼロとなる（静縮退の効果）。従って、CB 変換された運動方程式は、境界自由度とモード自由度が剛性ではなく質量で連成していることが分かる。

式(B1-5)の各マトリクスの詳細は以下の通りである。

$$M_{qq} = \phi_L^T M_{ii} \phi_L \tag{B1-6}$$

$$M_{qb} = \phi_L^T M_{ii}\phi_R + \phi_L^T M_{ib} l_b = \phi_L^T M_{ii}\phi_R \tag{B1-7}$$

$$M_{rig} = \phi_R^T M_{ii}\phi_R + \phi_R^T M_{ib} l_b + l_b M_{ib}^T \phi_R + M_{bb} \tag{B1-8}$$

$$K_{rig} = \phi_R^T K_{ii} \phi_R + \phi_R^T K_{ib} l_b + l_b K_{ib}^T \phi_R + K_{bb} = \{K_{ib}, K_{bb}\}\{\phi_R, l_b\}^T \tag{B1-9}$$

$$M_{qq} = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_n \end{bmatrix}_{n\times n}, K_{qq} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 m_1 & & & \\ & \omega_2^2 m_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 m_n \end{bmatrix}_{n\times n} \tag{B1-10}$$

$$M_{qb} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & & T_{1b} \\ T_{21} & T_{22} & & T_{2b} \\ & & \ddots & \\ T_{n1} & T_{n2} & & T_{nb} \end{bmatrix}_{n\times b} \tag{B1-11}$$

$$m_k = \{\phi_L\}_k^T M_{ii} \{\phi_L\}_k \quad , k_k = \{\phi_L\}_k^T K_{ii} \{\phi_L\}_k \quad , (k = 1,2,3, \cdots, n) \tag{B1-12}$$

$$\omega_k^2 = \frac{k_k}{m_k}, \quad (k = 1,2,3, \cdots, n) \tag{B1-13}$$

$$T_{ki} = \{\phi_L\}_k^T M_{ii} \{\phi_R\}_l, \quad \left(k = 1,2,3, \cdots, n \quad l = 1,2,3 \cdots, b\right) \tag{B1-14}$$

ここで、記号 T はマトリクスの転置を表す。式(B1-5)は非減衰の運動方程式であるが、モード自由度qに対しモード減衰を仮定すると、次式となる。

$$\begin{bmatrix} M_{qq} & M_{qb} \\ M_{qb}^T & M_{rig}^l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{U}_b^l \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{qq} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{U}_b^l \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{qq} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ U_b^l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_b^l \end{Bmatrix} \tag{B1-15}$$

B.2　有効質量（Effective mass）

ここでは、宇宙機の開発でよく用いられる有効質量の概念について説明する。有効質量はCBモデルから直接的に導くことが出来る。

B.1 項で示した式(B1-5)は、境界自由度数が 6×境界点数の場合であるが、ここでは、構造内部に力が作用せず（$f_i = 0$）、1軸方向のみの境界運動（振動試験時を想定）を考える。この時、境界自由度の数は一つ（記号lで表す）となり、式(B1-15)の各マトリクスは、

$$\begin{bmatrix} M_{qq} & M_{qb} \\ M_{qb}^T & M_{rig} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & T_{1l} \\ & m_2 & & & T_{2l} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & m_n & T_{nl} \\ T_{1l} & T_{2l} & \cdots & T_{nl} & T_{nb} \end{bmatrix} \tag{B2-1}$$

$$\begin{bmatrix} C_{qq} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\zeta_1\omega_1 m_1 & & & & 0 \\ & 2\zeta_2\omega_2 m_2 & & & 0 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & 2\zeta_n\omega_n m_n & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{B2-2}$$

$$\begin{bmatrix} K_{qq} & \\ & K_{rig} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 m_1 & & & & 0 \\ & \omega_2^2 m_2 & & & 0 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & \omega_n^2 m_n & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{B2-3}$$

となる。ここで、M_{qb}は列ベクトルになっていることに注意する。ζは減衰係数比である。自由度毎に方程式を書き並べると、

$$\begin{cases} m_1\ddot{q}_1 + 2\zeta_1\omega_1 m_1\dot{q}_1 + m_1\omega_1^2 q_1 = -T_{1l}\ddot{U}_b^l \\ m_2\ddot{q}_2 + 2\zeta_2\omega_2 m_2\dot{q}_2 + m_2\omega_2^2 q_2 = -T_{2l}\ddot{U}_b^l \\ \vdots \\ m_n\ddot{q}_n + 2\zeta_n\omega_n m_n\dot{q}_n + m_n\omega_n^2 q_n = -T_{nl}\ddot{U}_b^l \end{cases} \tag{B2-4}$$

$$T_{1l}\ddot{q}_1 + T_{2l}\ddot{q}_2 + \cdots + T_{nl}\ddot{q}_n + M_{rig}^l\ddot{U}_b^l = f_b^l \tag{B2-5}$$

となる。

式(B2-4)について、周波数領域でモード加速度$\ddot{q}_k$について解けば、

$$\begin{aligned}\ddot{q}_k &= \frac{\omega^2 T_{kl}}{m_k(\omega_k^2-\omega^2+j2\zeta_k\omega\omega_k)}\ddot{U}_b^l \qquad (k=1,2,\cdots,n)\\ &= \frac{r_k^2 T_{kl}}{m_k(1-r_k^2+j2\zeta_k r_k)}\ddot{U}_b^l\end{aligned} \tag{B2-6}$$

となる。ここに、$r_k=\omega/\omega_k$として正規化周波数を導入した。次に式(B2-6)で得られたモード加速度を式(B2-5)に代入すれば、境界に作用する力f_b^lと境界加速度$\ddot{U}_b^l$の関係式が得られる。

$$\begin{aligned}f_b^l &= M_{rig}^l\ddot{U}_b^l+\sum_{k=1}^{n}T_{kl}\ddot{q}_k = M_{rig}^l\ddot{U}_b^l+\sum_{k=1}^{n}\frac{r_k^2T_{kl}^2/m_k}{1-r_k^2+j2\zeta_k r_k}\ddot{U}_b^l\\ &= \ddot{U}_b^l\left\{M_{rig}^l+\sum_{k=1}^{n}\frac{me_{kl}r_k^2}{1-r_k^2+j2\zeta_k r_k}\right\} = \ddot{U}_b^l M_{rig}^l\left\{1+\sum_{k=1}^{n}\frac{u_{kl}^l r_k^2}{1-r_k^2+j2\zeta_k r_k}\right\}\\ &= \ddot{U}_b^l\left\{M_{ll}^n+\sum_{k=1}^{n}\frac{(1+j2\zeta_k r_k)me_{kl}}{1-r_k^2+j2\zeta_k r_k}\right\} = \ddot{U}_b^l M_{ll}^n\left\{1+\sum_{k=1}^{n}\frac{u_{kl}(1+j2\zeta_k r_k)}{1-r_k^2+j2\zeta_k r_k}\right\}\end{aligned} \tag{B2-7}$$

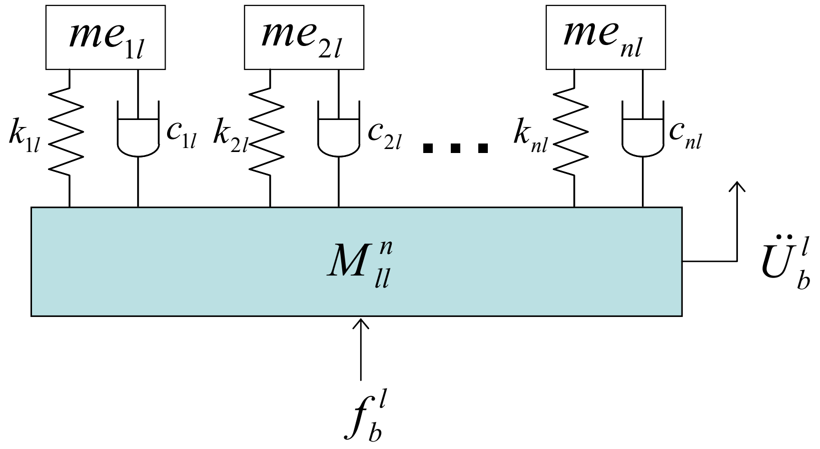
ここに、m_{ekl}は、境界自由度lとk次振動モードの有効質量（＞0）であり、M_{ll}^nは境界自由度lに関する剰余質量であり、これらの定義は次式である。

$$m_{ekl}\equiv\frac{T_{kl}^2}{m_k} \tag{B2-8}$$

$$M_{ll}^n\equiv M_{rig}^l-\sum_{k=1}^{n}m_{ekl} \tag{B2-9}$$

剰余質量M_{ll}^nは、剛体質量M_{rig}^lから、解析で考慮する 1～n 次モードの有効質量の総和を引いたものである。また、u'_{kl}, u_{kl}は、それぞれ、$u'_{kl}\equiv m_{ekl}/M_{rig}^l$（有効質量比）, $u_{kl}\equiv m_{ekl}/M_{ll}^n$（剰余質量比）であり、これらは無次元量である。

式(B2-7)は、有効質量、境界力、境界加速度を関係付ける式であり、有効質量の大きいモードが境界に対し大きな反力を与えること、高周波数で有効質量が小さくなると見かけ上の質量が小さくなること等、境界基準で見た構造物の物理的な特性を理解する上で重要な式である。この式(B2-7)の境界力と境界加速度の関係をバネマスモデルで表すと図 B2-1 となる。このモデルは、内部弾性モードと同じ減衰と固有振動数を持ち質量が有効質量と一致するバネマス系を境界上の剰余質量が搭載しているモデルである。



※$\ddot{q}$ は $\ddot{U}_b^l$ に対する相対加速度である

図 B2-1　境界力と境界加速度の関係を示すバネマスモデル

次に、CB モデルにおける境界加速度と境界内部のモード加速度の関係を示す等価モデルを求める。モード質量m_kは、相対的な量であり、モード形状の正規化条件によって値は異なる。そこで、等価モデルを求めるために、モード質量m_kと有効質量m_{ekl}に等しく、モード形状を正規化したとする。その時、有効質量の定義式(B2-8)より、M_{qb}の要素T_{kl}は、符号関数sgnを用いて、

$$T_{kl} = sgn(T_{kl}) \cdot m_{ekl} = \begin{cases} m_{ekl} & (T_{kl} > 0) \\ -m_{ekl} & (T_{kl} < 0) \end{cases} \tag{B2-10}$$

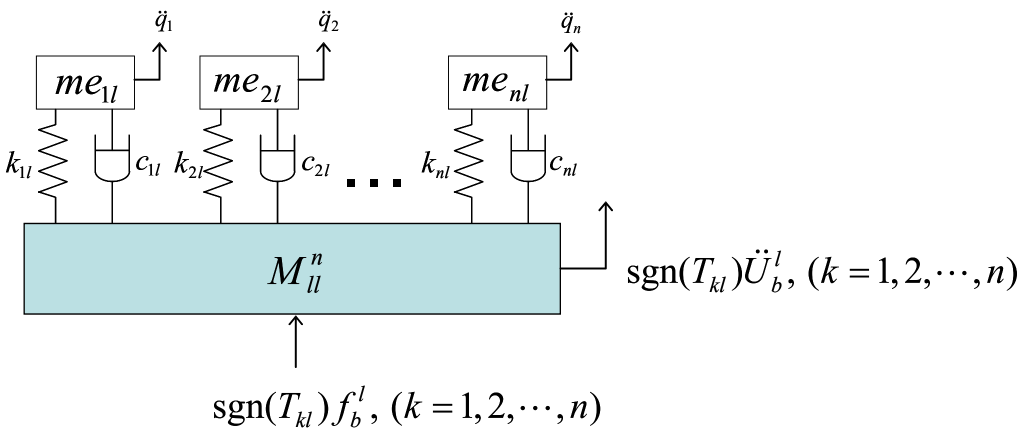
となる。式(B2-10)より、式(B2-4)は、

$$sgn(T_{kl})\ddot{U}_b^l = -\left(\ddot{q}_k + 2\zeta_k\omega_k\dot{q}_k + \omega_k^2 q_k\right) \qquad (k = 1,2,\cdots,n) \tag{B2-11}$$

となる。式(B2-11)により、内部のモードは境界加速度により加振されることが分かる（$sgn(T_{kl})$が連成項である）。式(B2-11)を式(B2-7)に代入し、両辺に$sgn(T_{kl})$を乗じると、境界力と内部モード加速度の関係として、

$$
\begin{aligned}
sgn(T_{kl})f_b^l &= sgn(T_{kl})M_{ll}^n\ddot{U}_b^l - \sum_{k=1}^{n}\left(2\zeta_k\omega_k m_{ekl}\dot{q}_k + \omega_k^2 m_{ekl}\ddot{q}_k\right) \\
&= sgn(T_{kl})M_{ll}^n\ddot{U}_b^l - \sum_{k=1}^{n}(c_{kl}\dot{q}_k + k_{kl}\ddot{q}_k)
\end{aligned}
\quad \text{(B2-12)}
$$

が得られる。これは、剰余有効質量の慣性力、境界力、及び n 個の弾性振動モード反力の釣り合いを示している。ここに、$k_{kl} = m_{ekl}\omega_k^2$, $c_{kl} = 2\zeta_k m_{ekl}\omega_k$とした。この式(B2-11)から CB モデルの等価なバネマスモデルが図 B2-2 であることが分かる。有効質量に相当するマスを持つ 1 自由度振動系が剰余質量を持つベース上に並列に並び、剰余質量にモーダル境界力が作用するモデルである。この図において、$\ddot{q}$は剰余質量の加速度$\ddot{U}_b^l$に対する相対加速度である。図 B2-1 と異なり、境界力と境界加速度がT_{kl}の正負に依存することに注意する。この等価モデルから分かるように、この CB モデルを加振すると、境界固定時の固有振動数ω_kにおいて共振する。



※$\ddot{q}$ は $\ddot{U}_b^l$ に対する相対加速度である。

図 B2-2　CB モデルの等価バネマスモデル

B.3　Craig-Bampton モデルの結合

ここでは、図 B3-1 に示すように、CB モデル化された主構造と副構造同士を結合する。主構造（s と呼ぶ）の内部には、力f_i^sが負荷されており、副構造（l と呼ぶ）の内部には力が作用していないものとする（ロケット s と衛星 l の関係に相当する）。

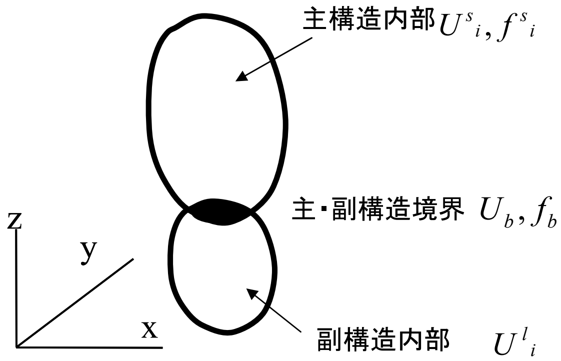


図 B3-1　主･副構造の結合

この時、結合前の運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} M_{CB}^s & O \\ O & M_{CB}^l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}^s \\ \ddot{U}_b \\ \ddot{q}^l \\ \ddot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{CB}^s & O \\ O & C_{CB}^l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}^s \\ \dot{U}_b \\ \dot{q}^l \\ \dot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{CB}^s & O \\ O & K_{CB}^l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^s \\ U_b \\ q^l \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_L^{s\,T} f_i^s \\ \phi_R^{s\,T} f_i^s + f_b \\ 0 \\ -f_b \end{Bmatrix} \tag{B3-1}$$

ここで、M_{CB}^s, M_{CB}^lは、それぞれ式(B1-15)に示した主構造、副構造の質量マトリクス、C_{CB}^s, C_{CB}^lは減衰マトリクス、K_{CB}^s, K_{CB}^lは剛性マトリクスである。主構造、副構造の弾性振動モード数を n, m とすれば、次の自由度変換マトリクスにより、式(B3-1)で重複している自由度U_bを統一する。

$$\begin{Bmatrix} q_s \\ U_b \\ q_l \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{n\times n} & O_{n\times m} & O_{n\times b} \\ O_{b\times n} & O_{b\times m} & l_{b\times b} \\ O_{m\times n} & l_{m\times m} & O_{m\times b} \\ O_{b\times n} & O_{b\times m} & l_{b\times b} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_s \\ q_l \\ U_b \end{Bmatrix} = T_{cp} \begin{Bmatrix} q_s \\ U_b \\ q_l \\ U_b \end{Bmatrix} \tag{B3-2}$$

$$T_{cp}=\begin{bmatrix} l_{n\times n} & O_{n\times m} & O_{n\times b} \\ O_{b\times n} & O_{b\times m} & l_{b\times b} \\ O_{m\times n} & l_{m\times m} & O_{m\times b} \\ O_{b\times n} & O_{b\times m} & l_{b\times b} \end{bmatrix} \tag{B3-3}$$

式(B3-2)を式(B3-1)に代入し、左から、T_{cp}^{T}をかけると、主構造と副構造の結合後の運動方程式が式(B3-4)のように得られる。

$$\begin{bmatrix} M_{qq}^{s} & 0 & M_{qb}^{s} \\ 0 & M_{qq}^{l} & M_{qb}^{l} \\ {M_{qb}^{s}}^{T} & {M_{qb}^{l}}^{T} & M_{rig}^{s}+M_{rig}^{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}^{s} \\ \ddot{q}^{l} \\ \ddot{U}_{b} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{qq}^{s} & 0 & 0 \\ 0 & C_{qq}^{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}^{s} \\ \dot{q}^{l} \\ \dot{U}_{b} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{qq}^{s} & 0 & 0 \\ 0 & K_{qq}^{l} & 0 \\ 0 & 0 & K_{rig}^{s}+K_{rig}^{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^{s} \\ q^{l} \\ U_{b} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} {\phi_{L}^{s}}^{T} f_{i}^{s} \\ 0 \\ {\phi_{R}^{s}}^{T} f_{i}^{s} \end{Bmatrix} \tag{B3-4}$$

式(B3-4)を見ると、結合後の質量マトリクスと剛性マトリクスは、主構造と副構造のマトリクスをそのまま配置するか、加えたものから成っていることが分かる。式(B3-4)は、主構造に振動荷重f_{i}^{s}を負荷した場合、主構造と副構造のモード自由度応答q^{s}, q^{l}、及び境界自由度$\ddot{U}_{b}$の振動応答を求める方程式である。

連成系の固有振動数ω_{cp}は、荷重f_{i}^{s}をゼロにして、式(B3-4)の固有値問題を解いて得られる。即ち、式(B3-4)の質量マトリクスと剛性マトリクスをM_{CB}^{sl}, K_{CB}^{sl}として、

$$\left(K_{CB}^{sl}-\omega_{cp_{1}k}^{2}M_{CB}^{sl}\right)\left\{\phi_{cp}\right\}_{k}=0 \tag{B3-5}$$

である。

以上で CB モデルの結合は完了したが、結合モデルの等価バネマス系を検討する。式(B3-4)の 1 行目全体に対し［$-{M_{qb}^{s}}^{T}$, ${M_{qq}^{s}}^{-1}$］を乗じ、2 行目全体に［$-{M_{qb}^{l}}^{T}$, ${M_{qq}^{l}}^{-1}$］を乗じ、これらを 3 行目に加えると、次式のように、質量行列の対角線より左下側部分を消去することが出来る（Gauss の消去法である）。

$$\begin{bmatrix} M_{qq}^{s} & 0 & M_{qb}^{s} \\ 0 & M_{qq}^{l} & M_{qb}^{l} \\ 0 & 0 & M_{bb}^{sl} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}^{s} \\ \ddot{q}^{l} \\ \ddot{U}_{b} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{qq}^{s} & 0 & 0 \\ 0 & C_{qq}^{l} & 0 \\ -C_{qb}^{s} & -C_{qb}^{l} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}^{s} \\ \dot{q}^{l} \\ \dot{U}_{b} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{qq}^{s} & 0 & 0 \\ 0 & K_{qq}^{l} & 0 \\ -K_{qb}^{s} & -K_{qb}^{l} & K_{rig}^{s}+K_{rig}^{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^{s} \\ q^{l} \\ U_{b} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} {\varphi_{L}^{s}}^{T} f_{i} \\ 0 \\ f_{b\_sl}^{eq} \end{Bmatrix} \tag{B3-6}$$

ここで、

$$M_{bb}^{sl} = M_{rig}^{s} + M_{rig}^{l} - {M_{qb}^{s}}^{T} {M_{qq}^{s}}^{-1} M_{qb}^{s} - {M_{qb}^{l}}^{T} {M_{qq}^{l}}^{-1} M_{qb}^{l} \qquad \text{(B3-7)}$$

$$C_{qb}^{s} = {M_{qb}^{s}}^{T} {M_{qq}^{s}}^{-1} C_{qq}^{s} = {M_{qb}^{s}}^{T} \quad \langle 2\zeta_k^s \omega_k^s \rangle \qquad \text{(B3-8)}$$

$$C_{qb}^{l} = {M_{qb}^{l}}^{T} {M_{qq}^{l}}^{-1} C_{qq}^{l} = {M_{qb}^{l}}^{T} \quad \langle 2\zeta_k^l \omega_k^l \rangle \qquad \text{(B3-9)}$$

$$K_{qb}^{s} = {M_{qb}^{s}}^{T} {M_{qq}^{s}}^{-1} K_{qq}^{s} = {M_{qb}^{s}}^{T} \quad \langle (\omega_k^s)^2 \rangle \qquad \text{(B3-10)}$$

$$K_{qb}^{l} = {M_{qb}^{l}}^{T} {M_{qq}^{l}}^{-1} K_{qq}^{l} = {M_{qb}^{l}}^{T} \quad \langle \left(\omega_k^l\right)^2 \rangle \qquad \text{(B3-11)}$$

$$f_{b\_sl}^{eq} = {\varphi_L^s}^T f_i^s - M_{qb}^{s} {M_{qq}^{s}}^{-1} {\varphi_L^s}^T f_i^s \qquad \text{(B3-12)}$$

である。<　>は対角行列を表す。式(B3-7)のM_{bb}^{sl}は、式(B2-9)に示した剰余質量に相当する。式(B3-5)の 3 行目の境界自由度に関する式を書き下すと、

$$M_{bb}^{sl} \ddot{U}_b - {M_{qb}^{s}}^{T} \langle 2\zeta_k^s \omega_k^s \rangle \dot{q}^s - {M_{qb}^{s}}^{T} \langle (\omega_k^s)^2 \rangle q^s - {M_{qb}^{l}}^{T} \langle 2\zeta_k^l \omega_k^l \rangle \dot{q}^l - {M_{qb}^{l}}^{T} \langle \left(\omega_k^l\right)^2 \rangle q^l = f_{b\ \ sl}^{eq}$$

(B3-13)

であり、式(B3-14)の変数定義を行えば、式(B3-13)は式(B3-15)となる。

$$k_k^s = {M_{qb}^{s}}^{T} \langle (\omega_k^s)^2 \rangle, \quad C_k^s = {M_{qb}^{s}}^{T} \langle 2\zeta_k^s \omega_k^s \rangle, \quad k_k^l = {M_{qb}^{l}}^{T} \langle \left(\omega_k^l\right)^2 \rangle, \quad C_k^l = {M_{qb}^{l}}^{T} \langle 2\zeta_k^l \omega_k^l \rangle$$

(B3-14)

$$M_{bb}^{sl} \ddot{U}_b = k_k^s q^s + C_k^s \dot{q}^s + k_k^l q^l + C_k^l \dot{q}^l + f_{b\_sl}^{eq} \qquad \text{(B3-15)}$$

この式(B3-15)から、結合モデルの等価バネマスモデルは図 B3-1 となる。図 B3-1 の上側の二つの模式図が結合前の主構造と副構造であり、それらを結合したものが下側の図である。剰余質量M_{bb}^{sl}上に、主構造と副構造の複数のモード自由度（質量＝有効質量）を搭載しているモデルである。図 B2-2 と同様に、モード変位は剰余質量に対する相対変位である。モード座標の方向（図 B2-2 中の *sgn* 関数）は、図の簡略化のため、ここでは示していない。また、この等価モデルの検討においては、B.2 項で行った 1 軸自由度のみ考慮する簡略化を行っていないため、式(B3-14)のk_k^s等は、ベクトルではなく、*b*×*n* のマトリクスであることに注意されたい。

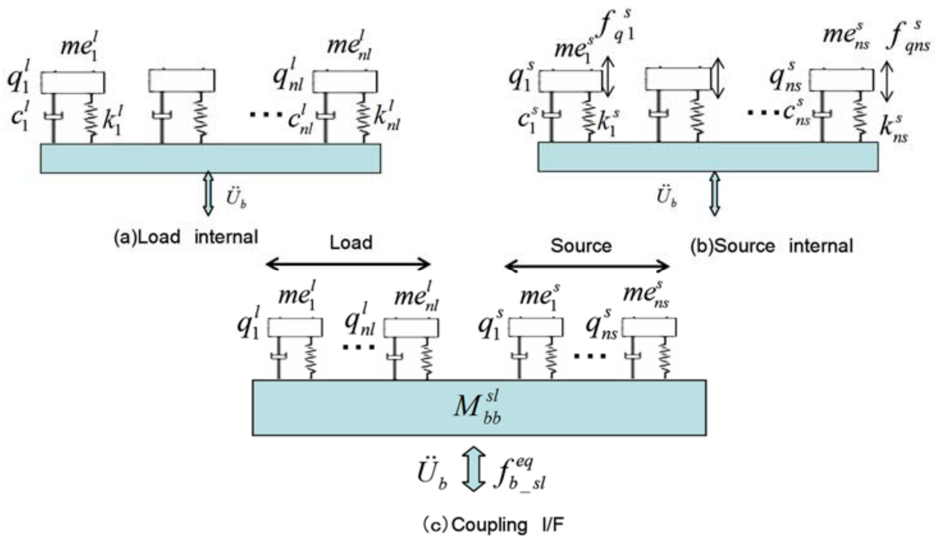


図 B3-1　CB 法のモデル結合の模式図

B.4 Craig-Bampton モデルによる解析結果の復元（Recovery, リカバリ）

主構造と副構造を結合したモデル（式(B3-4)）に対して、主構造の外力時系列$f_i^s(t)$を右辺に与え、過渡応答解析（Newmark β 法や Wilson θ 法 (B-3) 等による）を行えば、モード自由度q^s, q^lと境界自由度U_bの時系列応答が得られる。これらの時系列応答から主構造・副構造の内部物理自由度の時系列応答や主構造、副構造間の時系列荷重（力、モーメント）を求めることを復元（リカバリ）と呼ぶ。

B.4.1 主構造・副構造の内部物理自由度へのリカバリ

構造内部物理自由度の加速度応答は、式(B1-2)の CB 変換式を用いて次のように求められる。マトリクスの乗算で簡単に求めることが出来る。

$$\begin{cases} \ddot{U}_i^s(t) = \phi_L^s \ddot{q}^s(t) + \phi_R^a \ddot{U}_b(t) \\ \ddot{U}_i^l(t) = \phi_L^l \ddot{q}^l(t) + \phi_R^l \ddot{U}_b(t) \end{cases} \tag{B4.1-1}$$

B.4.2 結合部の力荷重

結合部の荷重（I/F フォース、モーメント）は、内部自由度に力が作用していない副構造部分のモデルを使用し、式(B3-4)の最終行の方程式から、次式で求められる。

$$f_b = -\begin{bmatrix} {M_{qb}^l}^T & M_{rig}^l & K_{rig}^l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}^l(t) \\ \ddot{U}_b(t) \\ U_b(t) \end{Bmatrix} = -\left\{ {M_{qb}^l}^T \ddot{q}^l(t) + M_{rig}^l \ddot{U}_b(t) + K_{rig}^l U_b(t) \right\} \tag{B4.2-1}$$

これも、マトリクスの乗算で簡単に求められる。

B.5　Craig-Bampton 法の計算例

ここでは、図 B5-1 に示す簡単なバネマスモデルを対象として CB 法の計算例を示す。主構造は 4 つの質点、副構造は 3 つの質点から構成されており、外力f_i^sが主構造の質点 1 に作用しており、主構造の質点 4 と副構造の質点 5 が結合される。バネ定数は$k = 10^4 (N/m)$であり、各質点の質量は、$[m_1\ \ m_2\ \ m_3\ \ m_4\ \ m_5\ \ m_6\ \ m_7] = [3\quad 2\quad 2\quad 1\quad 2\quad 5\quad 0.8]\ (kg)$とした。ここで、$m_7$を 0.8 と小さい質量にしているのは、副構造のローカルモードの考察を行うためである（衛星の頂部に搭載される軽量アンテナのローカルモード等を想定している）。

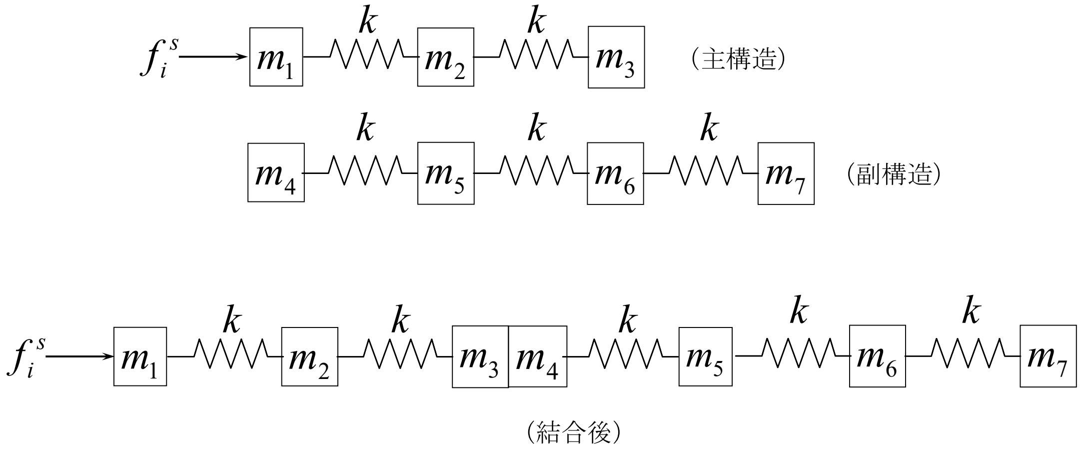


図 B5-1　CB 法の計算例

主構造と副構造の運動方程式は次式である。

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{B5-1}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_5 \\ \ddot{x}_6 \\ \ddot{x}_7 \\ \ddot{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k & 0 & -k \\ -k & 2k & -k & 0 \\ 0 & -k & k & 0 \\ -k & 0 & 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{B5-2}$$

ここで、結合点である質点 3 と質点 4 を自由度の最終行に配置していることに注意する。次に質点 3,4 を固定して主構造、副構造それぞれの固有値解析（式(B1-3)）を行うと、固有値ベクトルの並んだマトリクスは、

$$\phi_L^s = \begin{bmatrix} -0.5216 & -0.2475 \\ -0.3031 & 0.6388 \end{bmatrix}, \quad \phi_L^l = \begin{bmatrix} -0.2128 & 0.6452 & 0.1962 \\ -0.3923 & -0.0673 & -0.2039 \\ -0.4184 & -0.4256 & 0.9454 \end{bmatrix} \qquad \text{(B5-3)}$$

となる。この時の規格化条件は、${\phi_L^s}^T M_{ii}^s \phi_L^s = I$, ${\phi_L^l}^T M_{ii}^l \phi_L^l = I$としている。副構造の 3 次モード形状を表す$\phi_L^l$の 3 列目を見ると、質点$m_7$の変位が 0.945 でその他の変位(0.196, -0.204)よりもかなり大きく、この 3 次モードがローカルモードであることが分かる。次に、剛体モードは、

$$\phi_R^s = -{K_{ii}^s}^{-1} K_{ib}^s = [1 \quad 1]^T, \quad \phi_R^l = -{K_{ii}^l}^{-1} K_{ib}^l = [1 \quad 1 \quad 1]^T \qquad \text{(B5-4)}$$

となるが、これは自明な結果である。次に、CB 変換式は、式(B1-2)より

$$T_{CB}^s = \begin{bmatrix} -0.5216 & -0.2475 & 1.0000 \\ -0.3031 & 0.6388 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}, \quad T_{CB}^l = \begin{bmatrix} -0.2128 & 0.6452 & 0.1962 & 1.0000 \\ -0.3923 & -0.0673 & -0.2039 & 1.0000 \\ -0.4184 & -0.4256 & 0.9454 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \qquad \text{(B5-5)}$$

となる。これにより、式(B5-1), (B5-2)の運動方程式は、

$$\begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & -2.1711 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.5352 \\ -2.1711 & 0.5352 & 7.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1^s \\ \ddot{q}_2^s \\ \ddot{U}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1396 & -0.0000 & 0 \\ -0.0000 & 1.1937 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^s \\ q_2^s \\ U_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {\phi_L^s}^T f_1^s \\ {\phi_R^s}^T f_1^s + f_b \end{bmatrix}$$

$$\times 10^4 \qquad \text{(B5-6)}$$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & -0.0000 & -2.7216 \\ 0.0000 & 1.0000 & -0.0000 & 0.6132 \\ -0.0000 & -0.0000 & 1.0000 & 0.1291 \\ -2.7216 & 0.6132 & 0.1291 & 8.8000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1^l \\ \ddot{q}_2^l \\ \ddot{q}_3^l \\ \ddot{U}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0782 & -0.0000 & 0.0000 & -0.0000 \\ -0.0000 & 1.0522 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.5196 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^l \\ q_2^l \\ q_3^l \\ U_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -f_b \end{bmatrix}$$

$$\times 10^4 \qquad \text{(B5-7)}$$

と CB 変換された。この時、式(B5-6), (B5-7)の質量マトリクスの最右列から有効質量を計算することが出来る。式(B2-8)より、主構造と副構造の有効質量を計算すると、

$$me_1^s = 4.71, \quad me_2^s = 0.29, \quad \sum_{k=1}^{2} m\,e_k^s = 5.0 \qquad \text{(B5-8)}$$

$$me_1^l = 7.41, \quad me_2^l = 0.376, \quad me_3^l = 0.0167, \quad \sum_{k=1}^{3} me_k^l = 7.8 \qquad \text{(B5-9)}$$

となる。

1 次の有効質量が他の次数の有効質量より極めて大きい。これは、宇宙機の有効質量についても言えることで、加振テーブルによるベース加振時には有効質量の大きい低次モードが強く励起される。また、有効質量の和は境界を除いた剛質量の和に等しいことに注目されたい。さらに、式(B3-4)により CB モデルの結合を行うと、

$$\begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0 & 0 & 0 & -2.1711 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0.5352 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0.0000 & -0.0000 & -2.7216 \\ 0 & 0 & 0.0000 & 1.0000 & -0.0000 & 0.6132 \\ 0 & 0 & -0.0000 & -0.0000 & 1.0000 & 0.1291 \\ -2.1711 & 0.5352 & -2.7216 & 0.6132 & 0.1291 & 15.8000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1^s \\ \ddot{q}_2^s \\ \ddot{q}_3^s \\ \ddot{q}_1^l \\ \ddot{q}_2^l \\ U_b \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0.1396 & -0.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0000 & 1.1937 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0782 & -0.0000 & 0.0000 & -0.0000 \\ 0 & 0 & -0.0000 & 1.0522 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0 & 0 & 0.0000 & 0.0000 & 1.5196 & 0.0000 \\ 0 & 0 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^s \\ q_2^s \\ q_3^s \\ q_1^l \\ q_2^l \\ U_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {\phi_L^s}^T f_i^s \\ 0 \\ {\phi_R^s}^T f_i^s \end{bmatrix}$$

（B5-10）

となる。

これで、CB モデルの構築は完了である。式(B5-10)の質量マトリクスの右下の要素が 15.8 と全体質量に等しくなっている。

まず、式(B5-10)の CB モデルと式(B5-11)に示す物理的に結合した全体物理モデルの固有値の比較を行う。

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_{34} \\ \ddot{x}_5 \\ \ddot{x}_6 \\ \ddot{x}_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k & 2k & -k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k & 2k & -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k & 2k & -k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & 2k & -k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_{34} \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i^s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{（B5-11）}$$

ここで自由度x_{34}とは、質点 3,4 を結合した質点を表し、その質量は 3 である。表 B5-1 に、CB モデルと全体物理モデルの固有値の比較を示す。比較結果から、両者の固有値は完全に一致しており、CB モデルに誤差は無い。この結果は当然のことで、この CB モデルでは、全てのモードを取り込んでおり、自由度の縮退を行っていないためである。そこで、副構造の 3 次モード（ϕ_L^lの 3 列目）を取り込まず、固有値解析を行った結果を表 B5-2 に示す。この場合、モード数が大きくなる程、固有値の精度の劣化が見られるが、十分実用に耐える精度である。

表 B5-1　CB モデルと物理モデルの固有値の比較

モード	CB モデル(Hz)	全体物理モデル(Hz)	誤差(%)
剛体モード	0	0	0.0
1 次	5.14	5.14	0.0
2 次	10.27	10.27	0.0
3 次	16.81	16.81	0.0
4 次	19.11	19.11	0.0
5 次	19.95	19.95	0.0

表 B5-2　モード削減 CB モデルと物理モデルの固有値の比較

モード	モード削減 CB モデル(Hz)	全体物理モデル(Hz)	誤差(%)
剛体モード	0.0	0	0.0
1 次	5.14	5.14	0.0004
2 次	10.28	10.27	0.0499
3 次	16.81	16.81	0.0133
4 次	19.37	19.11	1.3525
5 次	—	19.95	—

次に、外力として、図 B5-2 に示すような、矩形パルスを質点 1 に加えた場合の応答を解析する。この矩形パルスのパルス幅は 10msec であるから、100Hz（=1/10msec）程度までの周波数成分を有しており（フーリエ変換のゼロクロス周波数が 100Hz）、今回の解析モデルの最大固有値 19.95Hz よりも大きく、全てのモードを励起することができる。

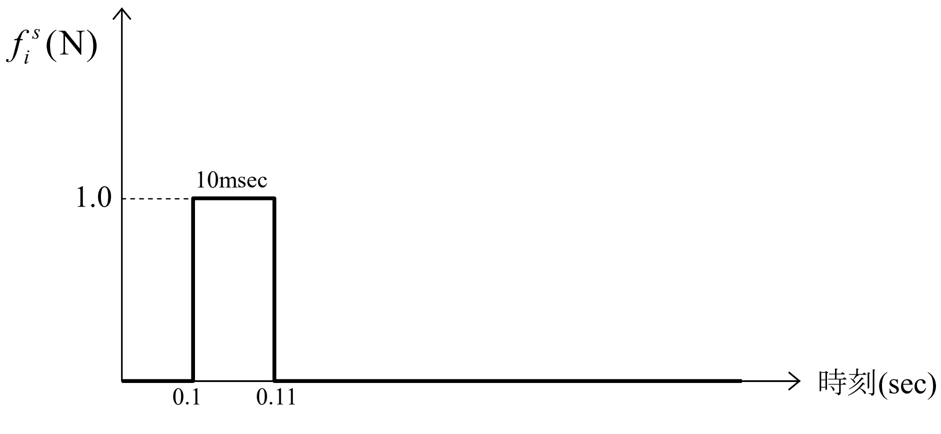


図 B5-2　矩形パルス外力

外力の時系列から式(B5-10)の右辺の外力項を作り、Newmarkβ 法により過渡応答解析を行う。主構造と副構造の境界点である、x_{34}の加速度時系列解析結果を図 B5-3, B5-4 に示す。図 B5-3 はモードを全て取り込んだ CB モデル、図 B5-4 は副構造の取り込みモードから 3 次モードを削除した CB モデルの解析結果である。固有値解析と同様に、モードを全て取り込んだ CB モデルは全体物理モデルと時系列が完全に一致しているが、モード数を削減した CB モデルも良く一致している。

次に、図 B5-5 に副構造の取り込みモードから 1 次モードを削除した CB モデルの解析結果を示す。図 B5-4 は物理モデルと良く一致したのに対し、図 B5-5 には大きな誤差が見られる。この誤差の原因は、図 B5-5 では、有効質量の大きな 1 次モードを取り込みモードから削除したことである。この例が示すように、CB モデルには、有効質量の大きなモードを取り込む必要がある。

さらに、過渡応答解析の結果から式(B4.1-1)により質点m_7の加速度応答のリカバリを行う。図 B5-4 と同様に、副構造の取り込みモードから 3 次モードを削除した場合の質点m_7の加速度応答を図 B5-6 に示す。質点m_7のローカルモードに対応する 3 次モードが CB モデルから削除されたため、CB モデルの誤差が大きくなっている。この結果が意味するのは、たとえ有効質量の小さいローカルモードであっても、ローカルモードでのモード振幅が大きい点を評価する場合は、ローカルモードを CB モデルに取り込む必要があるということである。

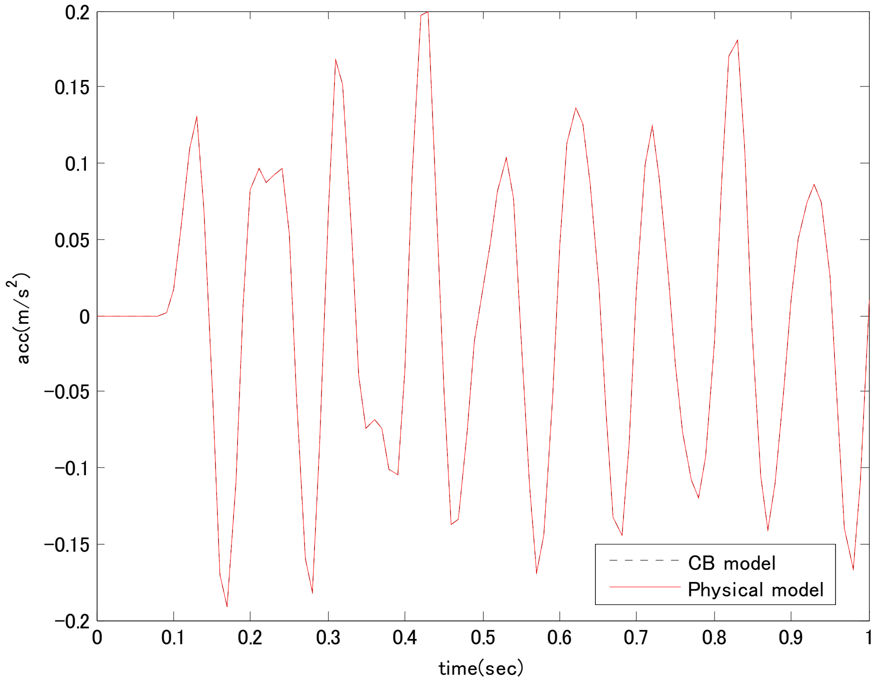


図 B5-3　境界点加速度時系列応答$x_{34}(t)$（モード削減無し CB モデル）

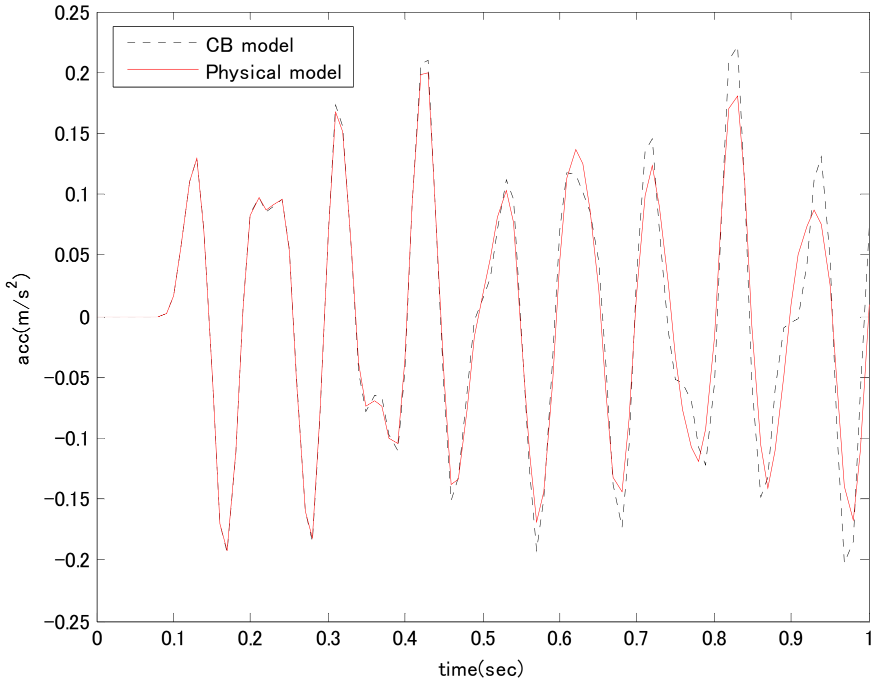


図 B5-4　境界点加速度時系列応答$x_{34}(t)$の比較（副構造 3 次モードを削除した CB モデル）

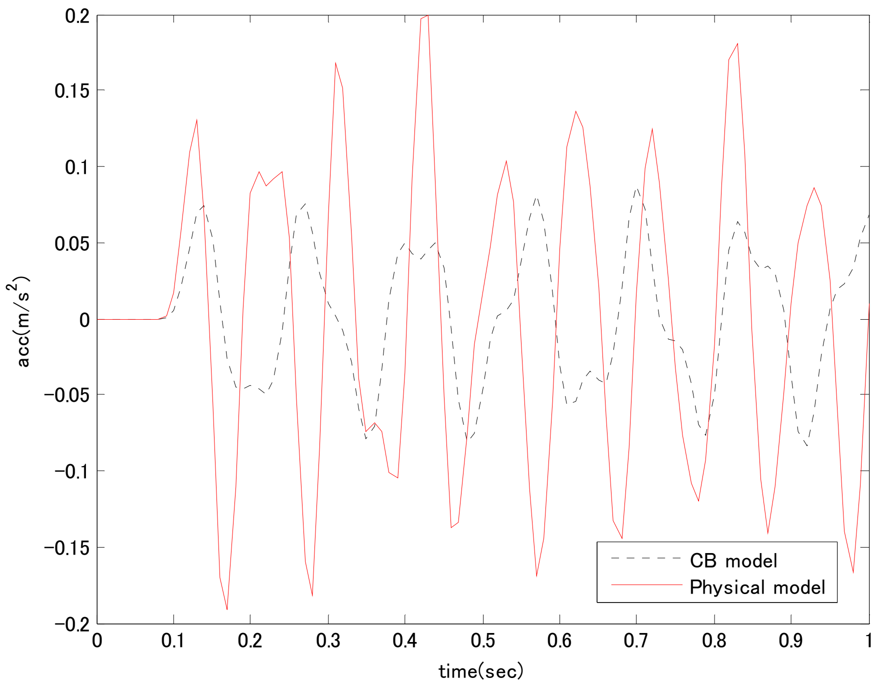


図 B5-5　境界点加速度時系列応答$x_{34}(t)$の比較（副構造 1 次モードを削除した CB モデル）

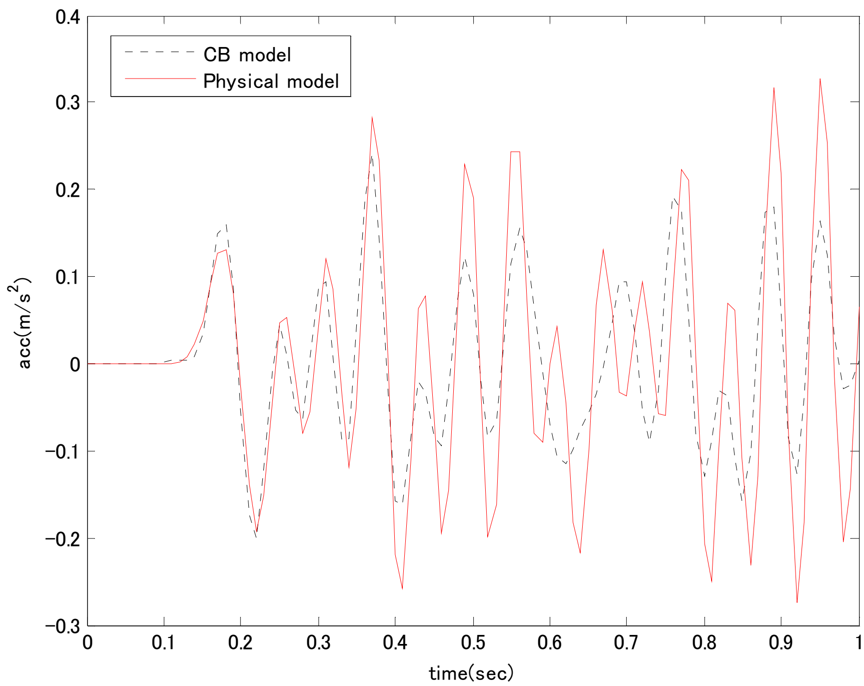


図 B5-6　質点m_7の加速度応答比較（副構造 3 次モードを削除した CB モデル）

B.6　参考文献

[B-1]　Roy R. Craig Jr. and Mervyn C. C. Bampton, “Coupling of Substructures for Dynamic Analysis”, AIAA Journal, Vol. 6, No.7, July 1968.

[B-2]　Guyan, R.J., “Reduction of Stiffness and Mass Matrices”, AIAA Journal, Vol.3, No.2, 1968.

[B-3]　J.Wijker, Mechanical Vibrations in Spacecraft, Springer, 2004.

Appendix C　フォースリミット条件の簡易計算法

本項では、複雑 2 自由度モデルを用いる場合と、単純 2 自由度モデルを用いる場合の、フォースリミット条件の簡易計算法について、詳細を述べる。

どちらの方法も、以下の点については共通の考え方を持つ。

(1) 簡易計算法は、リミット対象となる Load 系の振動モードと、その振動モード周波数に近い Source 系の振動モードの連成を 2 自由度モデルで表現し、I/F 部の動質量を簡易的に見積もることでフォースリミット条件を計算する方法である。

(2) 打上げ時における I/F 加速度及び I/F フォースは、搭載構造（Load 系）と被搭載構造（Source 系）の連成系の共振周波数において最大となる（図 C-1）。従って、連成系の共振周波数に注目し、オートノッチングを行う各振動モードを含む周波数帯において、Load 系と Source 系をそれぞれ 1 自由度系で表現する。

(3) フォースリミット条件 F_{spec} は、以下の式で計算される F_{Lim_l} 及び F_{Lim_2} を結ぶ直線となる。ここで、$\underline{M_L}$ は動質量、A_{spec} は加速度スペックである。
即ち、フォースリミット条件は、連成系の共振周波数（ ω_{c1} 及び ω_{c2} ）における Load 系の動質量と加速度スペックの積となる（次式）。

$$F_{spec} = \left(F_{Lim_l}(\omega_{c1}), F_{Lim_2}(\omega_{c2})\right)$$
$$= \left(\underline{M_L}(\omega_{c1})\times A_{spec}(\omega_{c1}), \underline{M_L}(\omega_{c2})\times A_{spec}(\omega_{c2})\right) \quad \text{(C-1)}$$

F_{Lim_l} 及び F_{Lim_2} のうち大きい方をリミット条件として適用することで、フォースリミット値を安全側（大きめ）に設定することもできる（次式）

$$F_{spec_{max}} = \max\left(\underline{M_L}(\omega_{c1})\times A_{spec}(\omega_{c1}), \underline{M_L}(\omega_{c2})\times A_{spec}(\omega_{c2})\right) \quad \text{(C-2)}$$

※ 式（C-2）中の $\max[A, B]$ は、AまたはBのうち大きい方の値をとることを表している。

(4) 連成系の共振周波数における動質量 $\underline{M_L}$ は、連成系の共振周波数（ ω_{c1} 及び ω_{c2} ）と Load 系単体の共振周波数（ω_{nL}）の比 r_{nLC} （$r_{nLC1} = \omega_{c1}/\omega_{nL}$ または $r_{nLC2} = \omega_{c2}/\omega_{nL}$）を用いて計算できる。また振動試験やインパクト試験により実測することもできる。動質量の計算及び測定方法については Appendix A を参照のこと。

複雑 2 自由度モデルと、単純 2 自由度モデルの計算方法の違いは、周波数比を計算するために必要な情報の量とその計算方法である。次項以降に、2 つの方法の詳細を述べる。

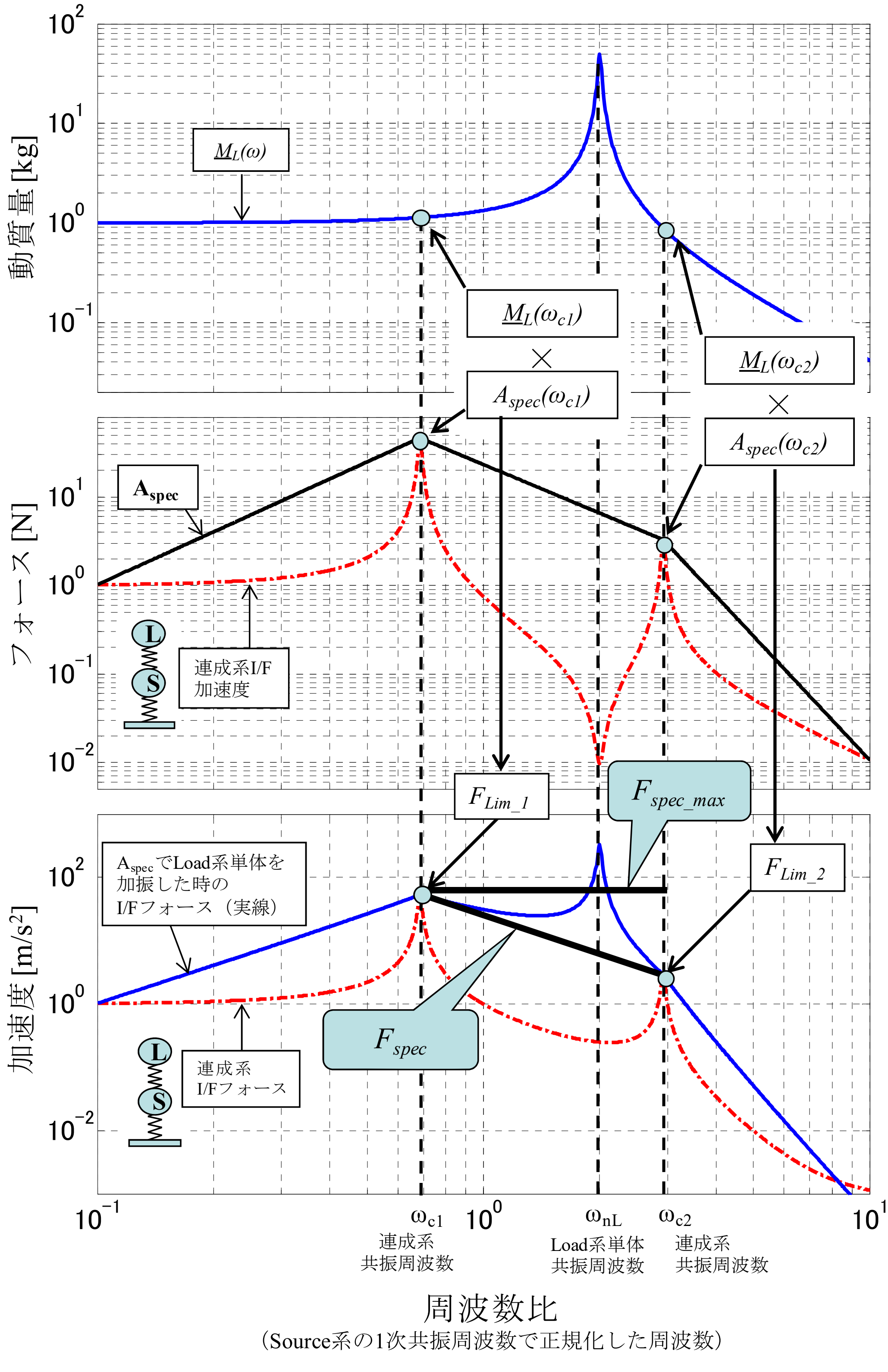


図 C-1　フォースリミット値の簡易計算法　模式図

C.1　複雑 2 自由度法

本項の方法は、図 C1-1 に示す複雑 2 自由度モデルを用いて共振周波数比を求め、リミット値を計算する方法である。このモデルは、構造数学モデルを縮小化した Load 系と Source 系の多自由度系（CB モデル）から、オートノッチングを行う振動モードを含む周波数帯における Load 系と Source 系の接近した振動モードを取出して作成した 2 自由度ばね・質点モデルである（図 C1-1)。固有値解析時の境界条件は、Load 系と Source 系の I/F 部のみを 6 自由度固定とすること。

例えば、図 C1-1 に示すように Source 系の 2 次モードと Load 系の 1 次モード、または、Source 系の 4 次モードと Load 系の 2 次モードの共振周波数がお互いに近接している場合、各系のお互いの振動モードに注目して共振周波数比を求める。

従って、この方法では注目する振動モードに関する以下の情報が必要となる。

① Load 系、Source 系の有効質量（m_{eL}、m_{eS}）及び剰余質量（m_{rL}、m_{rS}）の比：

$$\mu = \frac{m_{rL}}{m_{rS}} \quad 、a_L = \frac{m_{eL}}{m_{rL}} \quad 、a_S = \frac{m_{eS}}{m_{rS}}$$

② Load 系及び Source 系の Q 値（Q_L、Q_S）
ただし、Source 系と Load 系の Q 値を同じ値であると仮定して計算することもできる。

ここで、有効質量と剰余質量の関係を図 C1-2 に示す。また、ある k 次モードの有効質量 m_{ek} と剰余質量 m_{rk} 及び剛質量 M は次式の関係がある（詳細は Appendix A を参照のこと)。

$$m_{rk} = M - \sum_{i=1}^{k} m_{ei} \tag{C1-1}$$

固有値解析等で得られる k 次モードまでの各モードの有効質量を用いることで、式（C1-1）から剰余質量を計算することができる。

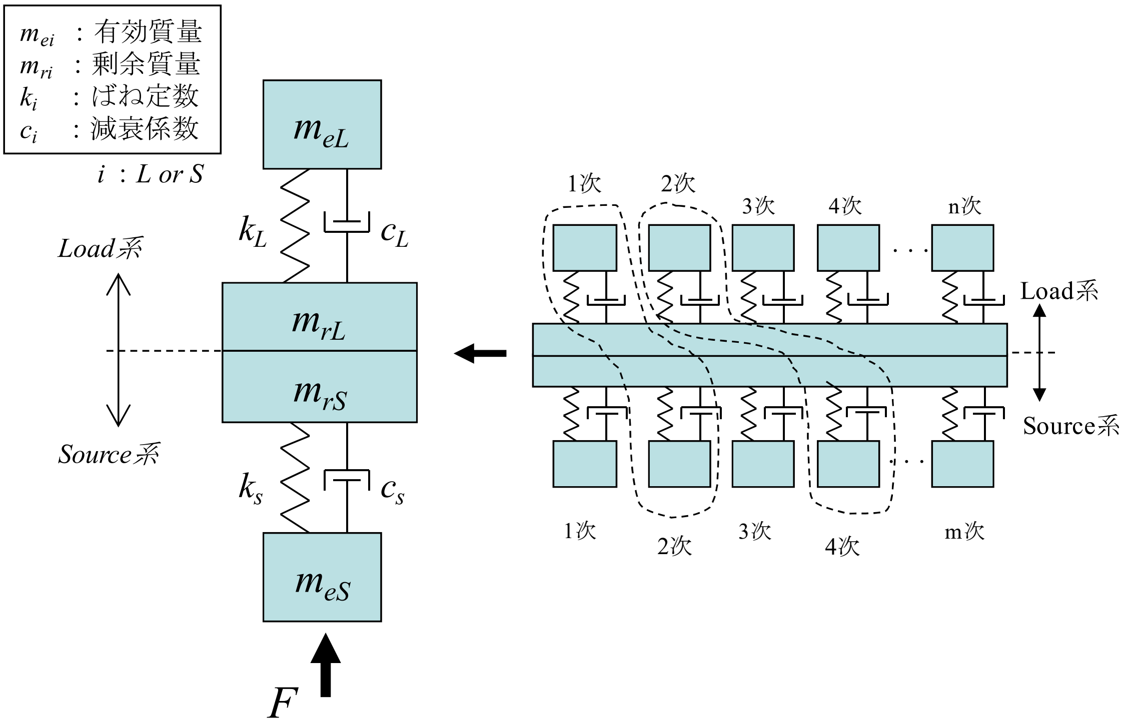


図 C1-1　複雑 2 自由度モデル

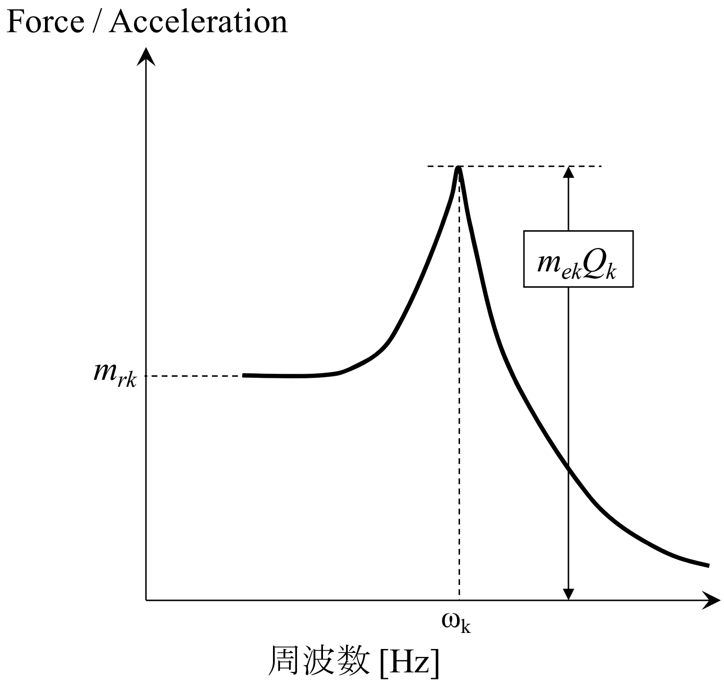


図 C1-2　有効質量と剰余質量の関係

図 C1-1 に示す 2 自由度モデルの運動方程式は次式である。

$$M\ddot{x} + Kx = F$$
$$\begin{bmatrix} m_{eS} & 0 & 0 \\ 0 & m_{rS} + m_{rL} & 0 \\ 0 & 0 & m_{eL} \end{bmatrix} \ddot{x} + \begin{bmatrix} k_S & -k_S & 0 \\ -k_S & k_S + k_L & -k_L \\ 0 & -k_L & k_L \end{bmatrix} x = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{C1-2}$$

ここで、x 及び F を周波数 ω の調和振動とすると、この系の共振周波数は以下の行列式の解を ω について解くことで得られる。即ち、

$$det\lfloor -\omega^2 M + K \rfloor = 0$$
$$\begin{vmatrix} -\omega^2 m_{eS} & -k_S & 0 \\ -k_S & -\omega^2(m_{rS} + m_{rL}) + k_S + k_L & -k_L \\ 0 & -k_L & -\omega^2 m_{eL} + k_L \end{vmatrix} = 0 \tag{C1-3}$$

式（C1-2）を ω について整理すると次式となる。

$$\omega - \frac{m_{eL}m_{lS}k_S + m_{eL}m_{rL}k_S + m_{eS}m_{rS}k_L + m_{eS}m_{rS}k_L + m_{eS}m_{eL}k_S + m_{eS}m_{eL}k_L}{m_{eS}m_{eL}(m_{rS} + m_{rL})}\omega^2 + \frac{k_S k_L}{m_{eS}m_{eL}}\frac{m_{rS} + m_{rL} + m_{eS} + m_{eL}}{m_{rS} + m_{rL}} = 0 \tag{C1-4}$$

ここで、以下のように各係数を置き、式（C1-4）を整理すると、式（C1-5）を得る。

$$B = \frac{\frac{1 + \mu + \alpha_S}{\Omega^2} + (1 + \mu + \mu\alpha_L)}{1 + \mu}, C = \frac{1 + \mu + \alpha_S + \mu\alpha_L}{\Omega^2(1 + \mu)}$$
$$\Omega = \frac{\omega_{nL}}{\omega_{nS}}, \mu = \frac{m_{rL}}{m_{rS}}, a_L = \frac{m_{eL}}{m_{rL}}, a_S = \frac{m_{eS}}{m_{rS}}$$

$${\omega^2}_{nL} = \frac{k_L}{m_{eL}}$$ （Load 系の共振周波数），$${\omega^2}_{nS} = \frac{k_S}{m_{eS}}$$ （Source 系の共振周波数）

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{nL}}\right)^4 - B\left(\frac{\omega}{\omega_{nL}}\right)^2 + C = 0$$
$${r_{nL}}^4 - B{r_{nL}}^2 + C = 0 \tag{C1-5}$$

式（C1-5）より、図 C1-1 の 2 自由度モデルを用いた時の、連成系の共振周波数と Load 系単体の共振周波数比 r_{nLC} は次式で計算できる。

$$r_{nLC} = (r_{nLC1}, r_{nLC2}) = \sqrt{\frac{B \pm (B^2 - 4C)^{\frac{1}{2}}}{2}} \qquad \text{(C1-6)}$$

ここで、

$$r_{nLC1} = \frac{\omega_{C1}}{\omega_{nL}}, r_{nLC2} = \frac{\omega_{C2}}{\omega_{nL}} \qquad \text{(C1-7)}$$

である。これらの r_{nLC} を次式に代入することで、正規化されたフォースリミット条件を計算することができる。

$$\frac{F_{spec}}{m_{rL}A_{spec}} = max\left[\left(1 + \alpha_L \frac{1 + j2\zeta_L r_{nLC}}{(1 - r_{nLC}^2) + j2\zeta_L r_{nLC}}\right)\right] \qquad \text{(C1-8)}$$

式（C1-8）の max とは、$r_{nLC} = (r_{nLC1}$、$r_{nLC2})$ の 2 つの解のうち、大きい方を解として選択することを示す。また、ζ_L は Load 系の減衰比である。

式（C1-8）は、Load 系と Source 系の連成系において、I/F 部の加速度が最大となる周波数と I/F フォースが最大となる周波数が一致する場合の結果である。実際には周波数が一致しない場合があり、式（C1-8）で計算されるフォースリミット条件は周波数が一致しない場合と比べて過大となる場合がある。

そのため、連成系の I/F フォースと I/F 加速度それぞれの最大値を求め、それらの比をとる。さらに、それらが最大となる Source 系の周波数を探して、安全側（打上げ時より大きめ）のフォースリミット条件を求める。そこで、Source 系と Load 系の振動周波数比 Ω をパラメータとして最大フォースと最大加速度の比を計算し、その最大値を元にフォースリミット条件を計算する。以下に、その計算手順を示す。以下の計算は、Ω を 0.707～1.414 の範囲で、1/16 オクターブの分解能で変更し、Q値及び質量比（μ、a_L、a_S）を変数としてフォースリミット条件の計算を行う。

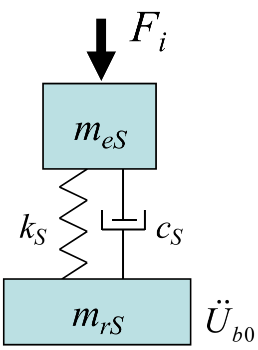


図 C1-3　複雑 2 自由度法モデルの Source 側のみのモデル

はじめに、図(C1-3)に示す、複雑 2 自由度モデルから Source 側のみを取出したモデルを用いて、Source 系が無負荷時の I/F 部の加速度 $\ddot{U}_{b0}$ 考える。

図 C1-3 のモデルの質量 m_{eS} に外力 Fi が負荷する時、I/F 部加速度 $\ddot{U}_{b0}$ は次式となる。

$$\frac{\ddot{U}_{b0}}{\left({}^{F_i}/_{m_{eS}}\right)} = \frac{1 + j2\zeta_S r_{nSC}}{\left\{\left(1 + {}^{1}/_{a_S}\right) - {}^{r_{nSC}^2}/_{a_S} + j2\zeta_S r_{nSC}\left(1 + {}^{1}/_{a_S}\right)\right\}} \quad \text{(C1-9)}$$

ここで、ζ_S は Source 系の減衰比である。また、r_{nSC} は連成系の共振周波数 ω=ω_C=(ω_{C1}、ω_{C2})における Source 系の周波数比 r_{nSC}($r_{nSC1} = \omega_{c1}/\omega_{nS}$ または $r_{nSC2} = \omega_{c2}/\omega_{nS}$)であり、Load 系の連成系の共振周波数における周波数比 r_{nLC} とは次式の関係がある。

$$r_{nSC} = \frac{\omega_C}{\omega_{nS}} = \frac{\omega_C}{\omega_{nL}} \times \frac{\omega_{nL}}{\omega_{nS}} = r_{nLC} \times \Omega \quad \text{(C1-10)}$$

次に、Source 系へ Load 系を負荷した時の I/F 加速度 $\ddot{U}_b$ は次式となる。(Appendix.A　式（A2.4）参照)

$$\frac{\ddot{U}_b}{\ddot{U}_{b0}} = \frac{\underline{M}_S(r_{nSC})}{\underline{M}_L(r_{nLC}) + \underline{M}_S(r_{nSC})} \quad \text{(C1-11)}$$

ここで、$\underline{M}_S(r_{nSC})$、$\underline{M}_L(r_{nLC})$はそれぞれ、次式（式（C1-11)、(C1-12)）に示す Source 系及び Load 系の動質量（Appendix.A　A.1 項参照）である。

$$\underline{M}_S(r_{nSC}) = m_{rS}\left(1 + a_S \frac{1 + j2\zeta_S r_{nSC}}{1 - r_{nSC}^2 + j2\zeta_S r_{nSC}}\right) \quad \text{(C1-12)}$$

$$\underline{M}_L(r_{nLC}) = m_{rL}\left(1 + a_L \frac{1 + j2\zeta_L r_{nLC}}{1 - r_{nLC}^2 + j2\zeta_L r_{nLC}}\right) \quad \text{(C1-13)}$$

式（C1-9）から式（C1-13）より、連成周波数における I/F 加速度と加振力の関係は、式（C1-14)、式（C1-15）となる。

$$
\begin{aligned}
&\frac{\ddot{U}_b(r_{nLC})}{\left(F_i \,/\, m_{eS}\right)} \\
&= \frac{\underline{M}_S(r_{nSC})}{\underline{M}_S(r_{nSC}) + \underline{M}_L(r_{nLC})} \frac{1 + j2\zeta_S r_{nSC}}{\left\{\left(1 + {}^{1}/_{a_S}\right) - {}^{r_{nSC}^2}/_{a_S} + j2\zeta_S r_{nSC}\left(1 + {}^{1}/_{a_S}\right)\right\}} \\
&= \frac{\left(1 + a_S \dfrac{1 + j2\zeta_S r_{nSC}}{1 - r_{nSC}^2 + j2\zeta_S r_{nSC}}\right)}{\left(1 + a_S \dfrac{1 + j2\zeta_S r_{nSC}}{1 - r_{nSC}^2 + j2\zeta_S r_{nSC}}\right) + u\left(1 + a_L \dfrac{1 + j2\zeta_L r_{nLC}}{1 - r_{nLC}^2 + j2\zeta_L r_{nLC}}\right)} \\
&\quad \times \frac{1 + j2\zeta_S r_{nSC}}{\left\{\left(1 + {}^{1}/_{a_S}\right) - {}^{r_{nSC}^2}/_{a_S} + j2\zeta_S r_{nSC}\left(1 + {}^{1}/_{a_S}\right)\right\}} \\
&= A(r_{nLC})
\end{aligned}
\qquad \text{（C1-14）}
$$

$$
\frac{F_b(r_{nLC})}{m_{rL}\left(F_i \,/\, m_{eS}\right)} = \left(1 + a_L \frac{1 + j2\zeta_L r_{nLC}}{(1 - r_{nLC}^2) + j2\zeta_L r_{nLC}}\right) \times A(r_{nLC}) = B(r_{nLC}) \qquad \text{（C1-15）}
$$

式（C1-14）及び式（C1-15）で示した無次元量の値（$A(r_{nLC})$及び $B(r_{nLC})$）は、周波数比r_{nLC}が２つ存在（$r_{nLC} = (r_{nLC1}, r_{nLC2})$）するため、それぞれ 2 つの値を持つ。

各連成周波数における最大 I/F フォースF_{bmax}及び最大加速度$\ddot{U}_{bmax}$の正規化値は、式（C1-16）及び式（C1-17）となる。

$$
\frac{\ddot{U}_{bmax}}{\left(F_i \,/\, m_{eS}\right)} = max\{A(r_{nLC1}), A(r_{nLC2})\} \qquad \text{（C1-16）}
$$

$$
\frac{F_{bmax}}{m_{rL}\left({}^{F_i}/_{m_{eS}}\right)} = max\{B(r_{nLC1}), B(r_{nLC2})\} \qquad \text{（C1-17）}
$$

式（C1-16）及び式（C1-17）より、最大加速度に対して正規化した最大 I/F フォース：F_{bmax_norm}は次式となる。

$$
F_{bmax\_norm} = \frac{F_{bmax}}{\ddot{U}_{bmax} m_{rL}} = \frac{max\{B(r_{nLC1}), B(r_{nLC2})\}}{max\{A(r_{nLC1}), A(r_{nLC2})\}} \qquad \text{（C1-18）}
$$

式（C1-18）までの計算を、Ω を 0.707～1.414 の範囲で、1/16 オクターブの分解能で変更して計算することで、Q 値及び質量比（μ、a_L、a_S）を変数とした最大 I/F フォース値を計算することができる。以上の計算の流れを図 C1-4 のフローチャートに示す。

また、表 C1-1 に、正規化フォースリミット条件（二乗値）を以下のパラメータで計算した結果を示す。

$Q_L = Q_S =$ [5, 10, 20, 50]

$a_L \ (m_{eL}/m_{rL}) =$ [10, 8, 6, 4, 2, 1, 0.5]

$a_S \ (m_{eS}/m_{rS}) =$ [4, 2, 1, 0.5, 0.1, 0.05, 0.01, 0.005]

$\mu \ (m_{rL}/m_{rS}) =$ [0.001, 0.003, 0.01, 0.03, 0.1, 0.3, 1.0, 3.0, 10]

表 C1-1 の値を用いれば、加速度スペック：A_{spec}が規定される場合のフォースリミット値を求めることができる（式（C1-19））。

ここで、式（C1-19）中のF_{bmax_norm}は、表 C1-1 中の各値（計算結果）である。

$$F_{spec} = \sqrt{F_{bmax\_norm}} \times m_{rL} \times A_{spec} \quad \text{：正弦波振動試験の場合}$$

$$F_{PSDspec} = F_{bmax\_norm} \times m_{rL}^2 \times A_{PSDspec} \quad \text{：ランダム振動試験の場合} \qquad \text{（C1-19）}$$

なお、表 C1-1 に用いられているパラメータの値以外で正規化フォースリミット条件を算出したい場合は、図 C1-3 に示す方法に基づき計算を行うこと。

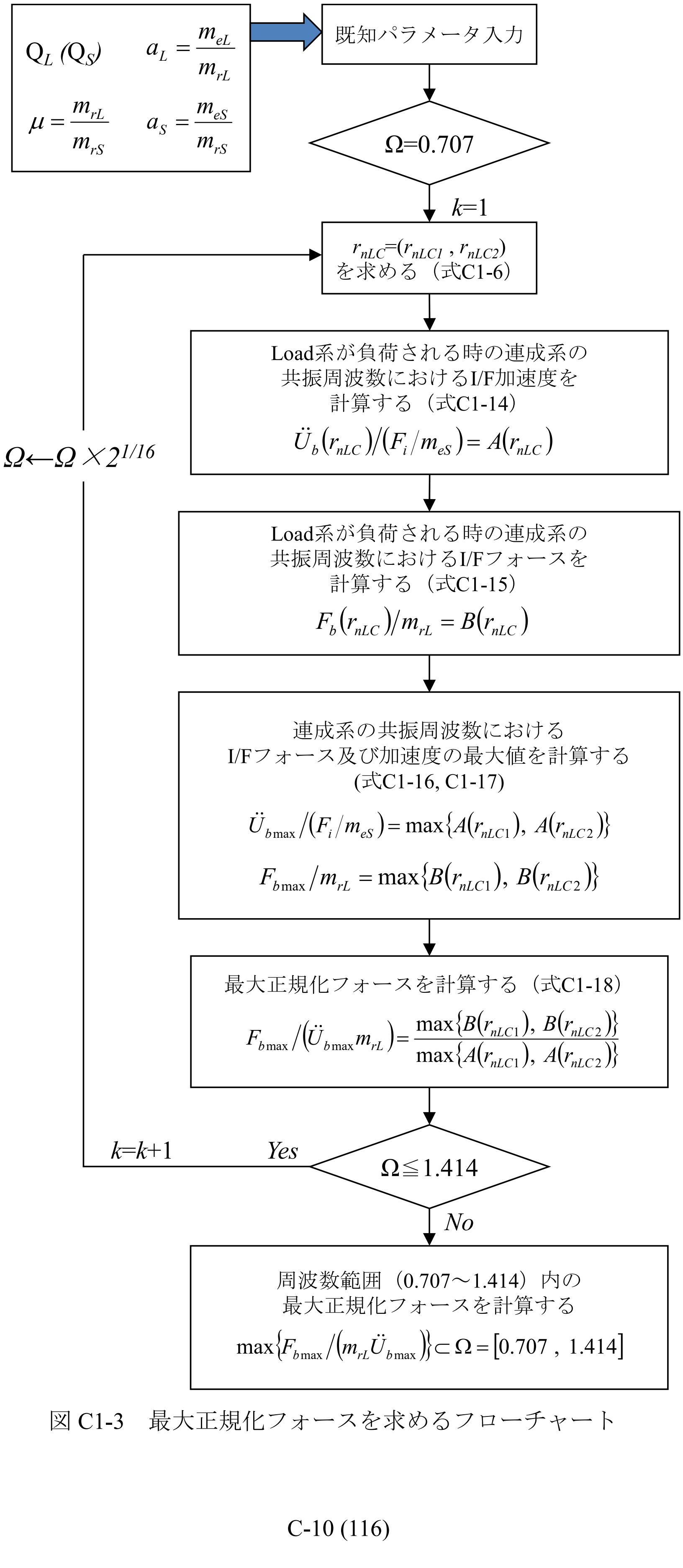


図 C1-3　最大正規化フォースを求めるフローチャート

表 C1-1(1)　正規化フォースリミット条件（二乗値）

（Q_L=Q_S=5）

Q_S=Q_L=5		μ(=m_{rL}/m_{rS})								
a_S (=m_{eS}/m_{rS})	a_L (=m_{eL}/m_{rL})	0.001	0.003	0.01	0.03	0.1	0.3	1	3	10
4	10	1071	1070	1067	1075	1178	1259	1291	1382	1345
	8	687	687	685	689	739	772	808	821	878
	6	388	388	388	390	410	449	435	428	456
	4	174	174	174	175	182	207	196	202	186
	2	45	45	45	45	47	52	60	56	55
	1	12	12	12	12	13	14	19	18	19
	0.5	3	3	3	4	4	4	6	7	8
2	10	1562	1519	1416	1313	1206	1158	1188	1373	1324
	8	1006	983	927	860	787	745	758	821	861
	6	570	561	536	501	481	417	435	427	457
	4	256	254	247	235	228	200	184	191	187
	2	66	66	65	64	64	61	56	55	52
	1	18	18	18	18	19	21	20	18	17
	0.5	5	5	5	5	6	7	8	7	8
1	10	2612	2497	1988	1503	1177	1118	1190	1338	1313
	8	1682	1632	1362	1013	772	702	718	823	852
	6	952	938	827	610	459	399	410	429	457
	4	431	427	401	315	246	207	196	179	188
	2	113	112	111	100	80	64	56	54	50
	1	30	31	31	31	26	22	19	18	18
	0.5	9	9	10	10	10	9	8	8	8
0.5	10	2651	2561	2175	1608	1188	1094	1192	1320	1307
	8	1704	1668	1467	1118	807	729	722	823	848
	6	963	956	875	698	500	429	387	430	458
	4	431	433	415	355	262	210	184	181	189
	2	113	112	112	106	88	69	56	51	50
	1	31	31	31	31	29	24	20	19	19
	0.5	9	9	10	10	10	9	9	8	7
0.1	10	2655	2647	2364	1859	1206	1025	1196	1305	1303
	8	1704	1703	1597	1334	863	665	726	824	844
	6	962	964	946	775	531	396	393	431	458
	4	431	433	432	373	277	207	177	182	189
	2	111	112	113	112	95	68	57	52	50
	1	31	30	30	31	29	27	20	20	19
	0.5	10	10	10	10	10	9	9	8	8
0.05	10	2622	2594	2542	1934	1240	1030	1196	1304	1302
	8	1687	1672	1642	1259	877	670	727	824	844
	6	957	950	936	796	508	402	393	431	458
	4	432	430	425	418	298	213	178	182	189
	2	113	113	112	111	94	70	58	52	50
	1	31	31	31	31	31	26	20	20	19
	0.5	9	9	9	10	10	10	9	9	8
0.01	10	2621	2621	2462	1844	1271	1034	1197	1302	1302
	8	1681	1681	1586	1323	850	674	727	824	844
	6	949	949	916	873	524	406	394	431	458
	4	425	425	422	407	311	217	178	182	189
	2	109	109	109	108	103	74	59	52	51
	1	31	31	31	31	30	26	21	20	19
	0.5	10	10	10	10	10	10	9	9	8
0.005	10	2621	2621	2449	1832	1275	1035	1197	1302	1302
	8	1681	1681	1579	1337	847	675	727	824	844
	6	949	949	923	883	527	407	394	431	458
	4	425	425	424	405	309	218	178	182	189
	2	109	109	109	108	104	74	59	52	51
	1	30	30	30	30	30	26	21	20	19
	0.5	10	10	10	10	10	10	9	9	8

表 C1-1(2)　正規化フォースリミット条件（二乗値）

（Q_L=Q_S=10）

Q_S=Q_L=10		μ(=m_{rL}/m_{rS})								
a_S (=m_{eS}/m_{rS})	a_L (=m_{eL}/m_{rL})	0.001	0.003	0.01	0.03	0.1	0.3	1	3	10
4	10	1290	1284	1270	1265	1387	1525	1687	1776	1845
	8	827	824	817	811	865	963	982	1018	1117
	6	466	465	462	459	478	534	558	545	550
	4	208	207	207	206	211	240	236	233	223
	2	52	52	52	53	54	59	67	64	62
	1	13	13	13	14	14	15	21	22	20
	0.5	3	3	4	4	4	4	6	9	9
2	10	2199	2053	1769	1532	1409	1402	1438	1760	1800
	8	1420	1342	1176	1014	916	852	974	1009	1114
	6	807	773	693	600	564	518	504	504	550
	4	363	352	326	288	262	234	225	238	214
	2	92	91	88	82	76	79	63	60	63
	1	24	23	23	23	23	25	22	21	21
	0.5	6	6	6	6	7	8	10	9	9
1	10	7475	4972	3031	1815	1313	1269	1427	1753	1778
	8	5073	3535	2139	1347	905	787	857	1006	1112
	6	3043	2249	1364	910	591	494	513	504	549
	4	1453	1159	719	486	296	235	218	219	215
	2	396	351	253	170	105	75	61	64	60
	1	106	101	85	59	44	32	23	23	20
	0.5	29	29	27	22	18	13	10	9	10
0.5	10	7300	5480	3314	1953	1318	1311	1423	1749	1767
	8	4899	3780	2377	1406	901	827	839	1005	1112
	6	2906	2314	1539	927	567	474	471	504	549
	4	1375	1147	819	518	308	232	227	210	215
	2	375	337	263	189	117	82	69	62	59
	1	102	96	83	65	47	35	25	21	20
	0.5	28	28	26	22	19	15	11	11	10
0.1	10	9714	8204	4709	2488	1340	1193	1422	1747	1759
	8	6316	5550	3487	1960	973	780	841	1004	1111
	6	3607	3299	2306	1446	673	455	443	505	549
	4	1627	1548	1225	755	361	229	206	204	216
	2	413	409	372	271	173	95	63	58	58
	1	105	106	104	91	58	41	28	23	21
	0.5	28	28	29	28	23	17	14	10	9
0.05	10	8791	8283	5989	2799	1381	1171	1422	1747	1757
	8	5688	5395	4473	2255	1014	763	841	1004	1111
	6	3243	3101	2857	1352	701	442	443	505	549
	4	1468	1419	1323	869	381	235	203	205	216
	2	380	373	356	332	162	89	64	58	57
	1	101	100	97	93	74	45	27	23	21
	0.5	28	28	28	27	26	19	14	10	9
0.01	10	9940	9172	6649	3099	1416	1154	1422	1746	1757
	8	6397	6048	4294	2077	1051	750	842	1004	1111
	6	3617	3492	2746	1593	662	445	444	505	549
	4	1617	1587	1394	1051	413	241	201	205	216
	2	408	405	389	311	181	89	65	57	57
	1	104	104	102	95	78	42	26	23	21
	0.5	27	27	27	26	23	23	14	10	9
0.005	10	10052	9402	6526	3131	1421	1152	1422	1746	1756
	8	6458	6179	4381	2114	1055	748	842	1004	1111
	6	3646	3553	2842	1627	657	446	444	505	549
	4	1625	1608	1435	1070	417	241	201	205	216
	2	409	409	396	321	184	89	65	57	57
	1	104	104	103	97	77	41	26	23	21
	0.5	27	27	27	27	23	23	14	11	9

表 C1-1(3)　正規化フォースリミット条件（二乗値）

（Q_L=Q_S=20）

Q_S=Q_L=20		μ(=m_{rL}/m_{rS})								
a_S (=m_{eS}/m_{rS})	a_L (=m_{eL}/m_{rL})	0.001	0.003	0.01	0.03	0.1	0.3	1	3	10
4	10	1360	1352	1334	1323	1452	1609	1803	1918	2041
	8	871	867	858	849	904	1038	1040	1085	1198
	6	490	489	485	481	498	573	597	586	581
	4	218	218	217	216	220	250	252	243	237
	2	55	55	55	55	56	61	70	66	64
	1	14	14	14	14	14	16	21	23	21
	0.5	3	3	4	4	4	4	6	9	9
2	10	2451	2251	1886	1598	1460	1462	1539	1894	1985
	8	1586	1478	1260	1061	982	885	1034	1072	1194
	6	902	854	747	631	584	537	526	529	580
	4	406	391	355	305	272	250	239	248	224
	2	103	101	97	88	79	82	66	61	67
	1	26	26	26	25	24	25	23	22	22
	0.5	7	7	7	7	7	9	11	10	9
1	10	15160	7273	3377	2004	1352	1315	1504	1884	1958
	8	11041	5480	2431	1517	969	829	914	1067	1192
	6	7232	3782	1598	976	611	524	536	528	579
	4	3869	2206	965	535	308	242	225	232	223
	2	1228	826	407	199	119	81	65	66	63
	1	359	283	166	83	51	33	25	24	21
	0.5	100	89	63	36	22	14	11	10	11
0.5	10	14404	8119	3934	2131	1355	1355	1498	1879	1944
	8	10179	5923	2895	1541	928	852	876	1065	1191
	6	6435	3918	1954	1024	586	487	500	528	579
	4	3301	2155	1123	585	322	239	234	221	223
	2	1002	739	430	233	127	85	70	65	62
	1	290	239	159	93	55	37	27	22	20
	0.5	83	74	57	37	24	19	11	12	11
0.1	10	28194	16813	6697	2717	1378	1261	1495	1875	1933
	8	19246	12360	4976	2203	1005	825	877	1064	1190
	6	11577	8113	3636	1713	701	481	462	528	579
	4	5518	4289	2254	1055	407	235	217	213	224
	2	1486	1306	883	431	203	104	64	61	61
	1	387	366	298	188	80	46	30	23	21
	0.5	100	98	90	71	40	22	15	10	10
0.05	10	22733	19330	8800	3089	1420	1237	1495	1874	1932
	8	14942	12882	7273	2580	1048	806	877	1064	1190
	6	8668	7613	5567	1719	746	467	458	528	579
	4	4000	3607	2984	1196	409	242	214	212	224
	2	1057	991	860	663	206	99	65	61	60
	1	281	271	247	212	113	54	29	24	21
	0.5	77	75	72	64	54	26	17	11	10
0.01	10	35476	26265	11804	3456	1457	1217	1494	1874	1931
	8	23241	18566	7734	2527	1087	791	877	1063	1190
	6	13357	11468	5763	2010	728	456	459	528	579
	4	6054	5544	3567	1565	446	247	212	211	224
	2	1542	1488	1243	656	224	93	66	60	60
	1	390	384	358	269	137	51	28	24	21
	0.5	99	98	96	86	52	33	16	11	10
0.005	10	37455	28539	11513	3507	1462	1215	1494	1874	1931
	8	24409	20079	8162	2480	1092	789	877	1063	1190
	6	13948	12306	6244	2065	722	457	459	528	579
	4	6283	5880	3884	1621	451	248	211	212	224
	2	1590	1553	1337	710	230	94	66	60	60
	1	401	397	378	292	133	50	28	24	21
	0.5	102	101	99	91	56	34	16	11	10

表 C1-1(4)　正規化フォースリミット条件（二乗値）

（Q_L=Q_S=50）

Q_S=Q_L=50		μ(=m_{rL}/m_{rS})								
a_S (=m_{eS}/m_{rS})	a_L (=m_{eL}/m_{rL})	0.001	0.003	0.01	0.03	0.1	0.3	1	3	10
4	10	1380	1372	1352	1341	1472	1635	1839	1962	2104
	8	884	880	870	860	916	1062	1058	1105	1224
	6	498	496	492	487	505	585	606	599	591
	4	221	221	220	219	223	253	256	246	241
	2	55	55	55	56	57	62	70	67	65
	1	14	14	14	14	15	16	22	23	21
	0.5	3	3	3	4	4	4	6	9	9
2	10	2533	2314	1921	1618	1475	1480	1572	1936	2045
	8	1640	1521	1286	1075	1003	894	1049	1092	1219
	6	933	880	764	640	591	542	532	536	589
	4	420	404	364	311	275	255	243	251	227
	2	106	105	99	90	80	82	68	62	67
	1	27	27	26	25	24	26	23	22	23
	0.5	7	7	7	7	7	9	11	10	9
1	10	21380	8368	3487	2064	1364	1328	1527	1924	2015
	8	16554	6491	2527	1545	989	843	931	1086	1216
	6	11859	4686	1716	996	617	528	542	535	589
	4	7333	2965	1075	550	312	244	227	236	226
	2	3080	1345	493	210	123	83	66	66	64
	1	1189	592	229	94	53	34	26	24	21
	0.5	415	245	106	45	23	14	12	10	11
0.5	10	19878	9527	4210	2200	1366	1368	1521	1919	2001
	8	14650	7132	3134	1599	936	859	887	1084	1215
	6	9809	4902	2153	1070	592	491	509	535	588
	4	5480	2872	1277	620	326	240	236	225	226
	2	1921	1120	527	253	131	86	71	66	63
	1	630	417	216	107	57	38	27	22	20
	0.5	196	147	87	46	26	19	12	12	11
0.1	10	60228	23737	7606	2788	1389	1282	1517	1914	1989
	8	45129	18770	5649	2282	1015	839	887	1082	1214
	6	30532	13682	4332	1806	710	489	470	535	588
	4	16975	8509	2942	1188	423	237	220	216	226
	2	5663	3452	1440	516	213	106	64	62	61
	1	1708	1239	643	269	90	48	31	23	21
	0.5	479	398	256	131	51	24	15	11	10
0.05	10	41255	31052	10122	3181	1432	1256	1516	1914	1988
	8	27710	21223	8807	2688	1058	819	887	1082	1214
	6	16486	12956	7377	1868	755	475	465	535	588
	4	7841	6414	4636	1336	418	244	217	215	226
	2	2149	1880	1441	886	223	102	66	62	61
	1	582	537	444	337	132	56	30	24	21
	0.5	160	153	136	110	80	29	17	11	10
0.01	10	130209	55611	14293	3570	1469	1236	1516	1914	1986
	8	91546	44883	10003	2703	1097	803	888	1082	1214
	6	56516	32547	8371	2169	749	463	463	535	588
	4	27503	19009	6401	1813	456	249	215	214	226
	2	7498	6291	3346	961	240	96	67	61	61
	1	1954	1800	1315	579	176	54	29	24	21
	0.5	499	480	415	267	86	38	17	11	10
0.005	10	164324	67366	14690	3625	1474	1234	1516	1913	1986
	8	114932	55380	10803	2649	1102	801	888	1082	1214
	6	70280	40824	9452	2232	743	462	463	535	588
	4	33696	24022	7535	1888	462	250	215	214	226
	2	8995	7818	4172	1085	247	96	67	61	61
	1	2314	2182	1655	700	169	53	29	24	21
	0.5	587	572	511	335	99	39	17	11	10

C.2　単純 2 自由度法

本項の方法は、図 C2-1 に示す単純 2 自由度モデルを用いて共振周波数比 r_n を求め、リミット値を計算する方法（単純 2 自由度法）である。この方法は、前 C.1 項の複雑 2 自由度モデルよりもさらに単純化した 2 自由度モデルを用いる。その際、Source 系と Load 系の共振周波数が等しいと仮定するところに特徴がある。この仮定により、フォースリミット値の計算に必要となるパラメータを少なくすることができる。なお、固有値解析時の境界条件は、Load 系と Source 系の I/F 部のみを 6 自由度固定とすること。

この方法では、供試体に関する以下の情報が必要となる。

① Load 系の剛質量（M_L）
② Load 系モデルの質量（m_{STDFS_L}）と Source 系モデルの質量（m_{STDFS_S}）との比$\mu = m_{STDFS_L}/m_{STDFS_S}$
③ Load 系の Q 値（Q_L）

（本項の方法では、Source 系の Q 値は計算結果に影響しない）

Load 系の有効質量を小さく、かつ Source 系の有効質量を大きく見積もることで、フォースリミット条件が打上げ時よりも小さくなるアンダーテスティングを回避することができる。本手法を用いてフォースリミット値を計算した具体例を Appendix F に示す。

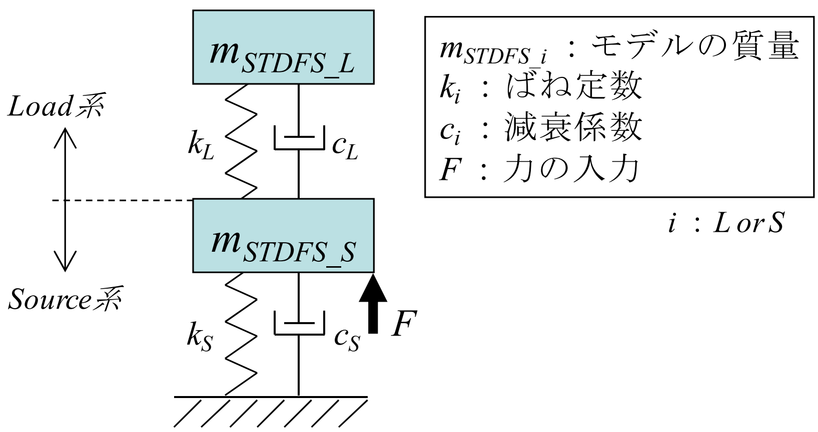


図 C2-1　単純 2 自由度モデル

図 C2-1 の単純 2 自由度モデルの運動方程式は次式である。

$$M\ddot{x} + Kx = F$$
$$\begin{bmatrix} m_{STDFS_S} & 0 \\ 0 & m_{STDFS_L} \end{bmatrix} \ddot{x} + \begin{bmatrix} k_S + k_L & -k_L \\ -k_L & k_L \end{bmatrix} x = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{C2-1}$$

ここで、x及びFを周波数ωの調和振動とすると、この系の共振周波数は以下の行列式の解をωについて解くことで得られる。即ち、

$$det[-\omega^2 M + K] = F$$
$$\begin{vmatrix} -\omega^2 m_{STDFS_S} + k_S + k_L & -k_L \\ -k_L & -\omega^2 m_{STDFS_L} + k_L \end{vmatrix} = 0 \tag{C2-2}$$

式（C2-2）をωについて整理すると次式となる。

$$\omega^4 - \left(\frac{k_S}{m_{STDFS_S}} + \frac{m_{STDFS_L}}{m_{STDFS_S}} \frac{k_L}{m_{STDFS_L}} + \frac{k_L}{m_{STDFS_L}} \right) \omega^2 + \frac{k_S}{m_{STDFS_S}} \frac{k_L}{m_{STDFS_L}} = 0 \tag{C2-3}$$

ここで、Source 系と Load 系の共振周波数が等しいと仮定する（$\omega_{nL} = \omega_{nS} = \left(k_L/m_{STDFS_L}\right)^{1/2} = \left(k_S/m_{STDFS_S}\right)^{1/2}$）。また Source 系と Load 系の有効質量比をμとする（次式）。

$$\frac{m_{STDFS_L}}{m_{STDFS_S}} = \mu \tag{C2-4}$$

式（C2-4）を式（C2-3）に代入して整理する。

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{nL}}\right)^4 - 2\left(1 + \frac{\mu}{2}\right)\left(\frac{\omega}{\omega_{nL}}\right)^2 + 1 = 0$$

$$r_{nL}^4 - 2\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) r_{nL}^2 + 1 = 0 \tag{C2-5}$$

式（C2-5）より、図 C2-1 の 2 自由度モデルを用いた時の、連成系の共振周波数と Load 系単体の共振周波数の比r_{nLC}は次式で計算できる。

$$r_{nLC} = (r_{nLC1}, r_{nLC2}) = \sqrt{1 + \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\left(\mu + \frac{\mu^2}{4}\right)}} \tag{C2-6}$$

ここで、

$$r_{nLC1} = \frac{\omega_{C1}}{\omega_{nL}}, \qquad r_{nLC2} = \frac{\omega_{C2}}{\omega_{nL}} \tag{C2-7}$$

である。

本項の方法では、連成系の共振周波数比 r_{nLC} はモデルの質量の比 μ のみの関数となる。式（C2-6）の計算結果を、縦軸に r_{nLC}、横軸に μ として図 C2-2 に示す。図 C2-2 から、μ が大きいほど（Load 系モデルの質量が Source 系モデルの質量よりも大きいほど）、共振周波数比が大きく変化することがわかる。逆に μ が小さいほど、r_{nLC} は 1 に近い値となる。 r_{nLC} が 1 に近いほど $\underline{M_L}$ は大きくなるので、結果的にF_{spec}は大きめに見積もられることになる（図 C2-3）。よって、Load 系モデルの質量を小さく見積もることで、フォースリミット値が大きくなる。

一方、Source 系モデルの質量を大きく見積もることでも、フォースリミット値が大きくなる。剛質量を用いると最も安全側のリミット条件となるが、過剰に安全側となるので、リミット対象周波数から-1/2 オクターブの範囲におけるモードの有効質量＋剰余質量と漸近動質量（Appendix A.1.5 項参照）を比較し、最も大きい値を Source 系モデルの質量として設定する。

次に、式（C-1）及び式（C-2）のとおり、式（C2-6）で求めたr_{nLC1}、r_{nLC2}を次式に代入することで、式（C2-8）に定義する正規化フォースのリミット条件を計算できる。

$$\begin{aligned}\frac{F_{spec}}{M_L A_{spec}} &= \max\left[\left(1 + \frac{m_{STDFS_L}}{M_L}\frac{r_{nLC}^2}{(1 - r_{nLC}^2) + j2\zeta_{nLC} r_{nLC}}\right)\right] \\ &\leq \max\left[1 + \frac{r_{nLC}^2}{(1 - r_{nLC}^2) + j2\zeta_{nLC} r_{nLC}}\right] \\ &= \max\left[\frac{1 + j2\zeta_{nLC} r_{nLC}}{(1 - r_{nLC}^2) + j2\zeta_{nLC} r_{nLC}}\right]\end{aligned} \tag{C2-8}$$

式（C2-8）の *max* とは、$r_{nLC} = (r_{nLC1}、r_{nLC2})$の 2 つの場合のうち、大きい方を解として選択することを示す。式(C2-8)について、Q 値をパラメータとして計算し、縦軸に式(C2-8)の左辺の二乗、横軸にモデルの質量の比μをとった結果を図 C2-4 に示す。モデルの質量の比と供試体の Q 値が分かれば、図 C2-4 からフォースリミット値を読み取ることができる。

図 C2-4 から、μが大きいほど、即ち、Source 系モデルの質量に対して、Load 系モデルの質量が大きくなるほど、動吸振器効果（詳細は Appendix A を参照のこと）が大きく、正規化フォースリミット値が小さくなる傾向があることがわかる。また、モデルの質量の比 μ が 0.1 以上の場合、正規化フォースのリミット値は Load の Q 値に依らないことがわかる。

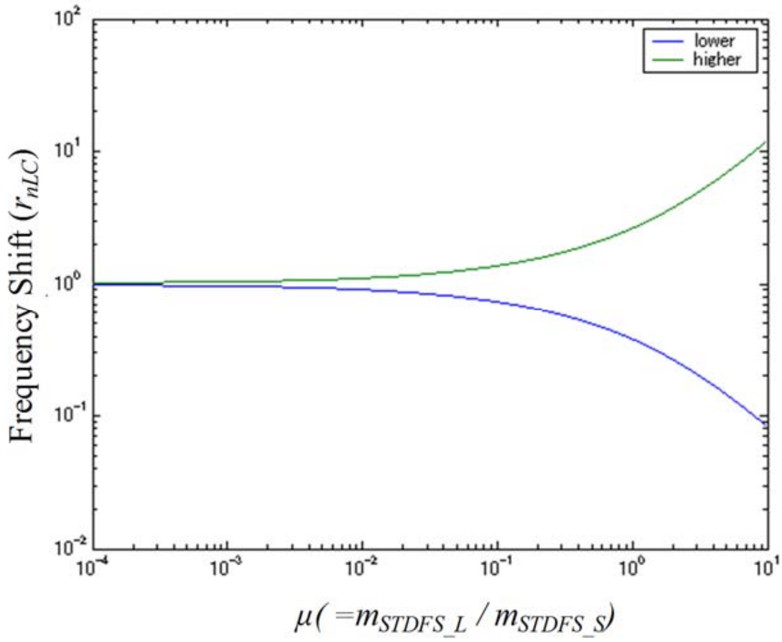


図 C2-2　共振周波数比と質量比の計算結果

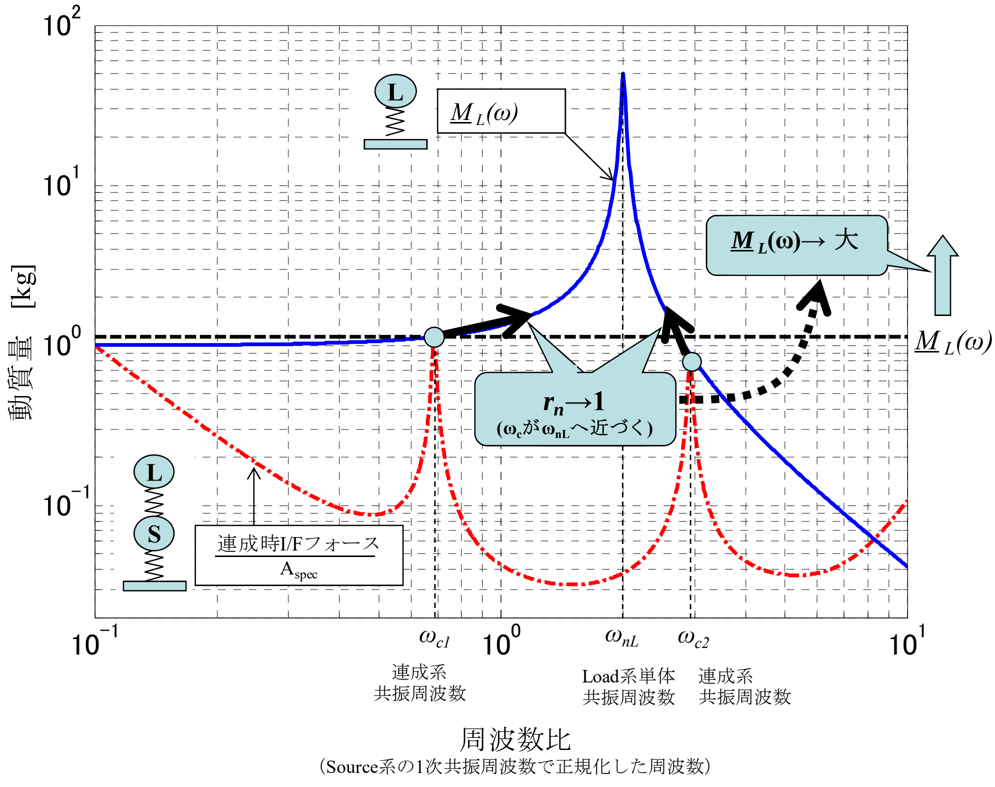


図 C2-3　動質量と共振周波数比の関係

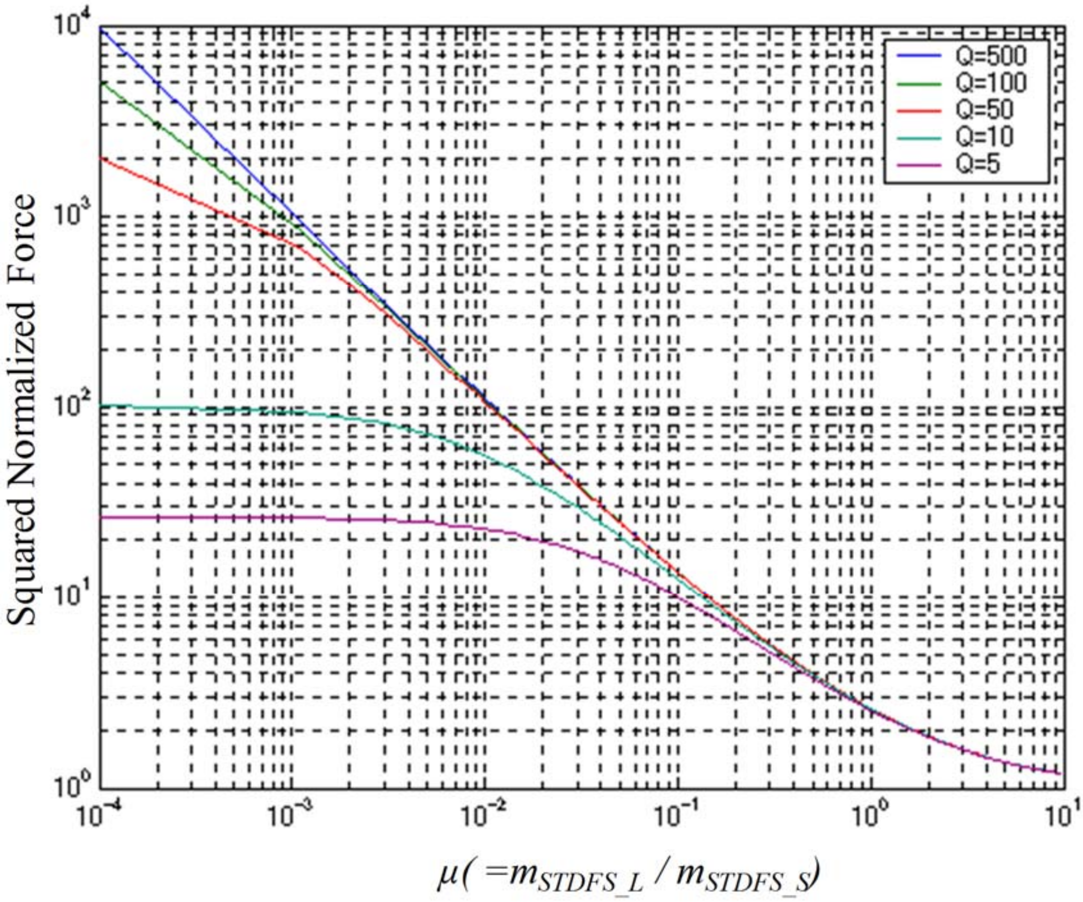


図 C2-4　正規化フォースと質量比・Q 値の関係

Appendix D　簡易試験によるフォースリミット条件の計算

本項では、インパクトハンマや小型加振機等を用いた簡易試験を行って Load 系及び Source 系の動質量を実測し、フォースリミット条件を計算する方法の詳細を示す。

D.1　動質量の実測について

本項に示すフォースリミット条件の計算方法は、Source 系と Load 系の I/F 部を剛に固定した時の結合部における動質量を用いる。このI/F部を剛に固定した時の各系の動質量は、ハンマリング試験等の簡易試験を行って I/F 部の伝達関数を複数点実測し、計算上で合成して算出する。

はじめに、Source 系及び Load 系の I/F 部における伝達関数を実測するために、双方の供試体を準備する。伝達関数を実測する時の実験コンフィギュレーションは、Source 系及び Load 系の I/F 部を自由－自由境界とし、I/F 部以外の境界条件を打上げ時と同じコンフィギュレーションとする必要がある。例えば、衛星システムに搭載されるコンポーネントのフォースリミット条件を検討する場合は、衛星システム側（Source 系）は衛星分離部を固定して、当該コンポーネントを取り外した状態にする。コンポーネント側（Load 系）は I/F 部以外は自由－自由の境界条件であるため、吊り紐等を用いて供試体を吊り下げて結合部も含めて境界条件が自由－自由となるようなコンフィギュレーションとする。

次に、Source 系及び Load 系それぞれの I/F 部をインパクトハンマや加振機等を用いて加振し、伝達関数を実測する。実際には I/F 部は面であることが多いので、結合面内の複数点の伝達関数を実測する。本項で示す方法で算出される動質量は、伝達関数を計測した点を剛に固定した時の動質量となる。従って、実際の I/F 部が面である場合は、全ての加振点を固定した時の供試体の境界条件が、結合面を固定した場合と同様の境界条件となるように、必要十分な数の加振点をバランス良く配置して伝達関数を計測する必要がある。
また、トラス構造などにより複数点で結合されている場合は、全ての結合点の伝達関数を計測する。

実測した伝達関数から、伝達関数の計測点を剛に固定した時の動質量を算出する方法を図 D1-1 に示す一般構造モデルを用いて示す。図 D1-1 の構造モデルは、境界 b を介して他の構造と結合する一般構造モデルである。

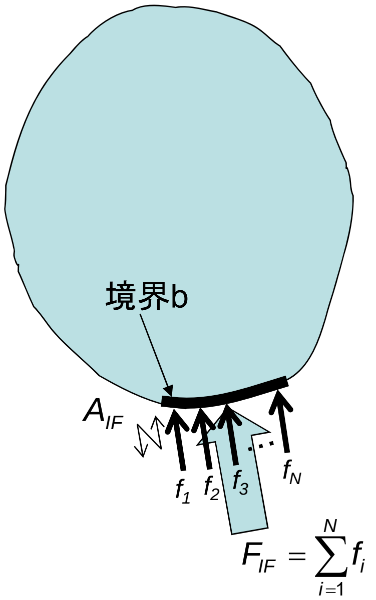


図 D1-1　結合境界を持つ構造モデル

境界b内のある点k（$k = 1,2, \ldots, N$）に加振力f_kを負荷した時の、境界b内の点j（$j = 1,2, \ldots, N$）における加速度をa_jとする。この時、f_kとa_jには次式の関係がある。

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \cdots & H_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{Bmatrix} \tag{D1-1}$$

ここでH_{jk}は、a_jと、f_kの伝達関数（$H_{jk} = a_j \ / \ f_k$）である。この伝達関数：H_{jk}は、インパクトハンマや小型加振機を用いて実測される伝達関数である。

図 D1-1 のモデルを加振機のような剛の構造体に結合し、I/F 部に均一の加速度A_{IF_i}（$i = 1,2, \ldots, N$）を与えることを考える。この時に構造モデルと剛の構造体の間に発生するインタフェースフォースF_{IF_j}（$j = 1,2, \ldots, N$）は、式（D1-1）及び部分構造の伝達関数合成法[D-1]を用いて式（D1-2）のように表すことができる。

$$\begin{Bmatrix} A_{IF\_1} \\ A_{IF\_2} \\ \vdots \\ A_{IF\_N} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}+H_{S\_11} & H_{12}+H_{S\_12} & \cdots & H_{1N}+H_{S\_1N} \\ H_{21}+H_{S\_21} & H_{22}+H_{S\_22} & \cdots & H_{2N}+H_{S\_2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ H_{N1}+H_{S\_N1} & H_{N2}+H_{S\_N2} & \cdots & H_{NN}+H_{S\_NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{IF\_1} \\ F_{IF\_2} \\ \vdots \\ F_{IF\_N} \end{Bmatrix} \tag{D1-2}$$

ここで、H_{S_ij}（$i=1,2,3,\ldots,N;j=1,2,3,\ldots,N$）は、剛の構造体単体の I/F 部内の$j$点を加振した時の別の$i$の加速度との伝達関数であり、動質量$\underline{M_S}$の逆数である。最終的には、図 D1-1 に示す構造モデルの境界bを完全に剛に固定したときの動質量を求めることを考えているので、剛の構造体の動質量は図 D1-1 の構造モデルよりも遥か大きいと考えて良く、式（D1-2）中のH_{S_ij}は無視することができる。

従って、供試体を振動試験機のような剛でかつ大きな動質量を持つ構造体に結合境界bを固定し、均一な加速度A_{IF}を与えた時に境界上の計測点に発生するフォース：F_i（$i=1,2,3,\ldots,N$）は式（D1-3）となる。

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \cdots & H_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix} A_{IF} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix} A_{IF} \qquad \text{(D1-3)}$$

式（D1-3）は、構造体の境界 b 内に存在する計測点を全て完全に剛に固定して同位相の加速度A_{IF}を与えた時の、各計測点に発生するフォースを意味している。即ち、式（D1-3）は、境界部（境界内の有限個の加振点）のみを完全に剛結合して並進方向の加速度を与えた時の弾性体の動特性を表している。従って、境界内の各加振点に異なる大きさ、または異なる位相の加速度が加えられた時よりも大きな負荷が加えられることとなる(図 D3.2-5)。

式（D1-3）より、境界b内の加振方向の I/F フォースF_i及び合力F_{IF}は次式となる。

$$F_i = \sum_{j=1}^{N} Z_{ij} \times A_{IF} \qquad \text{(D1-4)}$$

$$F_{IF} = \sum_{i=1}^{N} F_i = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{N} Z_{ij} \times A_{lF} = \underline{M} \times A_{lF} \qquad \text{(D1-5)}$$

式（D1-5）の$\underline{M}$が、伝達関数を計測した全ての点（$i=1,2\ \ldots N$）を剛に固定した時の動質量となる。また、F_iは、全ての加振点を剛に結合して均一の加速度A_{IF}を負荷した時の各加振点における個別の I/F フォースを表している。

以上の方法により Load 系及び Source 系それぞれの動質量を計算する。

ここで、対象とする構造体の境界条件が面結合の場合、伝達関数を測定すべき点Nが無数に存在することとなる。一方、インパクトハンマや小型加振機を用いた簡易試験で得られる$\underline{M}$は、加振点数Nや加振点の配置によって異なる結果となる。結合面の正しい動質量$\underline{M}$を求めるためには、定性的には、結合面内のより多くの点を計測することが望ましいと言える。しかしながら、計測コストの観点からは、動質量の計測点の数を現実的な数にすることが重要となる。

以上をふまえ、伝達関数を実測すべき計測点の数について、指針を以下に示す。また、D3.3 項に、実際の構造体を用いて計測する加振点の数について検討した結果を示す。

(1) トラス構造のように、境界部の構造が点結合に近い結合構造の場合は、各結合点の動質量を実測する。

(2) 境界条件が面結合の場合、加振点を剛に固定した時の境界条件が、結合面を剛結合とした場合と同様の境界条件となるように、必要十分な数の加振点をバランス良く配置して伝達関数を計測する必要がある。参考として、D.3.3 項に加振点の配置と数について実験的に検討した結果を示す。

また、インパクトハンマや小型加振機を用いた簡易試験以外の方法で構造体の動質量$\underline{M}$を実測する方法もある。

フォースリミット振動試験を実施するための試験コンフィギュレーションと同様の試験コンフィギュレーションで振動試験を行うことで動質量$\underline{M}$を得ることができる。即ち、供試体に負荷された加速度A_{IF}に対する加振方向の I/F フォースの合力F_{IF}を直接計測し、式（D1-5）に代入することで供試体の動質量$\underline{M}$を得ることができる（$\underline{M} = F_{IF}/ A_{IF}$）。この方法は、実際にフォースリミット振動試験を行う Load 系の動質量$\underline{M}$を得る際に特に有効である（本試験前に低レベル加振等を行うことで Load 系の$\underline{M}$が得られる）。

D.2　フォースリミット条件の計算方法

本項では、前D.1項で示した方法で実測したSourceとLoadの動質量を計算上で結合し、最大予測フォースを計算する方法を示す。

最終的には、式（D2-7）を用いることでフォースリミット条件を計算することが出来るが、式（D2-7）の導出過程も含めた、本手法の詳細理論について述べる。図 D2-2 にこの方法の概要を示す。

まず、Appendix A で用いたモデルと同様の構造分系モデルを考える。Source 系は一次構造（被搭載側）、Load 系は二次構造（搭載側）とする（図 D2-1）。Source 系のモデルに負荷される外力をF_B、Source 系と Load 系が結合した時に、I/F 部においてやり取りされる力をF_{IF}とする。Source 系単体に外力が負荷される場合（図 D2-1：右図）、Load 系が未結合の場合の I/F 加速度A_{IF}と、負荷された外力F_Bとの関係は次式となる。

$$A_{IF}^{0} = \frac{F_B}{\underline{M_{S\_i}}} \tag{D2-1}$$

ここで、$\underline{M_{S_i}}$は外力F_Bに対する Source 系内部加速度応答との比である。

一方、Source 系と Load 系が結合した結合系（図 D2-1：左図）について、それぞれの系に注目すると I/F 加速度A_{IF}と外力F_Bの関係は次の 2 式で表すことができる。

$$A_{IF} = \frac{-F_{IF}}{\underline{M_S}} + \frac{F_B}{\underline{M_{S\_i}}} \tag{D2-2}$$

$$A_{IF} = \frac{-F_{IF}}{\underline{M_L}} \tag{D2-3}$$

ここで、$\underline{M_S}$、$\underline{M_L}$はそれぞれ I/F フォースF_{IF}に対する Source 系、Load 系の I/F 加速度との比（結合部（I/F 部）における動質量）である。

式（D2-1）、式（D2-2）及び式（D2-3）より、結合時の I/F 加速度A_{IF}と I/F フォースF_{IF}は次式となる（式（D2-4）、式（D2-5））。

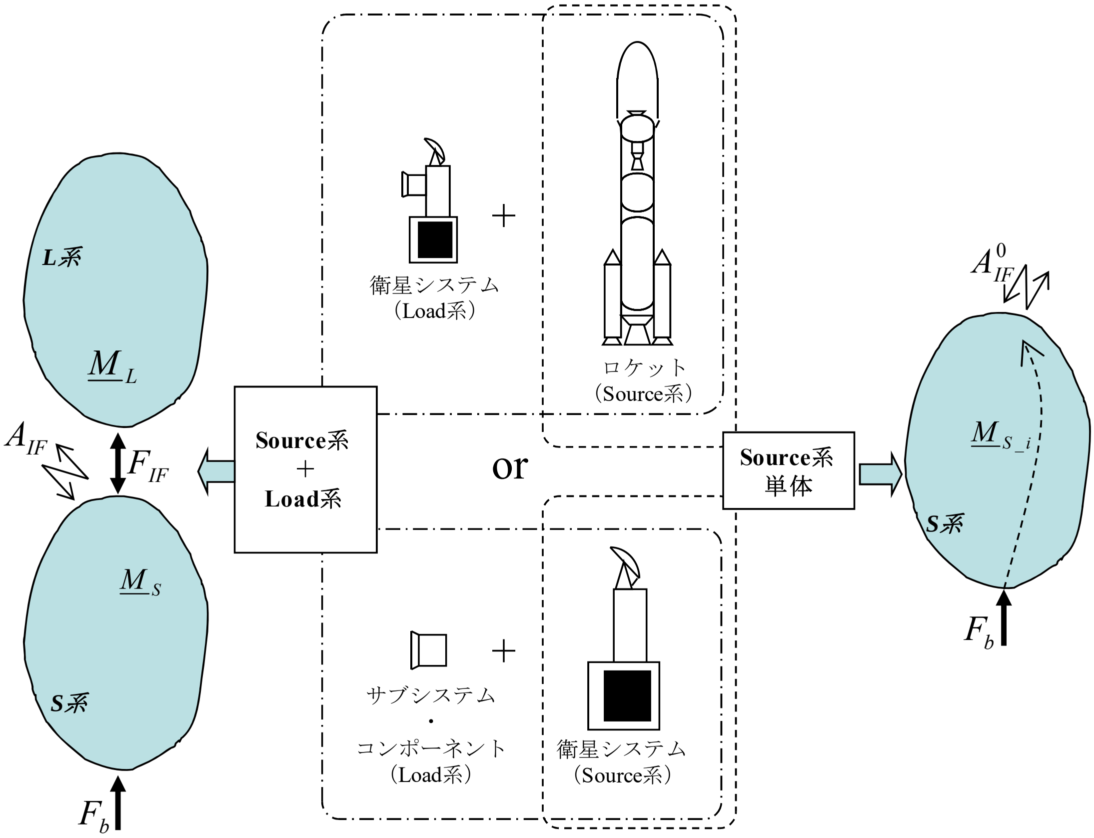


図 D2-1　構造分系モデルの例

$$F_{IF} = \frac{\underline{M_S} \cdot \underline{M_L}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}} \times A_{IF}^0 \tag{D2-4}$$

$$A_{IF} = \frac{\underline{M_S}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}} \times A_{IF}^0 \tag{D2-5}$$

式（D2-4）及び式（D2-5）で表されるF_{IF}及びA_{IF}は、打上げ時の I/F フォース及び I/F 加速度応答を示しており、模式的に図 D2-2 の実線で示すことができる。なお、式（D2-4）及び式 (D2-5) の右辺の分母 : ($\underline{M_S} + \underline{M_L}$) は結合系の共振周波数$\omega_C$ ($\omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2}, \omega_{C3} \cdots$) において谷（ディップ）となる。それに伴い、結合系の共振周波数において、I/F フォースF_{IF}及び I/F 加速度A_{IF}はピークとなる。

次に、Source 系が Load 系に対して与える I/F 加速度及び I/F フォースの包絡値を作成する手順を考える。加速度の包絡値$A_{envelope}$及びフォースの包絡値$F_{envelope}$は、連成系の共振周波数ω_C ($\omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2}, \omega_{C3} \cdots$) におけるピーク値を直線で結ぶ包絡線となる。$A_{envelope}$及び $F_{envelope}$は式(D2-6)及び式(D2-7)で表され、模式的に示すと図 D2-2 の破線となる。

$$F_{envelope} = \left(\frac{\underline{M_S} \cdot \underline{M_L}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}} \times A_{IF}^{0} \right)_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots} \qquad \text{(D2-6)}$$

$$A_{envelope} = \left(\frac{\underline{M_S}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}} \times A_{IF}^{0} \right)_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots} \qquad \text{(D2-7)}$$

ここで、式（D2-6）及び式（D2-7）の添え字：$(\quad)_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots}$ は、結合系の共振周波数ω_C（$\omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2}, \omega_{C3} \cdots$）における値で括弧内の周波数スペクトルの包絡線を取ることを意味している。

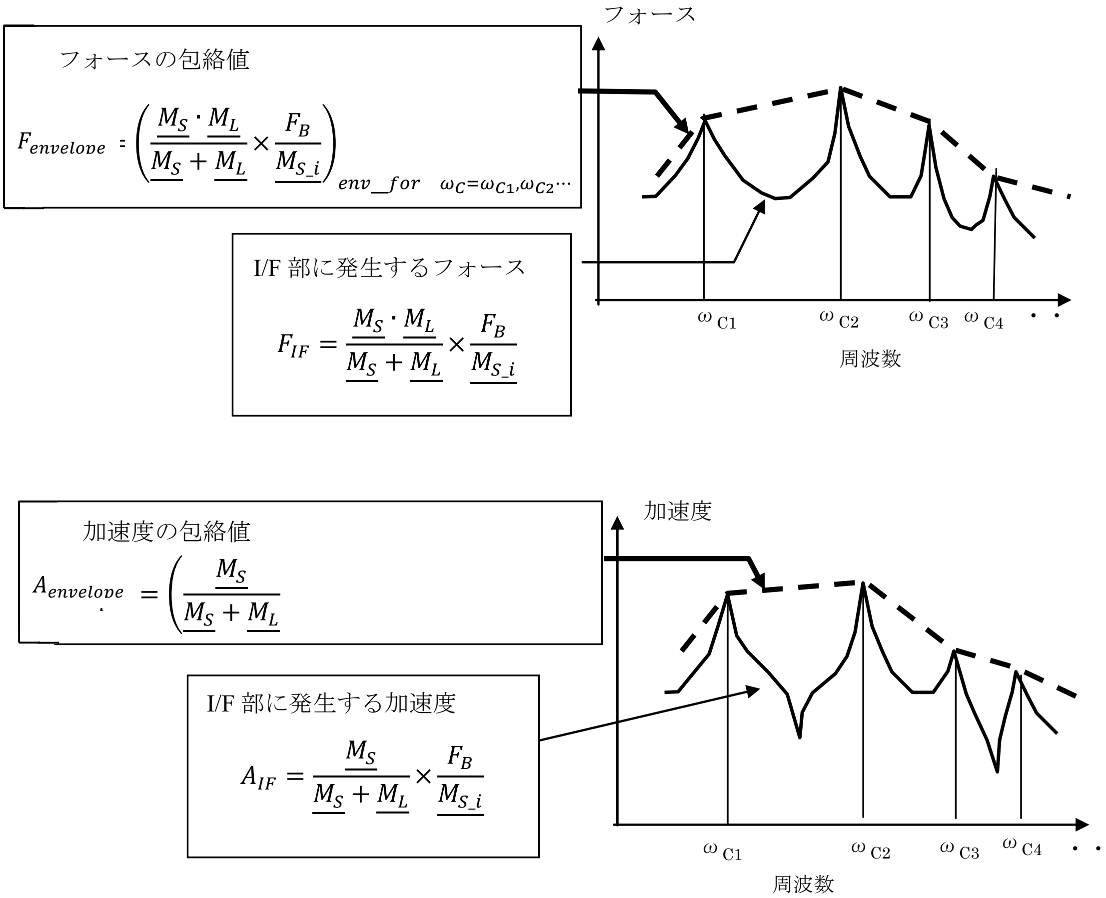


図 D2-2　I/F 加速度・フォース及び加速度包絡値・フォース包絡値（模式図）

ここで、I/F フォースの包絡値を I/F 加速度の包絡値で正規化した値（包絡動質量）を$\underline{M}_{envelop}$とする（式（D2-8））。

$$\underline{M}_{envelop} = \frac{F_{envelope}}{A_{envelope}}$$

$$= \frac{\left(\dfrac{\underline{M_S} \cdot \underline{M_L}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}} \times A_{IF}^0\right)_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots}}{\left(\dfrac{\underline{M_S}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}} \times A_{IF}^0\right)_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots}} \qquad \text{(D2-8)}$$

結合系の共振周波数ω_C（$\omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2}, \omega_{C3} \cdots$）においては、分子と分母それぞれの（ ）$_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots}$ 内のA_{IF}^0は等しい値となるため、式（D2-8）は式（D2-9）となる。

$$\underline{M}_{envelop} = \frac{\left(\dfrac{\underline{M_S} \cdot \underline{M_L}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}}\right)_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots}}{\left(\dfrac{\underline{M_S}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}}\right)_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots}} \qquad \text{(D2-9)}$$

D.1 項に示す方法により$\underline{M}^S$及び$\underline{M}^L$が得られれば、式（D2-9）及び式（D2-10）により、フォースリミット条件F_{Limit_spec}を求めることができる。

$$F_{Limit\_spec} = \underline{M}_{envelope} \times A_{spec}$$

$$= \frac{\left(\dfrac{\underline{M_S} \cdot \underline{M_L}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}}\right)_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots}}{\left(\dfrac{\underline{M_S}}{\underline{M_S} + \underline{M_L}}\right)_{env\_for \quad \omega_C = \omega_{C1}, \omega_{C2} \cdots}} \times A_{spec} \qquad \text{(D2-10)}$$

ここで、F_{Limit_spec}：フォースリミット条件

$\underline{M_L}$　：Load 系の I/F 部の動質量（I/F 部を剛固定した時の動質量）

$\underline{M_S}$　：Source 系の I/F 部の動質量（I/F 部を剛固定した時の動質量）

A_{spec}　：Load 系に与えられた加速度スペック

（ ）$_{envelope}$：括弧内の計算結果のピーク値を包絡する値を意味する

D.3　計算例

本項では、前 D.1 項及び D.2 項で示した手順に従いフォースリミット条件を計算した例を示す。

フォースリミット条件を計算する供試体を図 D3-1 に示す。本項で用いる供試体は、2 つの構造体（Source 系と Load 系）で構成されている構造体のうちの、一方の構造体（Load 系）である。

計算されたフォースリミット条件の妥当性を確認するための比較対象として、Load 系を Source 系へ搭載したコンフィギュレーションで音響試験を実施した時の取付 I/F 部の加速度及びフォースの応答を用いる。この音響試験は、フォースリミット条件の妥当性を検討するための比較対象を得るために実施したものであり、フォースリミット振動試験を実施するためには事前の音響試験が必須であると言うことでは無いことに留意のこと。

Appendix F において、同様の供試体を用いてフォースリミット条件を計算した実例を示している。音響試験及び振動試験の詳細については、Appendix F を参照のこと。

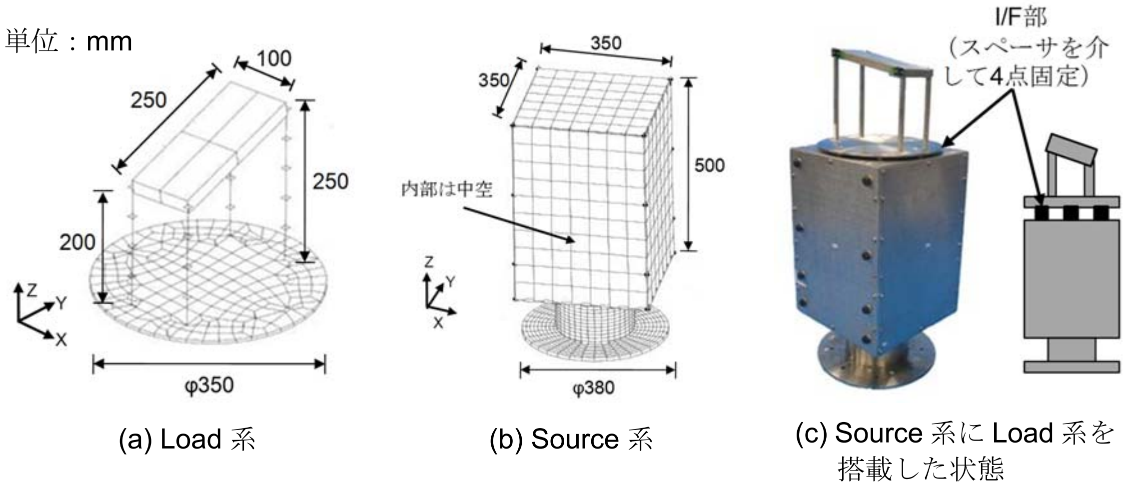


図 D3-1　供試体概要

D.3.1　動質量の実測例

はじめに、D.1 項に基づき Source 系及び Load 系それぞれの動質量を実測する。実測した結果を図 D.3.1-1 に示す。Load 系が Source 系に取り付けられる際に、4 点でボルト結合されるため、図 D.3.1-1 の結果は、結合点の近傍 4 箇所をインパクトハンマで加振し、得られた各結合点の伝達関数から、式（D1-3）により計算された動質量である。

加振点の配置や数が、最終的に計算されるフォースリミット条件に及ぼす影響について検討した結果を、D.3.3 項に示す。

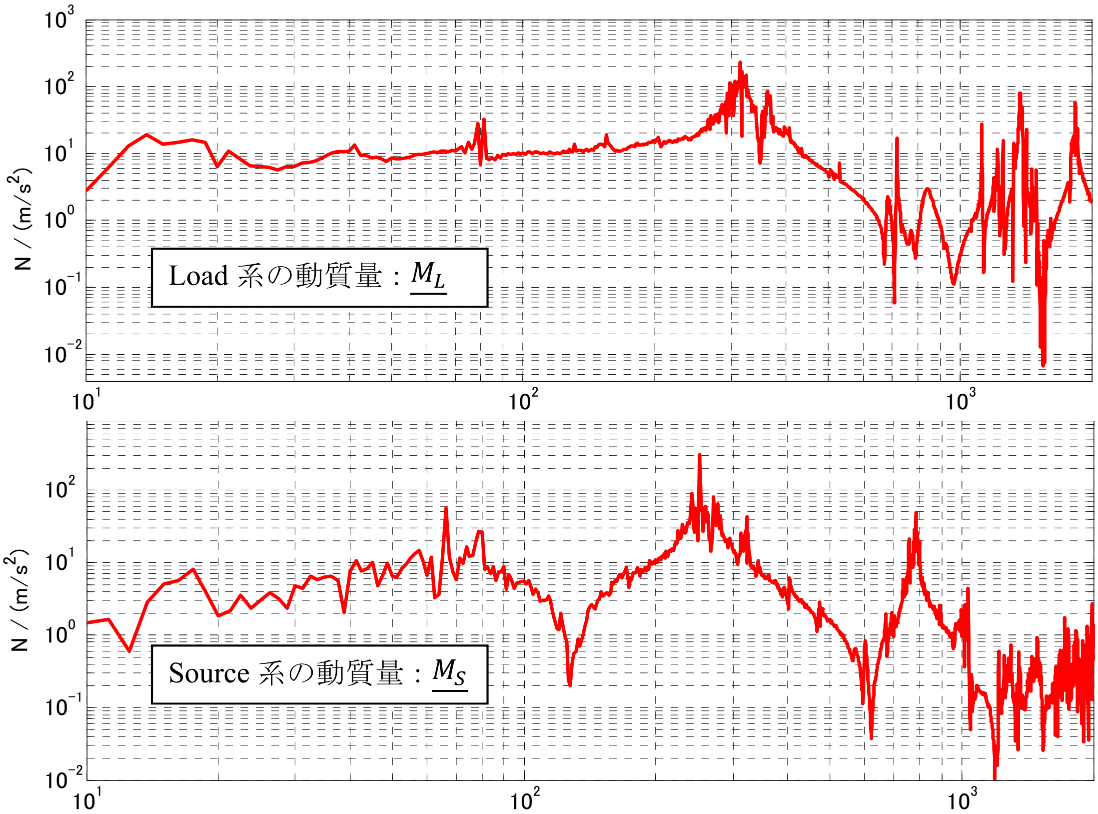


図 D3.1-1　Source 系及び Load 系の動質量の実測結果

D.3.2　フォースリミット条件の計算（動質量の結合）

Source 系、Load 系の動質量（図 D3.1-1 の結果）を式（D2-7）へ代入し、フォースリミット条件を計算する。本計算の途中経過を図 D3.2-1 及び図 3.2-2 に示す。

図 D3.2-1 は、計算された動質量の比と、その包絡値を示したものである（式（D2-7）の分子と分母)。フォースリミット条件の計算には、この動質量の比の包絡値を用いる。

図 D3.2-2 は、図 D4.2-1 と同様に動質量の比とその包絡値を示しているが、図 D3.2-2 の例では、図 D3.2-1 の動質量の比のデータに対して、RRS 解析（Random Response Spectrum 解析）を用い、その結果に対して包絡値を計算した結果である。RRS 解析の計算パラメータである増幅率（Q 値）を小さい値に設定（この例は Q=3）することで、包絡線の引き方による結果のバラツキ（鋭いピークや谷の影響）を低減することができる。なお、RRS 解析の詳細については、音響試験ハンドブック（JERG-2-130-HB002）を参照のこと。

図 D3.2-3 には、Load 系の加速度スペックを示す。

以上の結果を用いて、図 D3.2-3 に示す加速度スペックに対する、フォースリミット条件を式（D2-7）より計算する。計算されたフォースリミット条件を図 D3.2-4 に示す。図 D3.2-4 には、F_{IF}（音響試験時：打上げ時相当と仮定）及びフォースリミット制御無しで加振した場合の I/F 部フォースを合わせて示す。

図 D3.2-4 より、Load 系の 1 次共振周波数において、リミット制御無しで加振した場合は過大な負荷が加えられていること、及び、打上げ時相当と比較してフォースリミット条件が適切な値であることがわかる。また、RRS 解析を用いて計算した方が、より打上げ時相当に近い値となっていることがわかる。

また図 D.3.2-5 に､各加振点に加えられる加速度の位相を変更して比較した結果を示す。D.1 項で述べたとおり、本手法の方法（各加振点に同じ大きさの加速度を同位相で負荷すると考える方法）で計算された値は、境界内の各加振点に異なる位相の加速度が加えた時の値よりも大きな値となっていることがわかる。

このようにして計算されたフォースリミット条件によりフォースリミット振動試験を行うことで、振動試験における過大な負荷を低減することができる。

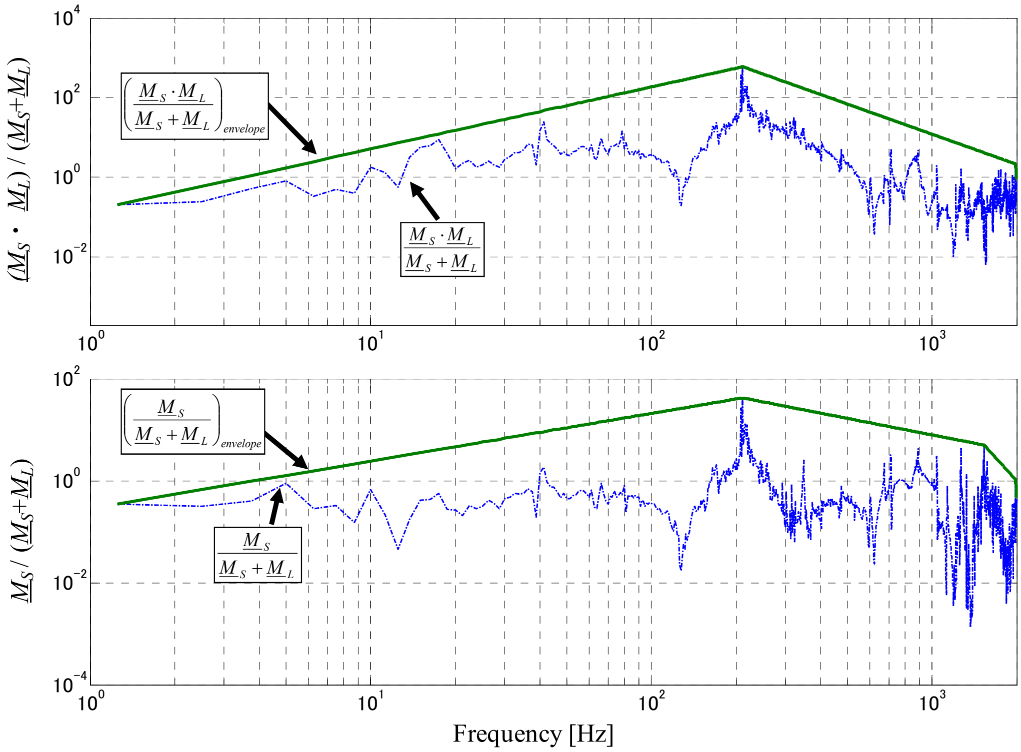


図 D.3.2-1　フォースリミット条件の途中経過

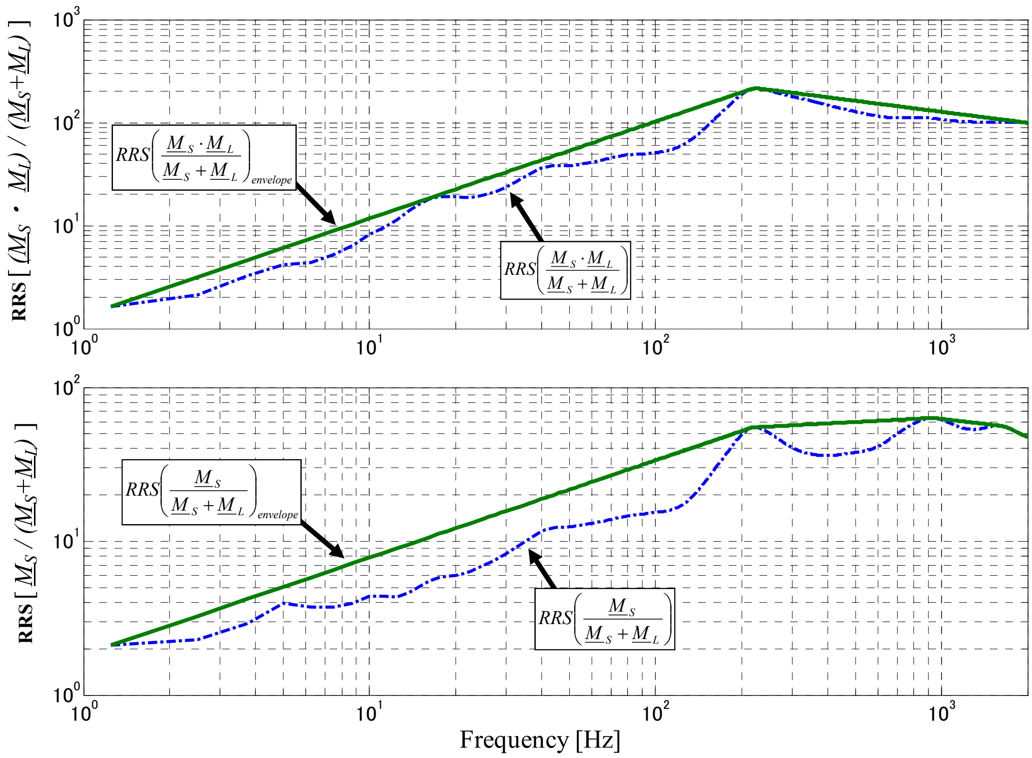


図 D.3.2-2　フォースリミット条件の途中経過（RRS 解析使用）

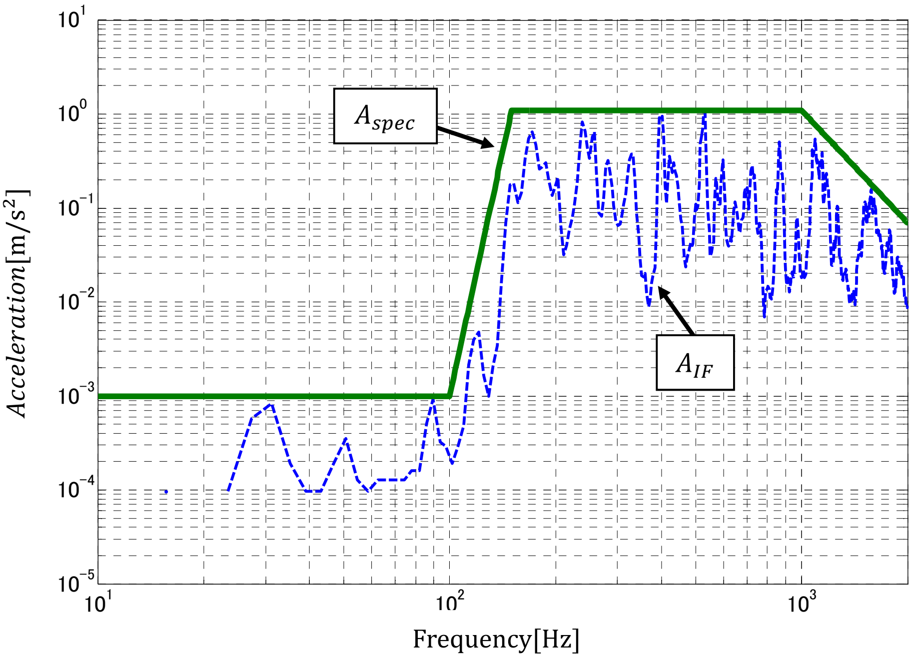


図 D.3.2-3　Load 系の加速度スペック

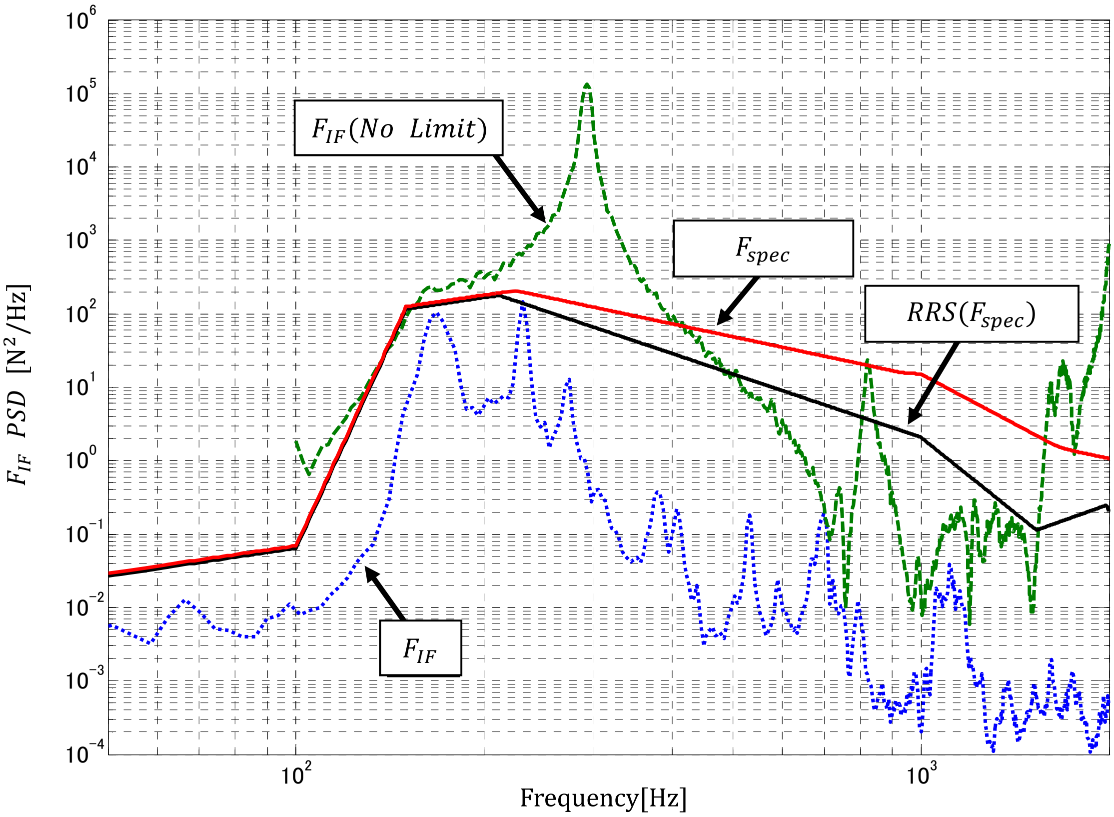


図 D.3.2-4　計算されたフォースリミット条件

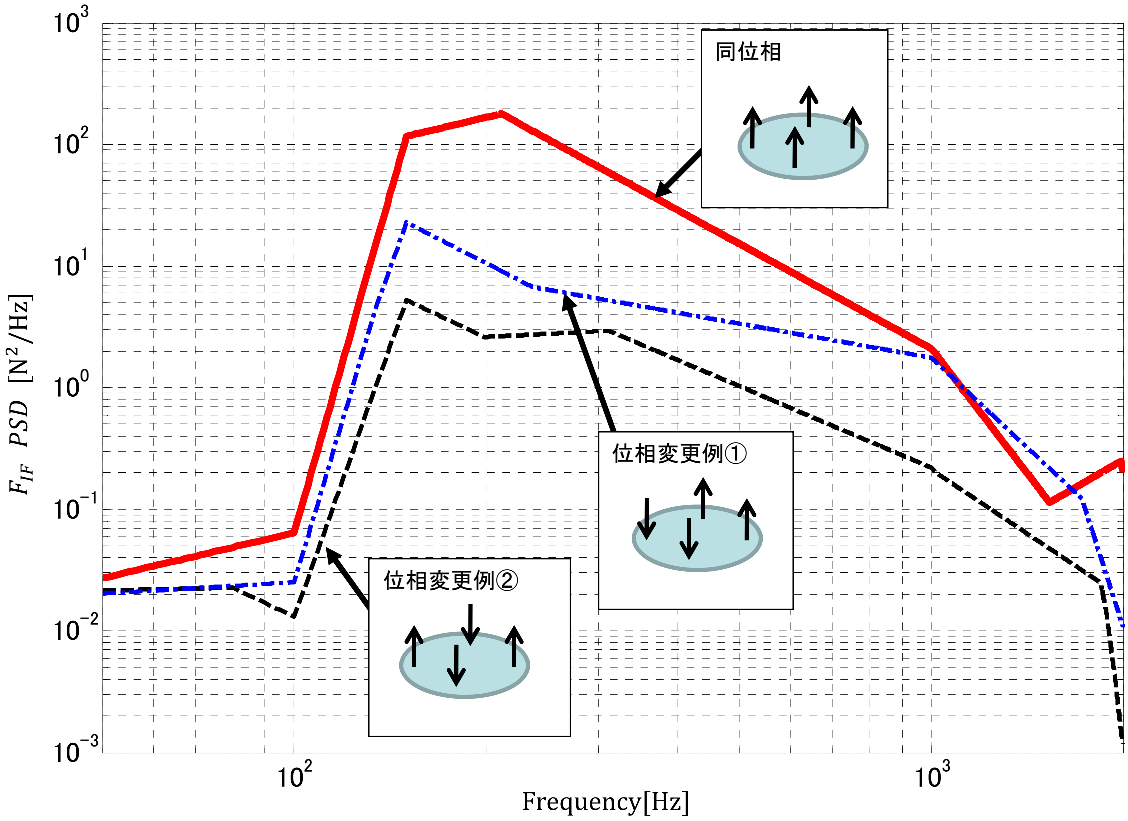


図 D3.2-5　各加振点に負荷する加速度の位相を変更した場合の計算結果の例

D.3.3　伝達関数の実測時の加振点の選択について（例）

Load 系と Source 系の結合点は、図 D3.3-1 に▲で示す 4 箇所である。結合点以外の別の点を加振点として選択する時、最終的に計算されるフォースリミット条件に及ぼす影響について検討した結果を示す。即ち、図 D3.3-1 に▲で示す 4 箇所に、X 軸・Y 軸に対象な別の 4 点（図中の○印）を加えた合計 8 点の内から、任意の点を加振点として選択することを考える。

はじめに、動質量の計測点を 4 点、6 点、8 点と変化させてフォースリミット条件を計算した結果を示す。なお、

- 4 点の計測点は、図 D3.3-1 中の▲印の 4 点を選択した結果（＝前 D.3.2 項の結果）
- 6 点の計測点は、図 D3.3-1 中の 4 箇所の▲印を全て含む結果のうちの 1 つ
- 8 点の計測点は、図 D3.3-1 中の▲印と○印を合わせた 8 点の結果

である。

図 D3.3-2 に、計算結果を示す。図 D3.3-2 より、この供試体は結合面を剛結合した場合と同様の動質量となるように結合面内で幾何学的に均等に加振点を選択すれば、計測点を増減させても得られる結果は大きく違わないことがわかる。

次に、8 点の中から任意の 6 点の加振点を選択することを考える。この場合、組合せは全部で 28 通り存在する（${}_8C_6$=28）。全 28 通りについて、フォースリミット条件を計算した結果を図 D3.3-3 に示す。図中の実線が、計算された全 28 通りのフォースリミット条件である。図 D3.3-3 から、加振点の選択によって、計算されるフォースリミット条件が大きく異なることがわかる。動質量の実測の際に不適切な配置の計測点を設定すると、動質量を計測した時の境界条件が実際の境界条件と異なってしまい、正しいフォースリミット条件が得られない恐れがあることが分かる。

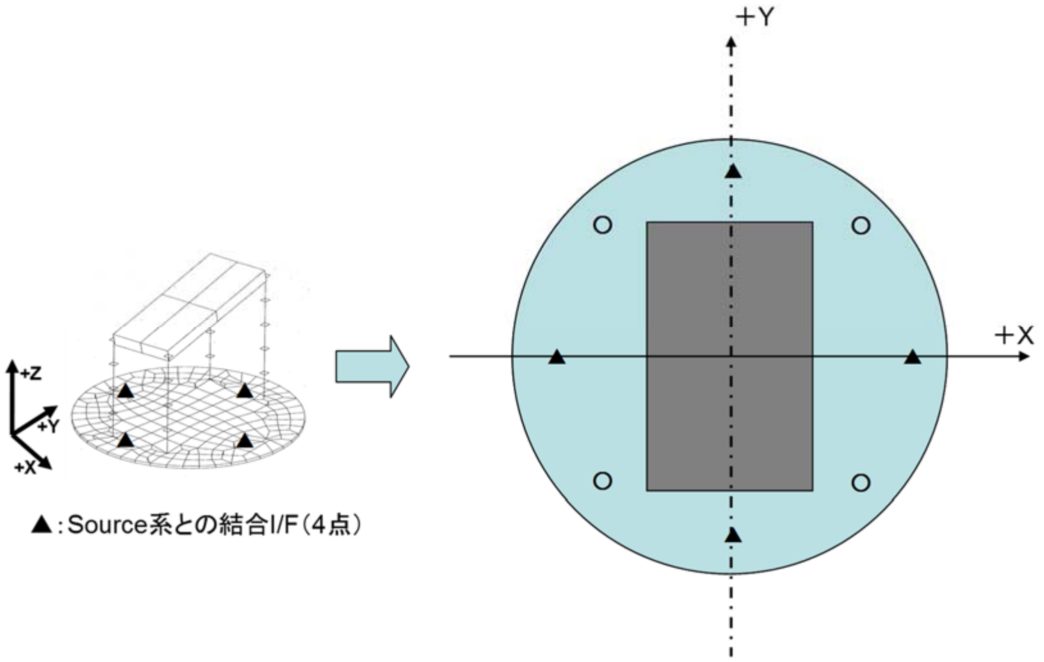


図 D3.3-1　加振点の配置（Load 系）

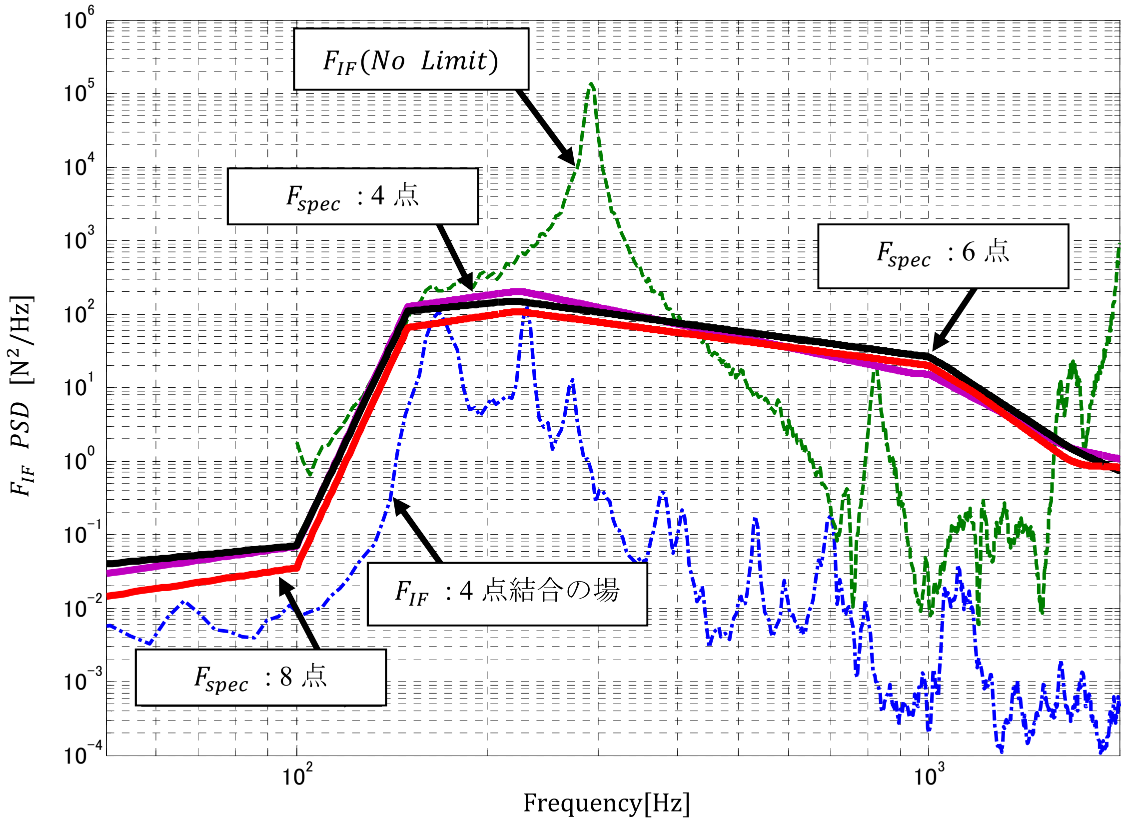


図 D3.3-2　加振点を 4,6,8 点とした時のフォースリミット値の計算結果

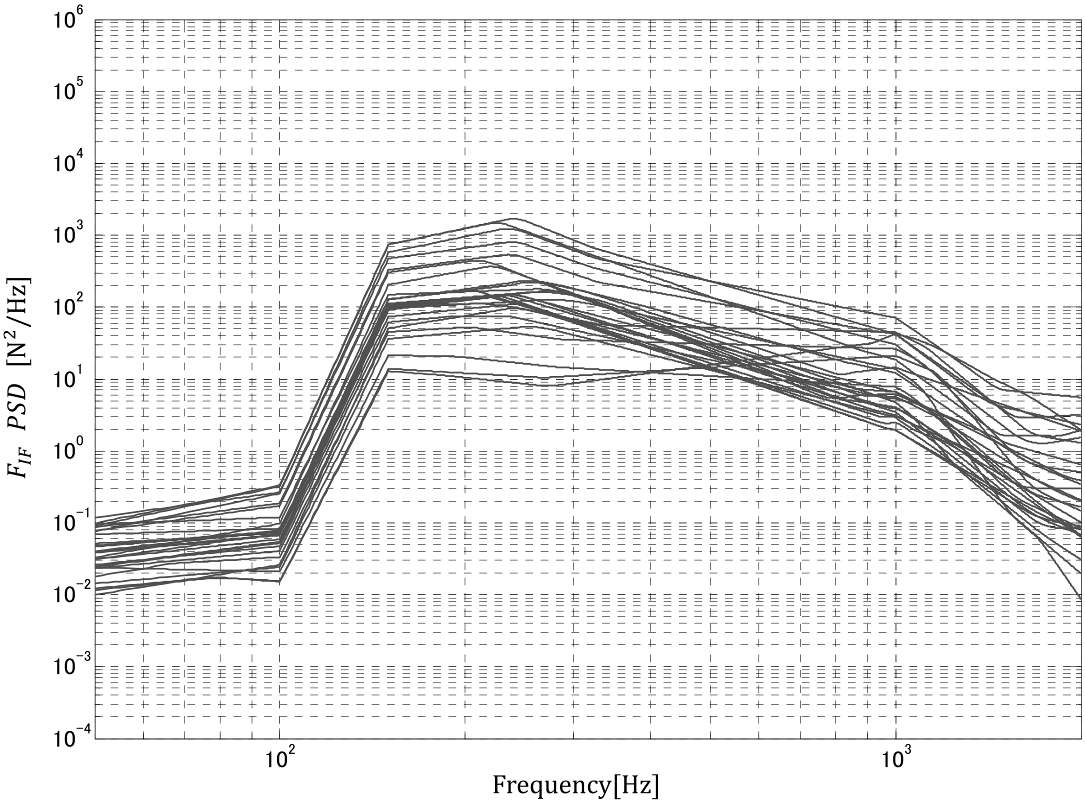


図 D3.3-3　加振点を 6 点とした場合の全 28 通りのフォースリミット値の計算結果

D.4　参考文献

[D-1]　部分構造合成法、長松昭男・大熊政明、培風館

Appendix E　フォースリミット振動試験を実施する際の注意事項

E.1　フォース計測値の簡易確認法について

I/F フォースの計測系の妥当性を確認する簡単な方法として、低レベル・低周波数の振動試験を実施して確認する方法がある。振動試験により得られる入力加速度と I/F フォースの伝達関数は、供試体の動質量となる（次式）。

$$\underline{M}(\omega) = {F(\omega)}\Big/{A_{CTL}(\omega)} = M\left\{1 + \frac{m_{e1}}{M}\frac{\left({\omega}/{\omega_1}\right)^2}{\left(1-\left({\omega}/{\omega_1}\right)^2\right) + j2\zeta_1\left({\omega}/{\omega_1}\right)}\right\} \quad \text{(E1-1)}$$

ここで、$\underline{M}(\omega)$　：動質量 [kg]

$F(\omega)$　：計測された I/F フォース（合力） [N]

$A_{CTL}(\omega)$　：入力加速度 [m/s^2]

M　：供試体の剛質量 [kg]

m_{e1}　：供試体の 1 次モードの有効質量 [kg]

ω_1　：供試体の 1 次共振周波数

ζ_1　：供試体の 1 次モードの減衰比

また、$\omega < \omega_1$の時、式（E1-1）は近似できる（次式）。

$$\underline{M}(\omega)' \simeq M + m_{e1}\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 \quad \text{(E1-2)}$$

式（E1-2）より、動質量$\underline{M}(\omega)'$は 1 次共振周波数よりも十分に低い周波数領域（$\omega \ll \omega_1$）においては、供試体の剛質量と等しくなることが分かる。ただし、供試体の 1 次共振周波数が低い場合は、共振における増幅の影響（式（E1-2）の第 2 項の成分）を受け易くなる。このような場合は、計測値から得られた動質量は供試体の剛質量よりも高くなる。図 E1-1 にこの差異が発生する場合の模式図を示す。この差異$\Delta m/M$は、式（E1-2）より次式となる。

$$\frac{\Delta m}{M} = \frac{\underline{M}(\omega)' - M}{M} = \frac{m_{e1}}{M}\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 \quad \text{(E1-3)}$$

式（E1-3）の計算結果を図 E1-2 に示す。例えば、この差異を 10%以下にする必要がある場合は、1 次共振周波数の 1/3 以下の周波数で評価する必要があることが分かる。

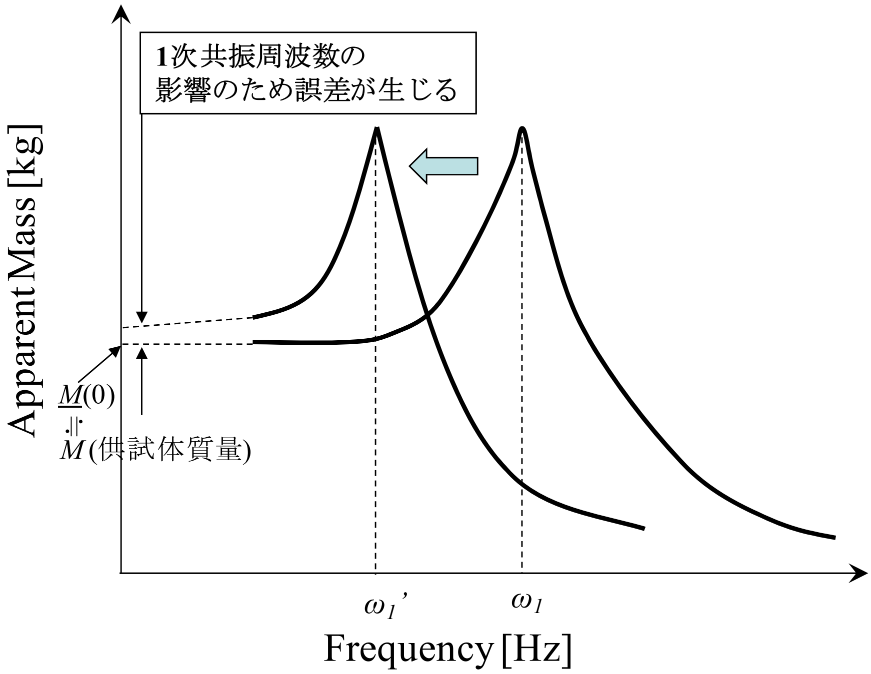


図 E1-1　供試体の共振周波数の影響　模式図

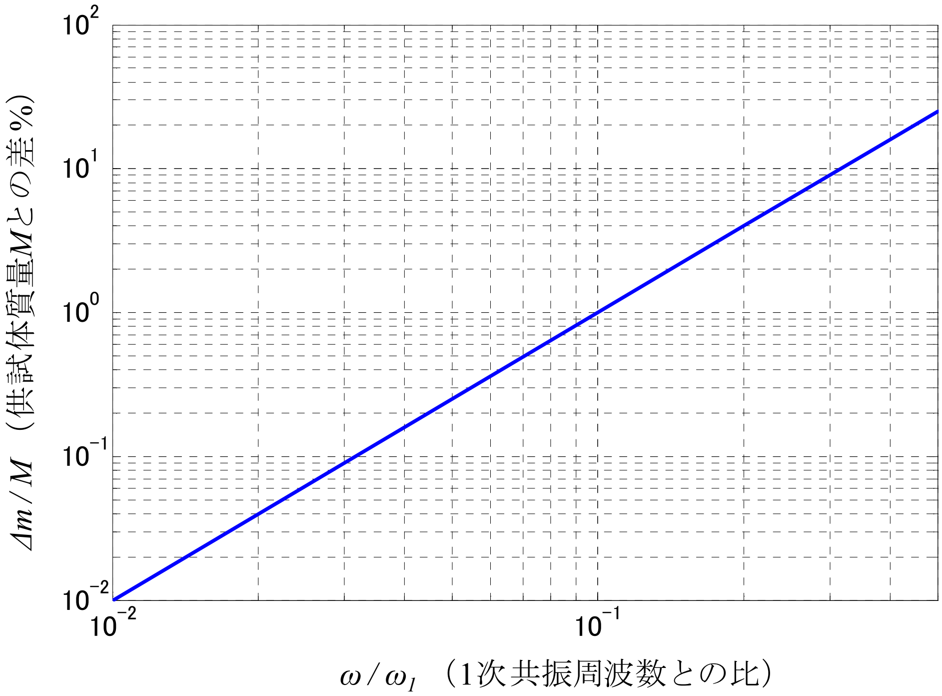


図 E1-2　計測した動質量と供試体質量の差と周波数比の関係

E.2　フォースリミット振動試験に用いる治具の設計指針

治具を用いてフォースリミット振動試験を実施する場合は、試験目的に影響を与えないような特性を持つ治具を用いる必要がある。具体的には、より共振周波数が高く、かつ、より軽い質量の治具を用いることが理想である。ただし、通常この 2 点は相反する設計パラメータであるため、治具の設計にあたっては注意が必要である。

本項では、フォースリミット振動試験に用いる治具の設計指針として、以下の 2 項に共振周波数及び質量の設計指針を示す。

E.2.1　治具の共振周波数の設計指針

フォースリミット振動試験を実施する際に、治具を介して供試体を取付ける場合、治具の共振周波数に注意する必要がある。

治具の共振周波数が低すぎる場合は、供試体への負荷が Over Testing または Under Testing となる可能性がある（図 E2.1-1）。治具の共振によりどの程度 Over Testing となるかについては、式（E1-3）と同様の考え方で見積もることができる。

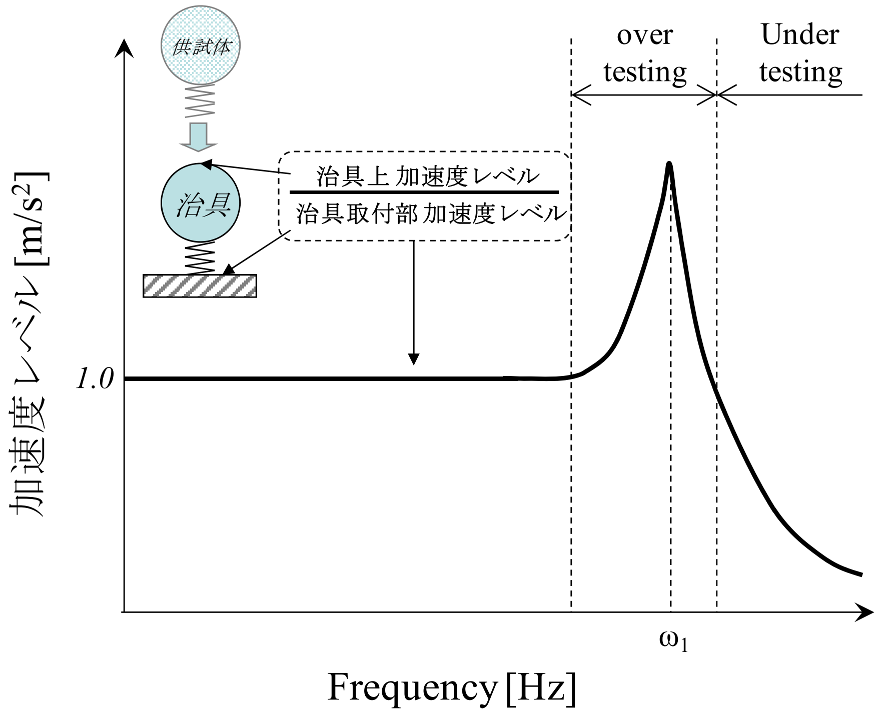


図 E2.1-1　治具の共振による試験レベルへの影響　模式図

ここで、治具単体の単純な共振による影響だけではなく、供試体と治具が構造連成することにも注意が必要である。即ち、連成後の供試体と治具の共振周波数が、それぞれ単体剛結合時の共振周波数からシフトする（図 E2.1-2）ことにも注意が必要である。

この周波数シフトの量は、供試体と治具の共振周波数が近いほど、大きくなる。従って、この周波数シフト量が大きくなり過ぎないように、治具の剛性を確保して、供試体の共振周波数よりも十分に高くする必要がある。この周波数シフト量の許容値は、試験の前提条件として検討されておくべき値である。

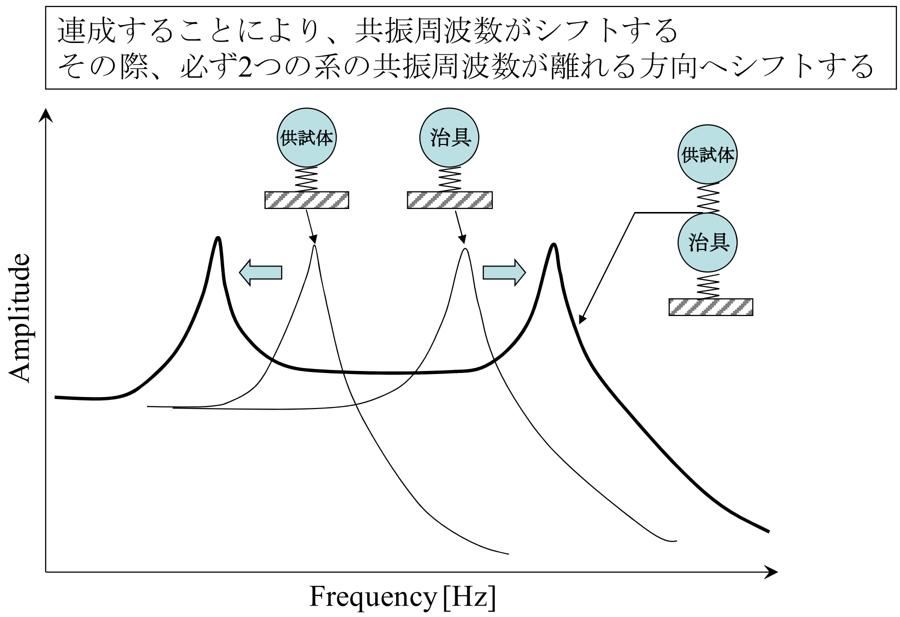


図 E2.1-2　　周波数シフト現象の模式図

ここで、図 E2.1-3 に示す 2 自由度モデル（1+1 自由度モデル）を用いて周波数シフト量を簡易的に計算する。

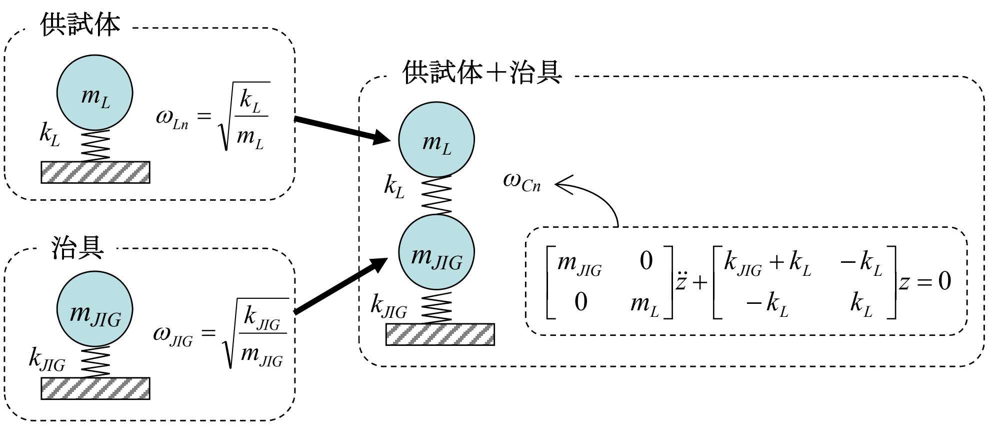


図 E2.1-3　周波数シフト量の簡易計算モデル

ここで、供試体単体固定時と、治具を介して固定した時の周波数のシフト量を次式で表す。

$$\Delta f = \left| \frac{\omega_{Ln} - \omega_{Cn}}{\omega_{Ln}} \right| \tag{E2.1-1}$$

ここで、$m_{ratio} = m_{JIG}/m_L$、$\omega_{ratio} = \omega_{JIG_n}/\omega_{L_n}$として式 E2.1-1 を計算した結果を図 E2.1-4 に示す。図 E2.1-4 の縦軸は供試体の共振周波数のシフト量Δf、横軸は共振周波数比ω_{ratio}である。供試体質量と治具質量の比によって解が変化するため、質量比m_{ratio}を変化させて計算した結果を示す。

図 E2.1-4 より、治具の共振周波数が高く、治具の質量が重いほど、周波数シフトの量は少なくなっている。この結果は、周波数シフトの量を少なくするためには、より共振周波数が高く、重い治具を用いることが望ましいことを示している。

一方、治具の質量が大きくなり過ぎると、供試体に負荷されたフォース計測値の S/N 比が悪くなるので注意が必要である（詳細は次項に示す）。

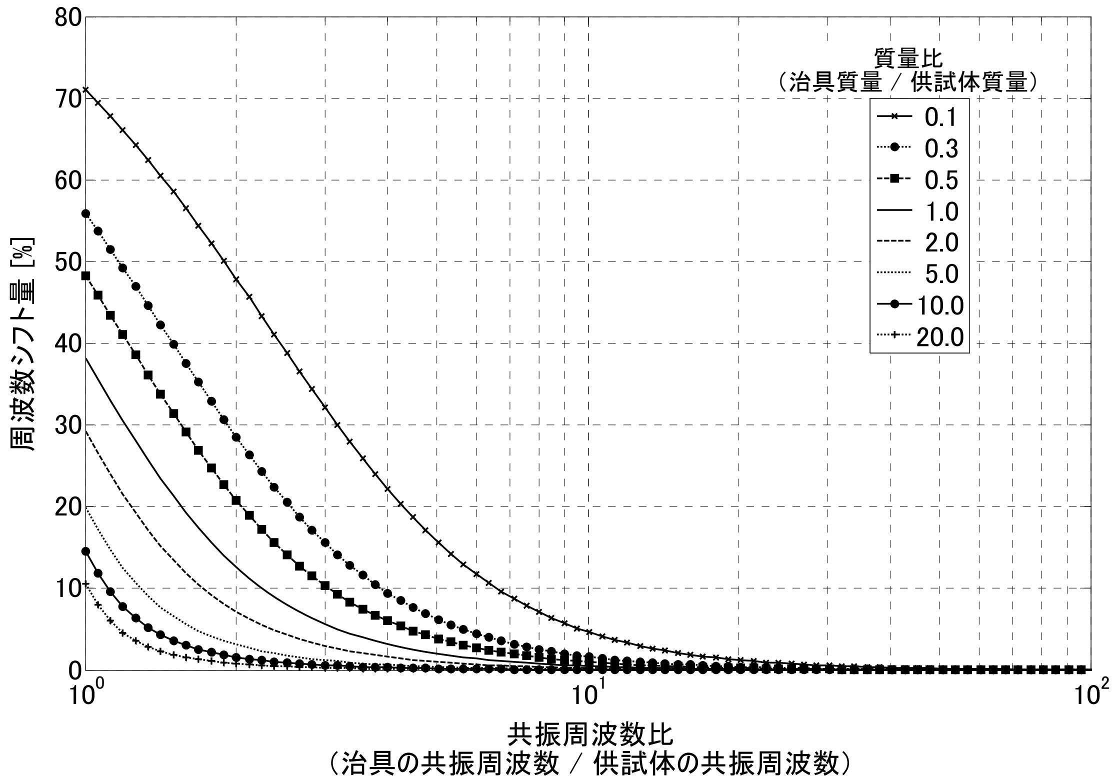


図 E2.1-4　　周波数シフト量の簡易計算例

E.2.2　治具の質量の設計指針

フォースリミット振動試験を実施する際に、治具を介して供試体をフォースセンサに取付けると、フォースセンサの出力値は、供試体だけではなく治具の動特性を含んだ値となる（次式）。

$$F_{meas}(\omega) = \left[\underline{M}(\omega) + \underline{M_{JIG}}(\omega)\right] \times A_{spec}(\omega) \qquad \text{(E2.2-1)}$$

$$F_{meas}(\omega_k) = Q_k m_e(\omega_k) A(\omega_k) + M_{JIG} A(\omega_k) \qquad \text{(E2.2-2)}$$

ここで、$F_{meas}(\omega)$：I/F フォースの計測値 [N]
$\underline{M}(\omega)$　：供試体の動質量 [kg]
$\underline{M_{JIG}}(\omega)$　：治具の動質量 [kg]
$A_{spec}(\omega)$　：加速度スペック [m/s^2]
ω_k　：供試体のk次モードの共振周波数
Q_k　：供試体のk次モードの Q 値
$m_e(\omega_k)$　：供試体のk次モードの有効質量 [kg]
$A(\omega)$　：制御用加速度センサの計測値 [m/s^2]
M_{JIG}　：治具の剛質量 [kg]

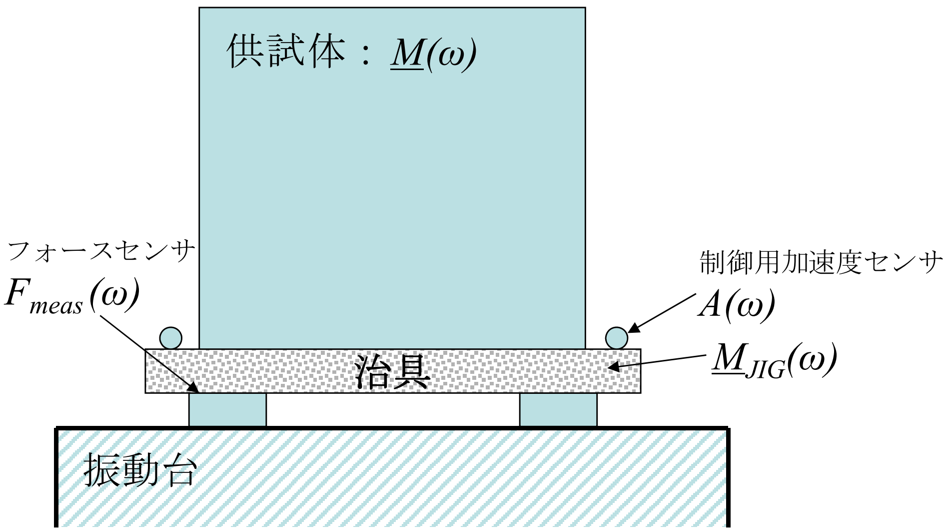


図 E2.2-1　治具を用いた場合の取付模式図

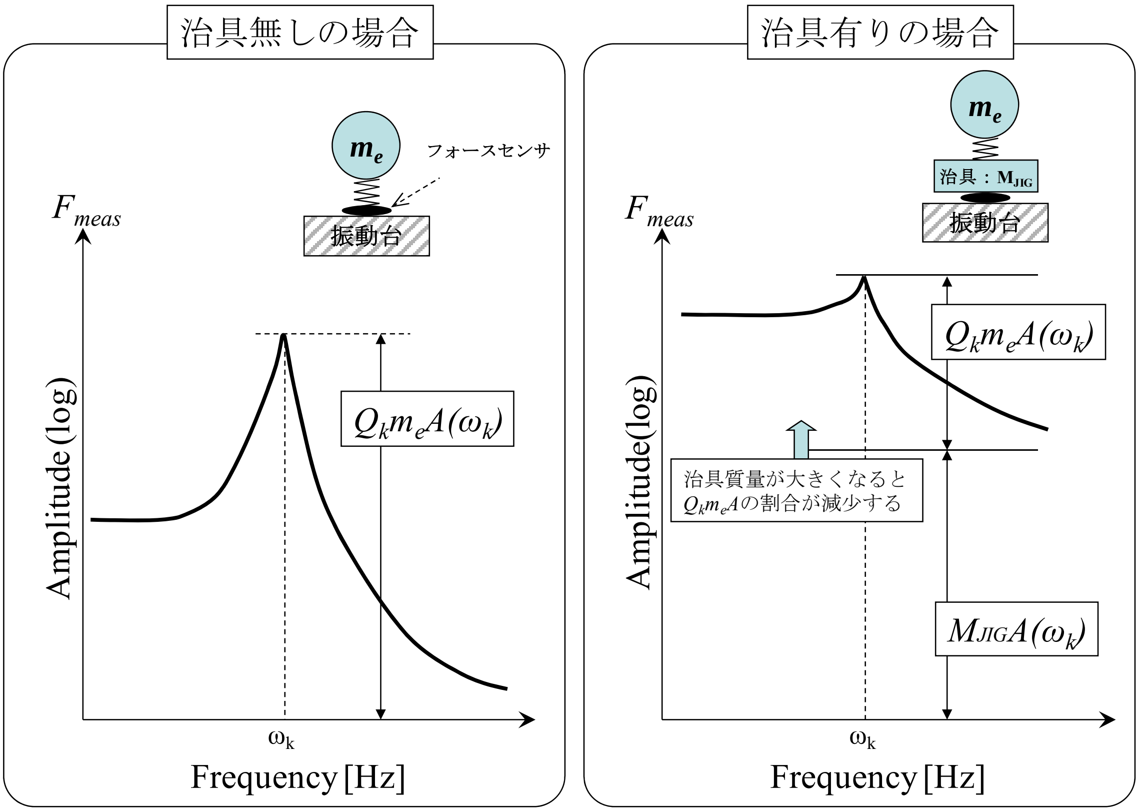


図 E2.2-2　　治具質量と S/N 比の関係　模式図

フォースリミット値は、供試体に負荷されるフォースに対して決められた値であり、当然、治具の振動により発生するフォースの成分は含まれていない。従って、フォースリミット振動試験に治具を用いた場合、I/F フォースの計測結果の補正が必要となる。治具の 1 次共振周波数の 1/3 以下の周波数帯域の計測値$F_{meas}(\omega)$は、式(4.2.2-1)の第 2 項の成分（$\underline{M_{JIG}}\times A$の項）を除することで容易に補正できる。治具が重たいほど、その分この補正値も大きくなる。

ここで、治具の質量が大きすぎると、補正値に対する真のフォース値（供試体に負荷されたフォース）の割合が小さくなることに注意が必要である。治具を用いない場合と、重い治具を用いた場合について、I/F フォースの計測結果を模式的に示した図を図 E2.2-2 に示す。

真値に対する補正値の割合を定量的に表すために、計測系の S/N 比を用いて評価する。治具の質量による補正値（式（E2.2-2）の第 2 項）を、計測値（式（E2.2-2）の第 1 項）中の雑音（Noise）と見なすと、S/N 比は式（E2.2-3）となる。

$$S/_N = 20log\left(\frac{Q_k m_e(\omega_k)A(\omega_k)}{M_{JIG}A(\omega_k)}\right) = 20log\left(Q_k \times \frac{m_e(\omega_k)}{M_{JIG}}\right) \qquad \text{(E2.2-3)}$$

ここで、Q_k　　　：供試体 k 次振動モードの Q 値
$m_e(\omega)$　　：供試体の有効質量 [kg]
$A(\omega)$　　　：供試体の加速度応答レベル
M_{JIG}　　　：治具の質量 [kg]
ω_k　　　：供試体 k 次モードの共振周波数

この S/N 比と、供試体の Q 値、及び、供試体の有効質量（m_e）と治具質量の比の関係を計算した結果を図 E2.2-3 に示す。縦軸は S/N 比、横軸は質量比である。

図 E2.2-3 より、治具が供試体の有効質量に対して軽いほど、S/N 比を高くできることがわかる。また本図を用いることで、オートノッチングを行う供試体k次振動モードの Q 値と、確保すべき S/N 比から、治具と供試体の有効質量比、即ち治具質量の上限値を見積もることができる。

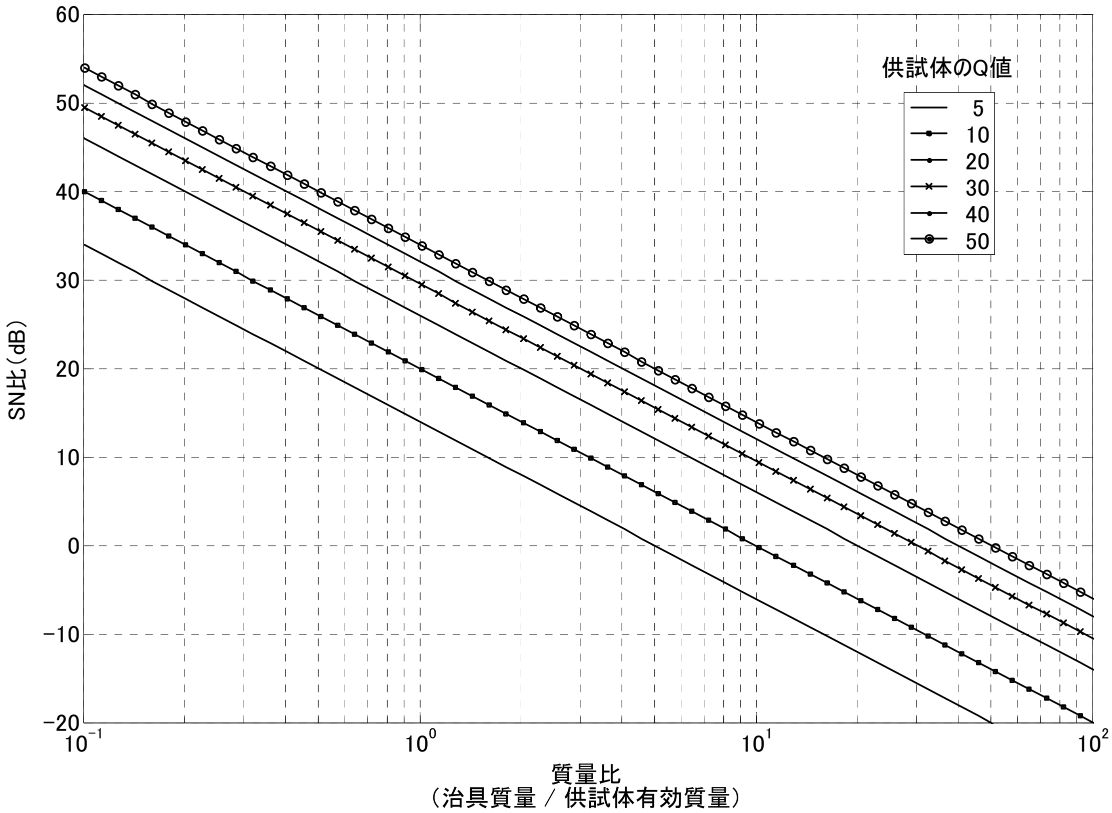


図 E2.2-3　　S/N 比と供試体の Q 値・質量比の関係

E.3　フォースセンサ選定及び治具の実例

本項では、4 項に示す指針（前 E.1 項及び E.2 項に示す指針）に従った、フォースセンサの選定、及び、治具の実例を示す。

なお、本項で示すフォースセンサ及び治具については、小型実証衛星 1 型熱構造モデル（SDS-1STM）のフォースリミットランダム振動試験で使用したものである。

E.3.1　フォースセンサ選択の実例

フォースセンサの選択では、まず、最大 I/F フォースの計算（4.1.1 項参照）を行う。次に、センサ測定レンジ及び供試体の固定方法からセンサの種類及び個数を決定する。以下にその過程を示す。

(1)　最大 I/F フォースの計算

ランダム振動試験を行うため、4.1.1 項②に示す計算式で最大 I/F フォースを見積もる。

※正弦波振動試験の見積もり例は Appendix F に示す。

$$
\begin{aligned}
F_{RMS_{max}} &\simeq M_L \times \sqrt{\frac{\pi \times f_n \times \{Q_L(f_n)\}_{max} \times \{A_{PSDspec}(f_n)\}_{max}}{2}} + M_{JIG} \times A_{RMS} \\
&= 99.3 \times \sqrt{\frac{\pi \times 140 \times 20 \times 1.38}{2}} + 10 \times 76.5 \\
&= 8501
\end{aligned}
\qquad \text{(E3.1-1)}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{max} &= 3 \times F_{RMS_{max}} = 3 \times 8501 \\
&= 25503
\end{aligned}
\qquad \text{(E3.1-2)}
$$

ここで、F_{max}　：最大フォースの予測値 [N]

$F_{RMS_{max}}$　：最大フォースの実行値 [N rms]

M_L　：Load 系の剛質量（99.3kg）

π　：円周率

f_n　:Load 系の応答が最も大きくなる共振周波数（140Hz）

$\{Q_L(f_n)\}_{max}$　:Load 系の応答が最も大きくなる共振点での Q 値（20）

$\{A_{PSDspec}(f_n)\}_{max}$　：Load 系の応答が最も大きくなる共振点での加速度スペック PSD（$1.38(m/s^2)^2/Hz$）

M_{JIG}　：治具の剛質量（10kg）

A_{RMS}　：加速度スペックの実行値（$76.5(m/s^2)$ rms）

(2) フォースセンサの種類及び個数の決定

フォースセンサは以下の観点で選定した。

① 上記**(1)**より、測定レンジが最大 I/F フォースの条件を満たすように複数のセンサで測定することとした。全てのセンサに極力均等の負荷がかかるように、供試体の重心位置に対して対称になるようなセンサの配置とした。

② プリロードをかける必要のないセンサであること。
（フォースセンサには取付けの際にプリロードをかける必要があるものとないものがある。本試験では、取付ける際の利便性を考慮し、プリロードの必要ないフォースセンサを用いることとした。）

③ Load 系の取付け部に過大なモーメントがかかるような、不安定な取付け方法とならないようにすること。

以上から、今回は **KISTLER 社製 9347B** （測定レンジ（Z 軸）：±20 [kN] ）を採用した。 また、Load 系（SDS-1STM）取付け部に対して２個ずつ、計 8 個のフォースセンサを対称に設置することとした。

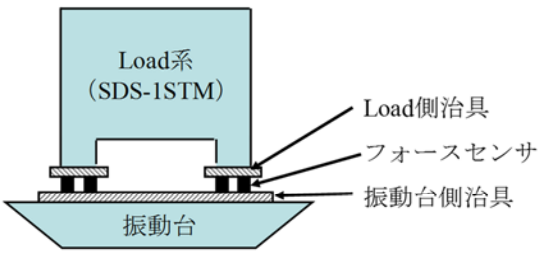
8 個用いた時の測定レンジ >> 最大予測フォース （合力）
（±160kN） （±25.5kN）

E.3.2　治具の実例（1）

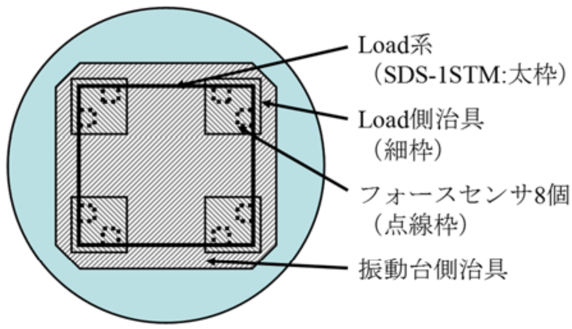
図 E3.2-1 に治具の模式図を示す。治具の材質及び構造の決定に対して注意した点は以下である。

① 剛性が高いこと
② 軽量であること
③ 取付けネジ部が振動によって破壊されないこと

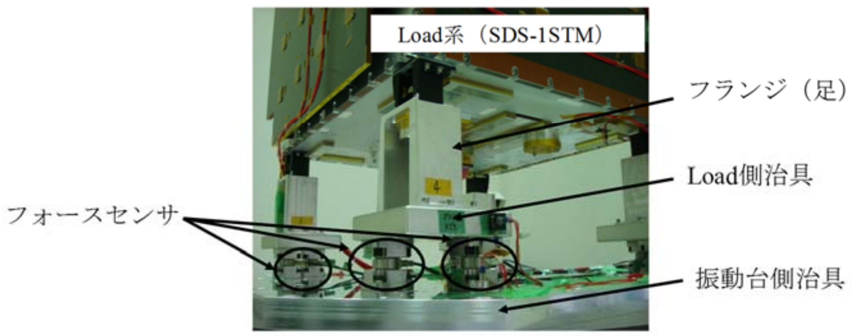
上記①及び②を満たすため、材質は比強度が高いアルミニウム合金（5052）とした、また、③を満たすため、ネジ部にはピンタイプエンザートを用いて引抜き強度が高い設計とした。引抜き強度は、式（E3.2-1）で求めたフォースのピーク値よりも高くなるように設計した。項以降に、4 項に従って、図 E3.2-1 に示す治具の周波数シフト量及びフォース計測値の S/N 比について確認した結果を示す。



(a)　側面から見た図：フォースセンサ及び治具



(b)　上面から見た図：フォースセンサ及び治具



(c)　実際の治具

図 E3.2-1　治具の模式図及び設置状況

E.3.2.1　治具による周波数のシフト量

E.2.1 項において、フォースセンサを含む治具と供試体の質量比及び共振周波数比から、供試体の周波数のシフト量を見積もる簡易式を示した。以下に、今回の試験の例を示す。

簡易計算（シフト量 14.9%）と実測値（シフト量 10.3%）との差は 4.6%である。解析周波数分解能が 4Hz であることを考慮すると、±3%程度は計測の誤差範囲内であるため、概ね簡易計算式が有効であると考えられる。（図 E3.2.1-1 参照）。図 E3.2.1-2 には、実験によって求めた共振周波数の比較を示す。

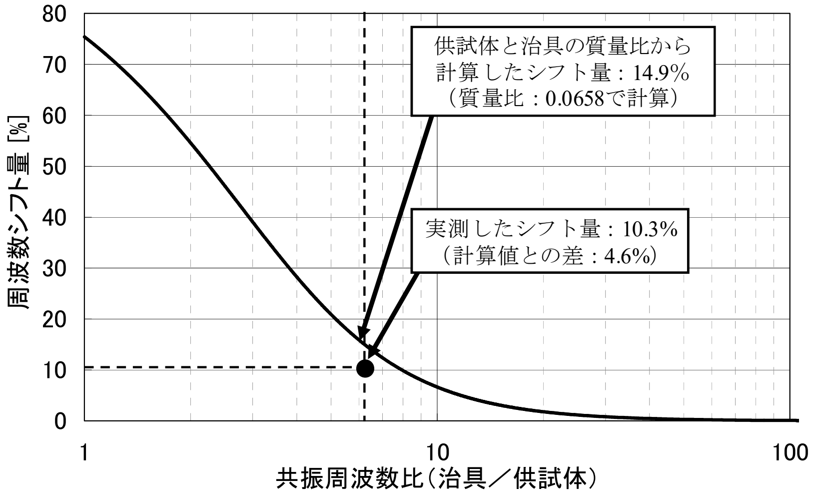


図 E3.2.1-1　共振周波数シフト量の計算値と実験値の比較

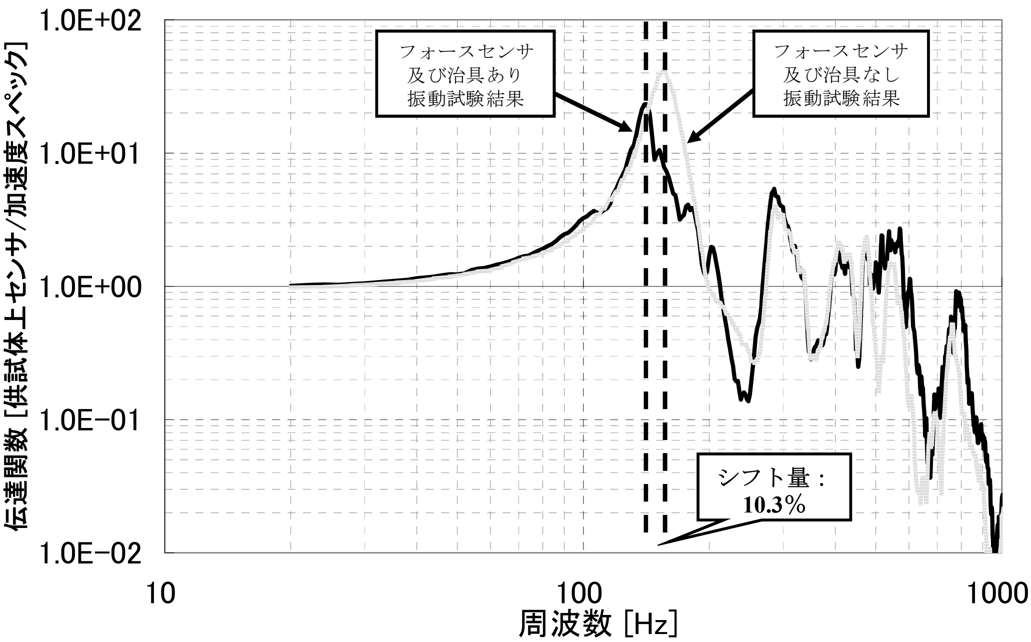


図 E3.2.1-2　共振周波数シフト量の実測結果（重心相当）

E.3.2.2　I/F フォース計測値の S/N 比

治具を用いたことにより、S/N 比がどの程度になったかを E.2.2 項に従い計算した。計算式は以下である。式に代入するパラメータは F.2 項を参照のこと。

$$\frac{S}{N} = 20log\left(Q \times \frac{m_e}{M_{JIG}}\right) = \mathbf{39.5}\ \ [\boldsymbol{dB}] \qquad \text{(E3.2.2-1)}$$

ここで、Q　：供試体のリミットするモードの Q 値　（20）
m_e　：供試体のリミットするモードの有効質量 [kg]（47 [kg]）
M_{JIG}　：治具の質量 [kg]　（10 [kg]）

フォース計測値の S/N 比は 39.5dB であり、I/F フォースの計測にあたり十分な S/N 比を確保できていることを確認することができた。

E.3.3　治具の実例（２）

衛星コンポーネントを対象とした汎用治具の例を示す。図 E3.3-1 に示す治具は、下部治具と上部治具でフォースセンサを挟む構造であり、供試体は上部治具に取付ける。必要に応じて供試体と上部治具を結合するための I/F プレートを用意する。利点は、フォースセンサの配置を考慮する手間が省け、I/F プレートのみの交換だけで異なる供試体を試験できることである。ただし、フォースセンサの個数と上部治具の面積が決まっているため、計測できる最大のフォースと取付け面積の制約を受ける。

※ JAXA 筑波宇宙センター18 トン及び 13.6 トン振動試験設備用として製作されたが、フォースセンサと共に外部に貸出すことも可能である。

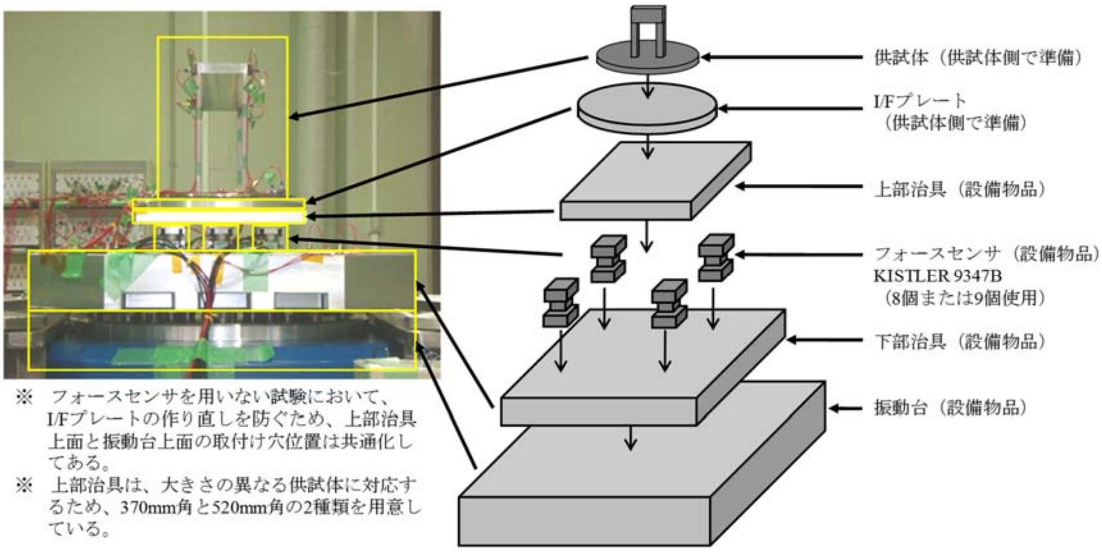


図 E3.3-1　汎用治具の構成

Appendix F　フォースリミット振動試験の実施例

本項では、本文に示したフォースリミット条件を求める方法について、パラメータの選択方法、計算の流れ及び試験の流れを例を用いて示す。F.1 項においてはフォースリミット条件の計算例とその比較を、F.2 項では試験の実施例をそれぞれ示す。

本項の構成を図 F-1 に示す。フォースリミット条件の計算例（F.1.3 項）では、計算を行う場合の参考となるよう、供試体の情報と計算方法の対応を図中に示した。

記載事項	項番号
供試体の結合条件及び加速度スペック	F.1.1項
フォースリミット条件の比較	F.1.2項

	供試体の情報	計算方法	項番号
フォースリミット条件の計算例とその比較（F.1.3項）	CLA結果（Load系重心相当加速度またはI/Fフォース）の情報がある場合	CLAを用いる方法	F.1.3.1項
	Load系の構造数学モデル Source系の構造数学モデル の情報がある場合	複雑2自由度法	F.1.3.2項
		単純2自由度法（構造数学モデルによる方法）	F.1.3.3項
	Load系の剛質量 Load系1次共振周波数 Source系の剛質量 Source系1次共振周波 の情報がある場合	単純2自由度法（漸近動質量比を用いる方法）	F.1.3.4項
	Load系の剛質量 Source系の剛質量 の情報がある場合	単純2自由度法（剛質量比を用いる方法）	F.1.3.5項
	Load系の実機動質量 Source系の実機動質量 の情報がある場合	簡易試験による方法	Appendix D

試験の実施例	正弦波振動試験の実施例	F.2.1項
	ランダム振動試験の実施例	F.2.2項

開発への適用例	**ランダム振動試験の実施結果**	F.3.3項
	音響試験におけるフォースリミット条件の妥当性評価	F.3.4項

図 F-1　本項の構成（計算に必要な情報と計算方法の対応表）

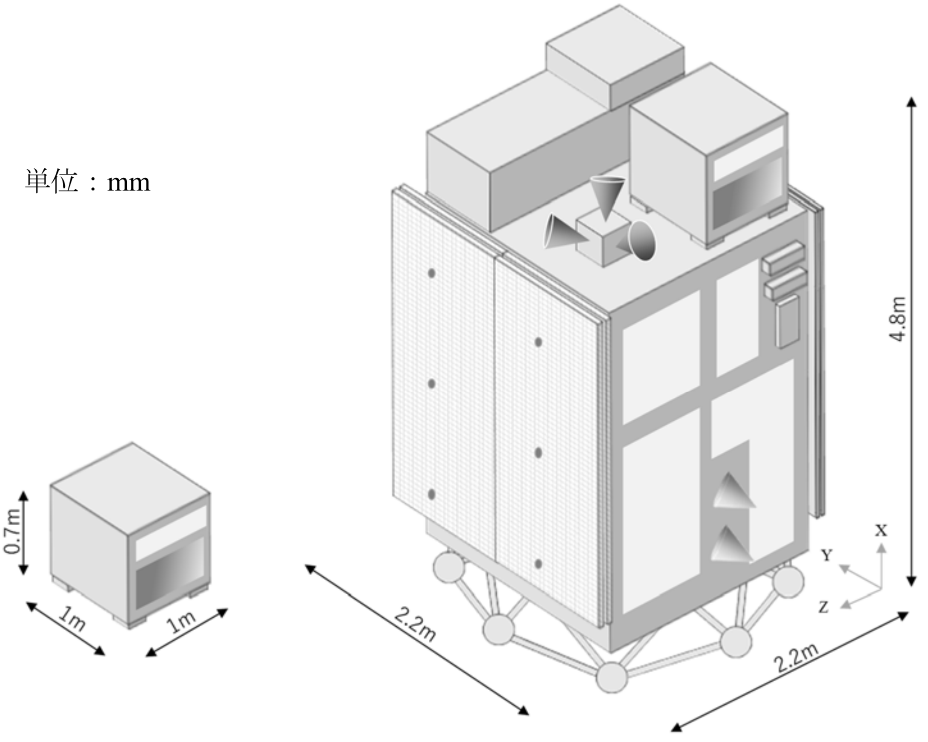
F.1　フォースリミット条件の計算例とその比較

本項では、本文に示す方法を用いたフォースリミット条件の計算例について示す。用いた供試体は、科学衛星ミッションサブシステム構造モデル及び地球観測衛星地球観測センサ搭載モーメンタムホイール構造モデルである。

F.1.1　供試体の結合条件及び加速度スペック

F.1.1.1　科学衛星　ミッションサブシステム構造モデル

load 系である科学衛星サブシステム構造モデル（以下、ミッションサブシステム MTM）は、Source 系である衛星システムの上部パネルに結合する。供試体の模式図を図 F1.1.1-1 に示す。また、正弦波振動試験における Load 系の加速度スペックを表 F1.1.1-1 に示す。リミット対象は振動試験時に Y 方向 1 次共振点（68.92Hz、F.1.2.3 項参照）で起こる過負荷である。



(a)　Load 系（剛質量：48.1kg）　　(b)　Source 系（剛質量：3026kg）に Load 系を搭載した状態

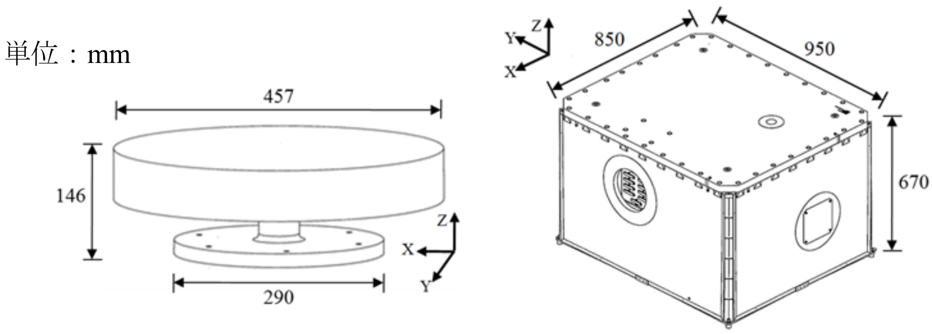
図 F1.1.1-1　供試体

表 F1.1.1-1　加速度スペック

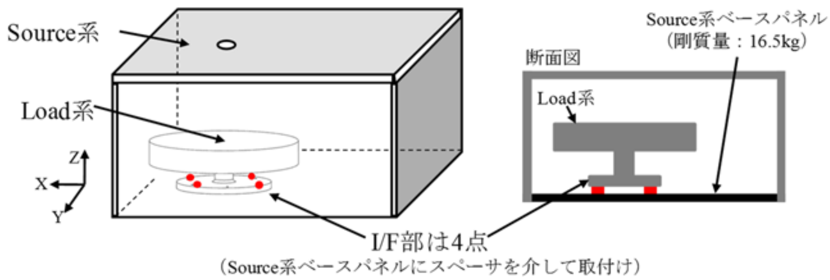
周波数 [Hz]	加速度
5-50	10　×9.8 m/s^2
50-100	5　×9.8 m/s^2
掃引速度	2　oct/min (UP 掃引)

F.1.1.2　モーメンタムホイール　構造モデル

Load 系であるモーメンタムホイール構造モデル（以下、MW MTM）は、Source 系である地球観測衛星サブシステムのベースパネル上に設置する構造になっている。供試体の模式図を図 F1.1.2-1 に示す。また、ランダム振動試験における Load 系の加速度スペックを表 F1.1.2-1 に示す。リミット対象は振動試験時に Z 方向 1 次共振点（247.32Hz、F.1.2.3 項参照）で起こる過負荷である。以降では、サブシステム構造全体を Source 系とした場合と、Load 系を支持する Source 系の構造体の一部であるベースパネルのみを Source 系とした場合の計算結果を示す。



(a)　Load 系（剛質量：35.8kg）　　(b)　Source 系（剛質量：62.2kg）



(c)　Source 系に Load 系を搭載した状態

図 F1.1.2-1　供試体

表 F1.1.2-1　加速度スペック※

周波数 [Hz]	加速度 PSD
20-280	2.30　dB/Oct
280-400	2.88　$(m/s^2)^2/Hz$
400-600	8.94　dB/Oct
600-1000	9.60　$(m/s^2)^2/Hz$
1000-2000	-13.01　dB/Oct
実効値	91.65　m/s^2 rms

※　表に示す値は、事前に実施した打上げ環境を模擬した音響試験の結果を基にしている。音響試験は F.1.2 項で計算するリミット条件が負荷不足（アンダーテスティング）な条件とならないか評価する目的で I/F フォースを実測するために行ったものであり、通常のフォースリミット振動試験の実施には不要である。（詳細は F.1.4 項参照）

F.1.2　フォースリミット条件の比較

本項では、各手法で計算されたフォースリミット条件を示す。いずれの手法を用いても、アンダーテスティングにならず過負荷の低減に有効であることが示されている。なお、各手法の計算過程を F.1.3 項に示す。

ミッションサブシステム MTM 及びモーメンタムホイールについて、各手法によるリミット条件の計算結果を表 F1.2-1 及び表 F1.2-2 に示す。ミッションサブシステム MTM では CLA 結果を、モーメンタムホイールでは F.1.4 項に示す音響試験の結果を、それぞれ打上げ時相当と仮定して比較を行う。また、リミット行わない試験との比較（過負荷の低減量）も示す。さらに、半経験式法を用いる場合の参考となるよう、各手法のフォースリミット条件を、経験定数 C（3.2.2 項参照）に換算した結果を示した。

表 F1.2-1　ミッションサブシステム MTM におけるフォースリミット条件の比較
（過負荷低減量及び C 換算値）

<table>
<tr><th colspan="2">リミット条件の種類</th><th>フォース
リミット条件
[N]</th><th>動質量
[kg]</th><th>CLA
との比較
[dB]</th><th>過負荷の
低減量
(リミットなし
試験との比較)
[dB]</th><th>C 換算値
[-]</th></tr>
<tr><td colspan="2">複雑 2 自由度法（F.1.3.2 項　例 1）</td><td>6589</td><td>134.5</td><td>+4.1</td><td>14.0</td><td>2.80</td></tr>
<tr><td colspan="7">単純 2 自由度法</td></tr>
<tr><td></td><td>構造数学モデル（F.1.3.3 項　例 1）</td><td>5972</td><td>121.9</td><td>+3.2</td><td>14.9</td><td>2.53</td></tr>
<tr><td></td><td>漸近動質量比　（F.1.3.4 項　例 1）</td><td>4350</td><td>88.8</td><td>+0.5</td><td>17.6</td><td>1.85</td></tr>
<tr><td></td><td>剛質量比　　　（F.1.3.5 項　例 1）</td><td>18528</td><td>378.1</td><td>+13.0</td><td>5.0</td><td>7.86</td></tr>
<tr><td colspan="2">リミットなし試験
（低レベル加振結果から計算）</td><td>33054</td><td>674.6</td><td>+18.1</td><td>-</td><td>14.02</td></tr>
<tr><td colspan="2">CLA を用いる方法（F.1.3.1 項）</td><td>3342</td><td>84.2</td><td>-</td><td>-</td><td>1.75</td></tr>
</table>

表 F1.2-2　MW MTM におけるフォースリミット条件の比較
（過負荷低減量及び C 換算値）

<table>
<tr><th colspan="3">リミット条件</th><th>フォース
リミット条件
[N²/Hz]</th><th>動質量
[kg]</th><th>打上げ時
相当試験
との比較
[dB]</th><th>過負荷の
低減量
(リミットなし
試験との比較)
[dB]</th><th>C換算値
[-]</th></tr>
<tr><td colspan="8">複雑 2 自由度法</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">サブシステム全体（F.1.3.2 項　例 2）</td><td>37099</td><td>119.0</td><td>+11.1</td><td>22.5</td><td>3.32</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">ベースパネルのみ（F.1.3.2 項　例 2）</td><td>35931</td><td>117.1</td><td>+11.0</td><td>22.6</td><td>3.27</td></tr>
<tr><td colspan="8">単純 2 自由度法</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="2">構造数学
モデル</td><td>サブシステム全体（F.1.3.3 項　例 2）</td><td>4755</td><td>42.6</td><td>+2.2</td><td>31.4</td><td>1.19</td></tr>
<tr><td></td><td>ベースパネルのみ（F.1.3.3 項　例 2）</td><td>3737</td><td>37.8</td><td>+1.2</td><td>32.5</td><td>1.05</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="2">漸近動
質量比</td><td>サブシステム全体（F.1.3.4 項　例 2）</td><td>5785</td><td>47.0</td><td>+3.1</td><td>30.6</td><td>1.22</td></tr>
<tr><td></td><td>ベースパネルのみ（F.1.3.4 項　例 2）</td><td>4425</td><td>41.1</td><td>+1.9</td><td>31.7</td><td>1.07</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="2">剛質量比</td><td>サブシステム全体（F.1.3.5 項　例 2）</td><td>12211</td><td>68.3</td><td>+6.3</td><td>27.3</td><td>1.91</td></tr>
<tr><td></td><td>ベースパネルのみ（F.1.3.6 項　例 2）</td><td>6056</td><td>48.1</td><td>+3.3</td><td>30.4</td><td>1.34</td></tr>
<tr><td colspan="3">リミットなし試験（低レベル加振結果から計算）</td><td>6581196</td><td>1584.9</td><td>+33.6</td><td>-</td><td>44.27</td></tr>
<tr><td colspan="3">打上げ時相当試験結果※1</td><td>2855</td><td>33.0</td><td>-</td><td>-</td><td>0.92</td></tr>
</table>

※1　F.1.4 項参照

F.1.3　フォースリミット条件の計算例

以下では、F.1.2 項で比較したリミット条件の計算過程の詳細を示す。

F.1.3.1　CLA を用いたリミット条件の計算例

対象の科学衛星においては H-IIA ロケットと衛星システムの CLA が実施されている。CLA による対象サブシステムの重心相当加速度の最大値 A_{CG} [m/s^2]と Load 系の剛質量 M_L [kg]を用いて、式(F1.3.1-1)によりフォースリミット条件 F_{spec} [N]が求まる。

$$F_{spec} = A_{CG} \times M_L = (7.09 \times 9.8) \times 48.1 = 3342 \quad \text{(F1.3.1-1)}$$

なお、各手法との比較を行うため動質量 $\underline{M}$ [kg]を求める。

$$\underline{M} = \frac{F_{spec}}{A_{IF}} = \frac{3342}{(4.05 \times 9.8)} = 84.2 \quad \text{(F1.3.1-2)}$$

ここで、A_{IF} は CLA による I/F 加速度の最大値 [m/s^2]である。

F.1.3.2　複雑 2 自由度法を用いたリミット条件の計算例

例 1　ミッションサブシステム MTM の計算例（正弦波振動試験）

ミッションサブシステム MTM の複雑 2 自由度法計算例を示す。計算に必要なパラメータを求める流れを図 F1.3.2-1 に示す。Load 系と Source 系それぞれ I/F 部のみを 6 自由度固定した構造数学モデルを用いて固有値解析を行った。解析結果を表 F1.3.2-1 および表 F1.3.2-2 に示す。

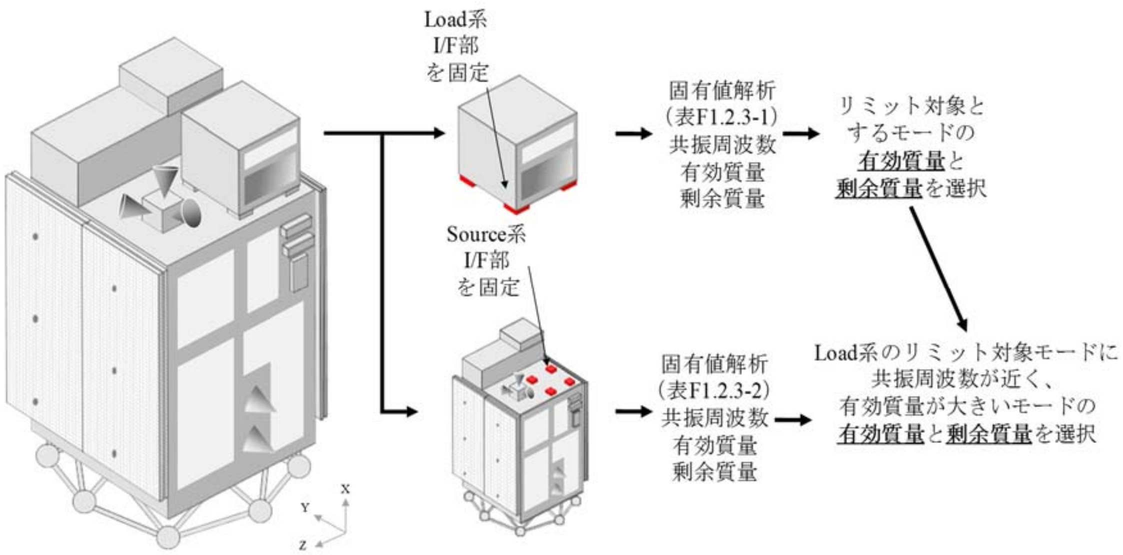


図 F1.3.2-1　計算に用いるパラメータの求め方（複雑 2 自由度法）

表 F1.3.2-1　Load 系固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]	X 方向 剰余質量 [kg]	Y 方向 剰余質量 [kg]	Z 方向 剰余質量 [kg]
1	65.68	0.001	6.853	5.091	48.099	41.247	43.009
2※	69.82	0.003	**26.927**	2.279	48.096	**14.320**	40.730
3	74.21	0.003	0.129	26.720	48.094	14.191	14.010
4	90.24	0.000	0.029	0.007	48.093	14.163	14.003
5	91.51	0.000	0.235	0.052	48.093	13.927	13.951
6	102.62	0.082	0.001	0.085	48.011	13.926	13.866

※　Load 系のリミット対象モードである。

表 F1.3.2-2　Source 系固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]	X 方向 剰余質量 [kg]	Y 方向 剰余質量 [kg]	Z 方向 剰余質量 [kg]
1	1.23	122.299	2181.962	17.213	2903.701	844.038	3008.787
2	1.50	210.926	49.725	2093.606	2692.775	794.314	915.181
3	7.06	0.085	121.311	38.925	2692.690	673.002	876.257
4	10.96	0.012	0.000	0.001	2692.678	673.002	876.256
5	10.99	0.000	1.475	0.553	2692.677	671.527	875.703
6	11.03	20.564	0.520	1.284	2672.114	671.007	874.419
7	11.06	0.074	0.128	0.009	2672.040	670.878	874.410
8	15.63	2442.806	113.574	351.557	229.234	557.305	522.853
9	24.86	3.193	0.239	7.447	226.042	557.066	515.406
10	28.23	2.896	198.986	131.227	223.145	358.080	384.178
・・・	・・・	・・・	・・・	・・・	・・・	・・・	・・・
80	68.03	0.000	0.252	2.765	30.438	50.977	44.449
81	68.25	0.054	0.253	0.433	30.384	50.724	44.016
82	68.92	0.018	0.051	0.044	30.366	50.673	43.973
83	69.44	0.050	0.827	0.049	30.316	49.846	43.923
84※	69.68	0.000	**1.159**	0.003	30.316	**48.687**	43.920
85	69.76	0.008	0.141	0.307	30.308	48.546	43.613
86	69.87	0.007	0.042	0.035	30.300	48.504	43.578
87	69.90	0.023	0.000	0.000	30.277	48.504	43.578
88	69.96	0.007	0.032	0.001	30.270	48.472	43.577
89	70.03	0.256	0.504	0.246	30.014	47.969	43.330
90	70.27	0.158	0.097	0.024	29.856	47.872	43.307

※　Load 系と連成する Source 系の Y 方向振動モードとする（84 次）。

なお、剰余質量は式(F1.3.2-1)を用いた。

$$m_{rk} = M - \sum_{n=1}^{k} m_{en} \qquad \text{(F1.3.2-1)}$$

M は剛質量、m_{ek} は k 次モードの有効質量である。例えば、Load 系 2 次モードの Y 方向剰余質量は表 F1.3.2-1 の Y 方向有効質量を用いて、

$$\begin{aligned} m_{r2} &= M - \sum_{n=1}^{2} m_{en} \\ &= M - (m_{e1} + m_{e2}) \\ &= 48.1 - (6.85 + 26.93) \\ &= 14.32 \end{aligned} \qquad \text{(F1.3.2-2)}$$

となる。

リミット条件の計算に用いる振動モードは、解析結果から X,Y,Z 方向の有効質量を比較し、加振方向並進モードで有効質量が大きいもの選択する。表 F1.3.2-1 より、Y 方向加振で最も有効質量の大きい 2 次モード（69.82Hz）が Load 系のリミット対象モードである。また、Load 系と連成する Source 系の振動モードは、リミット対象モードの周波数（69.82Hz）近傍で有効質量が大きいモードとし、表 F1.3.2-2 より 84 次（69.68Hz）とした。

以上から、複雑 2 自由度法の計算に必要なパラメータは以下のように計算される。Q_L、Q_S は Load 系及び Source 系の Q 値であり 20 と仮定した。

$$a_L = \frac{m_{eL}}{m_{rL}} = \frac{26.93}{14.32} = 1.88$$
$$a_S = \frac{m_{eS}}{m_{rS}} = \frac{1.16}{48.69} = 0.0238 \quad \text{(F1.3.2-3)}$$
$$\mu = \frac{m_{rL}}{m_{rS}} = \frac{14.32}{48.69} = 0.294$$
$$Q_L, Q_S = 20(\text{仮定})$$

ここで、m_{eL} は Load 系の有効質量、m_{rL} は Load 系の剰余質量、m_{eS} は Source 系の有効質量、m_{rS} は Source 系の剰余質量である。

得られたパラメータを基に計算を行う。以下の計算では Appendix C.1 項の図 C1-3 に示す方法に従い、Load 系と Source 系の共振周波数比 Ω_i は Ω_1 を 0.707 として 1/16 オクターブの間隔で変化させて計算を行う。（C.1 項の式(C1-9)～式(C1-19)を参照のこと）

$$\Omega_i = \Omega_{i-1} \times 2^{\left(\frac{1}{16}\right)} \quad \text{(F1.3.2-4)}$$
$$\text{ただし、} i = 2,3,\ldots,17$$

以下では、$i = 1$の場合の計算例を示す。

$$B_1 = -\frac{\frac{1+\mu+a_S}{\Omega_1^2} + 1 + \mu + \mu a_L}{1+\mu}$$
$$= -\frac{\frac{1+0.294+0.0238}{0.707^2} + 1 + 0.294 + 0.294\times 1.88}{1+0.294} \quad \text{(F1.3.2-5)}$$
$$= -3.46$$

$$C_1 = \frac{1+\mu+a_S+\mu a_L}{\Omega_1^2(1+\mu)}$$
$$= \frac{1+0.294+0.0238+0.294\times 1.88}{0.707^2\times(1+0.294)} \quad \text{(F1.3.2-6)}$$
$$= 2.89$$

連成系の共振周波数比r_{C1}、r_{C2}を求める。

$$r_{C1}, r_{C2}$$
$$= \sqrt{\frac{-B_1 \pm (\sqrt{B_1^2 - 4C_1})^{\frac{1}{2}}}{2}}$$
$$= \sqrt{\frac{-(-3.46) \pm ((-3.46)^2 - 4\times 2.89)^{\frac{1}{2}}}{2}} \quad \text{(F1.3.2-7)}$$
$$= 1.436, 1.184$$

r_{C1}、r_{C2} から、Load 系の共振周波数比 r_{L1}、r_{L2} 及び Source 系の共振周波数比 r_{S1}、r_{S2} を求める。

$$\begin{aligned} r_{L1} &= r_{C1} = 1.436 \\ r_{L2} &= r_{C2} = 1.184 \\ r_{S1} &= r_{L1}\times\Omega_1 = 1.436\times 0.707 = 1.015 \\ r_{S2} &= r_{L2}\times\Omega_1 = 1.184\times 0.707 = 0.837 \end{aligned} \tag{F1.3.2-8}$$

r_{L1}、r_{L2} 及び r_{S1}、r_{S2} から、$A_1(r_{L1})$、$A_1(r_{L2})$、$B_1(r_{L1})$、$B_1(r_{L2})$ を求める。

$$\begin{aligned} A(r_{L1}) &= abs\left(\frac{\left(1+a_S\dfrac{1+\dfrac{r_{S1}}{Q_S}j}{1-r_{S1}^2+\dfrac{r_{S1}}{Q_S}j}\right)}{\left(1+a_S\dfrac{1+\dfrac{r_{S1}}{Q_S}j}{1-r_{S1}^2+\dfrac{r_{S1}}{Q_S}j}\right)+\mu\left(1+a_L\dfrac{1+\dfrac{r_{L1}}{Q_L}j}{1-r_{L1}^2+\dfrac{r_{L1}}{Q_L}j}\right)} \times\frac{1+\dfrac{r_{S1}}{Q_S}j}{\left(1+\dfrac{1}{a_S}\right)-\dfrac{r_{S1}^2}{a_S}+\dfrac{r_{S1}}{Q_S}j\left(1+\dfrac{1}{a_S}\right)}\right) \\ &= abs\left(\frac{\left(1+0.0238\dfrac{1+\dfrac{1.015}{20}j}{1-1.015^2+\dfrac{1.015}{20}j}\right)}{\left(1+0.0238\dfrac{1+\dfrac{1.015}{20}j}{1-1.015^2+\dfrac{1.015}{20}j}\right)+0.294\left(1+1.88\dfrac{1+\dfrac{1.436}{20}j}{1-1.436^2+\dfrac{1.436}{20}j}\right)} \times\frac{1+\dfrac{1.015}{20}j}{\left(1+\dfrac{1}{0.0238}\right)-\dfrac{1.015^2}{0.0238}+\dfrac{1.015}{20}j\left(1+\dfrac{1}{20}\right)}\right) \\ &= abs(0.0732-0.5489j) \\ &= \sqrt{(0.0732)^2+(0.5489)^2} \\ &= 0.5538 \end{aligned} \tag{F1.3.2-9}$$

同様に、$A(r_{L2}) = 0.2746$となる。また、$B(r_{L1})$は

$$\begin{aligned} B(r_{L1}) &= abs\left\{\left(1+a_L\frac{1+\dfrac{r_{L1}}{Q_L}j}{1-r_{L1}^2+\dfrac{r_{L1}}{Q_L}j}\right)\times A(r_{L1})\right\} \\ &= abs\left\{\left(1+1.88\frac{1+\dfrac{1.436}{20}j}{1-1.436^2+\dfrac{1.436}{20}j}\right)\times(0.0731-0.5483j)\right\} \\ &= abs(-0.1902+0.3963j) \\ &= \sqrt{(-0.1962)^2+(0.3963)^2} \\ &= 0.4396 \end{aligned} \tag{F1.3.2-10}$$

となり、同様に、$B(r_{L2}) = 1.0041$となる。よって Ω_1 における正規化フォース F_{norm1} は、

$$F_{norm\ 1} = \frac{\max\{B(r_{L1}), B(r_{L2})\}}{\max\{A(r_{L1}), A(r_{L2})\}} = \frac{\max\{0.4396,\ 1.0041\}}{\max\{0.55382,\ 0.2746\}} = 1.813 \quad \text{(F1.3.2-11)}$$

式(F1.3.2-4)から式(F1.3.2-11)までの計算を$i = 1$から 17まで実施し、最大正規化リミット条件F_{norm}を求める。

$$F_{norm} = max(F_{norm\ i})_{i=1,2,3,\ldots,17} = max(1.813, \ldots) = 9.390 \quad \text{(F1.3.2-12)}$$

さらに、フォースリミット値 F_{spec} [N]は式(F1.3.2-13)で求められる。

$$F_{spec} = m_{rL} \times F_{norm} \times A_{spec} = 14.32 \times 9.390 \times (5.0 \times 9.8) = 6589 \quad \text{(F1.3.2-13)}$$

ここで、A_{spec} は Load 系リミット対象周波数（69.82Hz）における加速度スペック[m/s^2]である。

なお、各手法との比較を行うため動質量 $\underline{M}$ [kg]を求める。

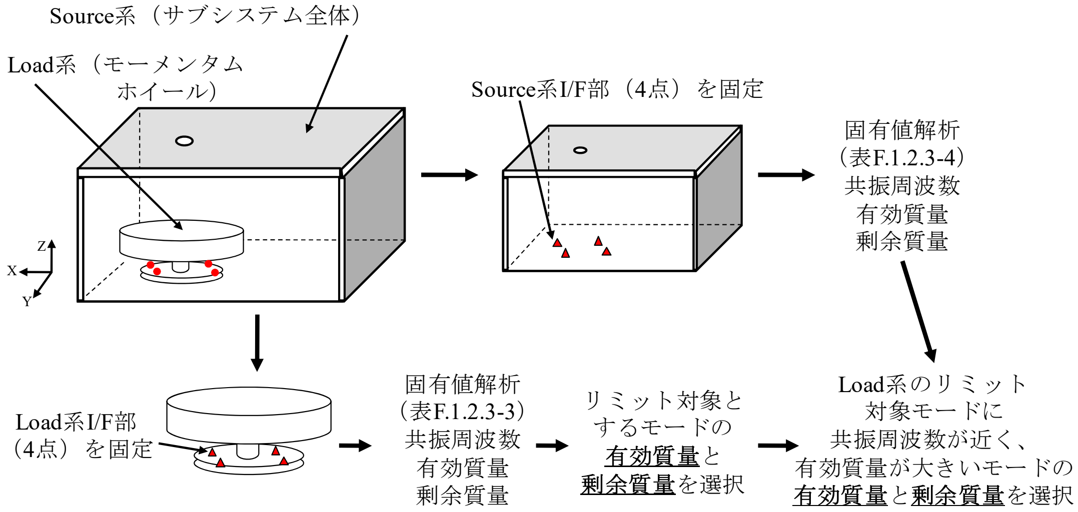
$$\underline{M} = \frac{F_{spec}}{A_{spec}} = \frac{6589}{(5.0 \times 9.8)} = 134.5 \quad \text{(F1.3.2-14)}$$

CLA（式（F1.3.1-2））と比較すると、4.1dB 大きな値となっている。

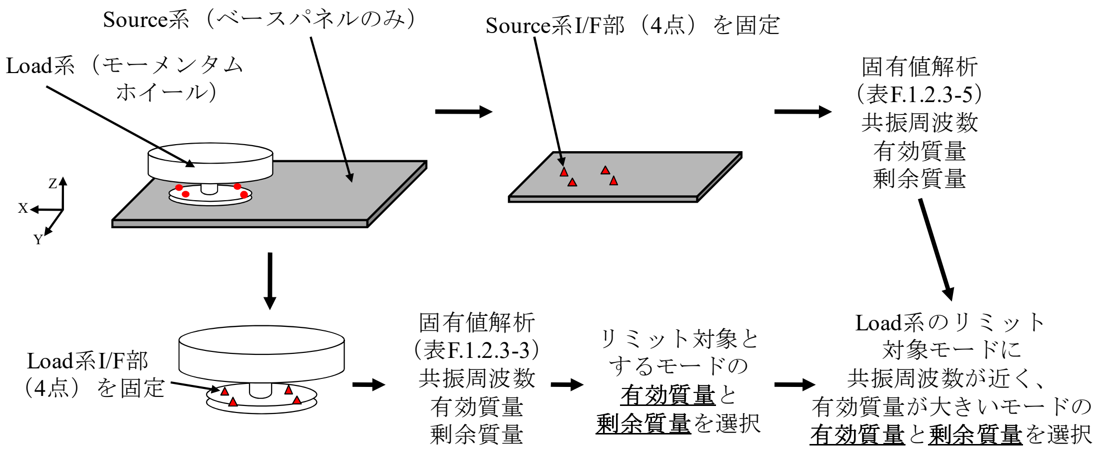
例 2　モーメンタムホイールの計算例（ランダム振動試験）

MW MTM の複雑 2 自由度法計算例を示す。図 F1.3.2-2 にパラメータを求める流れを示す。Load 系と Source 系それぞれ I/F 部のみを 6 自由度固定した構造数学モデルを用いて固有値解析を行った。Load 系の解析結果を表 F1.3.2-3 に示す。また、サブシステム全体を Source 系とした場合（図 F1.3.2-1(a)参照）の解析結果を表 F1.3.2-4 に示す。

さらに、Load 系の支持構造である Source 系の構造体はベースパネルのみであると仮定し計算を行った（図 F1.3.2-1(b)参照）。ベースパネルのみの解析結果を F1.3.2-5 に示す。なお、剰余質量は式(F1.3.2-1)を用いた。



(a)　サブシステム全体を Source 系とした場合



(b)　ベースパネルのみを Source 系とした場合

図 F1.3.2-2　計算に用いるパラメータの求め方（複雑 2 自由度法）

表 F1.3-3　Load 系固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]	X 方向 剰余質量 [kg]	Y 方向 剰余質量 [kg]	Z 方向 剰余質量 [kg]
1	90.82	9.992	0.000	0.000	25.822	35.814	35.814
2	101.21	0.000	8.964	0.000	25.822	26.850	35.814
3	104.68	0.000	0.000	0.000	25.822	26.850	35.814
4※	247.32	0.000	0.000	**34.481**	25.822	26.850	**1.332**
5	409.16	22.190	0.000	0.000	3.632	26.850	1.332
6	437.12	0.000	23.555	0.000	3.632	3.295	1.332

※　Load 系のリミット対象モードである。

表 F1.3.2-4　Source 系（サブシステム全体）固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]	X 方向 剰余質量 [kg]	Y 方向 剰余質量 [kg]	Z 方向 剰余質量 [kg]
1	7.67	22.490	0.325	14.657	39.730	61.895	47.563
2	10.91	0.594	31.766	1.682	39.136	30.130	45.881
3	29.14	7.912	1.475	42.886	31.224	28.654	2.996
4	71.11	1.375	2.748	2.055	29.849	25.907	0.941
5	91.56	2.190	1.678	0.161	27.659	24.228	0.780
6	107.28	1.065	0.095	0.002	26.594	24.133	0.778
7	135.51	0.706	0.133	0.031	25.888	24.000	0.747
8	169.79	8.571	0.434	0.002	17.317	23.566	0.745
9	192.01	2.251	5.299	0.001	15.066	18.268	0.744
10	211.11	0.047	0.012	0.000	15.019	18.256	0.744
11	223.23	0.000	0.454	0.014	15.019	17.802	0.730
12※	232.91	0.002	0.070	**0.119**	15.017	17.732	**0.611**
13	245.57	0.224	0.009	0.001	14.793	17.724	0.610
14	290.25	0.322	0.146	0.000	14.471	17.578	0.610
15	299.75	0.006	0.000	0.001	14.465	17.578	0.610
16	309.96	4.769	0.452	0.002	9.696	17.126	0.608
17	332.24	1.752	1.447	0.016	7.944	15.679	0.592
18	354.60	0.154	0.074	0.009	7.791	15.605	0.583
19	372.10	4.560	0.005	0.004	3.231	15.600	0.579
20	390.85	0.915	0.035	0.000	2.316	15.565	0.579
21	410.12	0.008	1.884	0.000	2.308	13.681	0.579

※　Load 系と連成する Source 系の Z 方向振動モードとする（12 次）。

表 F1.3.2-5　Source 系（ベースパネルのみ）固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]	X 方向 剰余質量 [kg]	Y 方向 剰余質量 [kg]	Z 方向 剰余質量 [kg]
1	29.37	0.000	0.000	14.453	16.500	16.500	2.047
2	46.23	0.000	0.000	0.416	16.500	16.500	1.631
3	99.94	0.000	0.000	0.566	16.500	16.500	1.065
4	201.58	12.338	0.395	0.000	4.162	16.105	1.065
5	240.61	0.000	0.000	0.036	4.162	16.105	1.029
6	294.54	0.000	0.000	0.007	4.162	16.105	1.021
7※	330.57	0.000	0.000	**0.251**	4.162	16.105	**0.770**
8	353.33	0.000	0.000	0.230	4.162	16.105	0.541
9	398.19	0.000	0.000	0.015	4.162	16.105	0.525
10	434.54	0.248	15.340	0.000	3.915	0.766	0.525
11	499.02	0.000	0.000	0.115	3.915	0.766	0.411

※　Load 系と連成する Source 系の Z 方向振動モードとする（7 次）。

表 F1.3.2-3 より、Z 方向で最も有効質量の大きい 4 次モード（247.32Hz）を Load 系のリミット対象モードとした。また、Load 系と連成する Source 系の振動モードは、247.32Hz 近傍で有効質量が大きいモードを表 F1.3.2-4 及び表 F1.3.2-5 から選択し、サブシステム全体については 12 次（232.91Hz）を、ベースパネルのみについては 7 次（330.57Hz）とした。

以上から、複雑 2 自由度法の計算に必要なパラメータは以下のように計算される。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$
\begin{aligned}
a_L &= \frac{m_{eL}}{m_{rL}} = \frac{34.48}{1.33} = 25.92 \\
a_S &= \frac{m_{eS}}{m_{rS}} = \frac{0.119}{0.611} = 0.195 \\
\mu &= \frac{m_{rL}}{m_{rS}} = \frac{1.33}{0.611} = 2.177 \\
Q_L &= 36.5(\text{実測}) \\
Q_S &= 20(\text{仮定})
\end{aligned}
\qquad \text{(F1.3.2-15)}
$$

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$
\begin{aligned}
a_L &= \frac{m_{eL}}{m_{rL}} = \frac{34.48}{1.33} = 25.92 \\
a_S &= \frac{m_{eS}}{m_{rS}} = \frac{0.251}{0.770} = 0.326 \\
\mu &= \frac{m_{rL}}{m_{rS}} = \frac{1.33}{0.770} = 1.727 \\
Q_L &= 36.5(\text{実測}) \\
Q_S &= 20(\text{仮定})
\end{aligned}
\qquad \text{(F1.3.2-16)}
$$

ここで Q_L は Load 系の Q 値であり、Load 系単体の低レベルランダム振動試験結果より、F.2.2.1 項(5)に示す方法を用いて求めた。 Q_S は Source 系の Q 値であり 20 と仮定した。式中のm_{eL} は Load 系の有効質量、m_{rL} は Load 系の剰余質量、m_{eS} は Source 系の有効質量、m_{rS} は Source 系の剰余質量である。

得られたパラメータを基に Appendix C.1 項の図 C1-3 に示す方法を用いて計算を行った。式(F1.3.2-4)から式(F1.3.2-12)を参考に計算を行い、最大正規化リミット条件 F_{norm} はサブシステム全体については 89.47、ベースパネルのみについては 88.05 となった。

よって、フォースリミット値 $F_{PSDspec}$ [N^2/Hz]は以下となる。なお、$A_{PSDspec}$ は Load 系リミット対象周波数（247.32Hz）における加速度スペック[$(m/s^2)^2$/Hz]である。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$F_{PSDspec} = m_{rL}^2 \times F_{norm}^2 \times A_{PSDspec} = 1.33^2 \times 89.47^2 \times 2.62 = 37099 \qquad \text{(F1.3.2-17)}$$

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$F_{PSDspec} = m_{rL}^2 \times F_{norm}^2 \times A_{PSDspec} = 1.33^2 \times 88.05^2 \times 2.62 = 35931 \qquad \text{(F1.3.2-18)}$$

なお、各手法との比較を行うため動質量 $\underline{M}$ [kg]を求める。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$\underline{M} = \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}} = \sqrt{\frac{37099}{2.62}} = 119.0 \qquad \text{(F1.3.2-19)}$$

打上げ時相当試験（表 F.1.2-1 参照）と比較すると、11.1dB 大きな値となっている。

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$\underline{M} = \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}} = \sqrt{\frac{35931}{2.62}} = 117.1 \qquad \text{(F1.3.2-20)}$$

打上げ時相当試験（表 F.1.2-1 参照）と比較すると、11.0dB 大きな値となっている。

F.1.3.3　単純 2 自由度法（構造数学モデルによる方法）を用いたリミット条件の計算例

例 1　ミッションサブシステム MTM の計算例（正弦波振動試験）

本文 3.2.1.2 項に示す方法に従い、単純 2 自由度法計算例を示す。計算に必要なパラメータを求める流れを図 F1.3.3-1 に示す。単純 2 自由度法では、複雑 2 自由度法と同様に、Load 系と Source 系それぞれ I/F 部のみを 6 自由度固定したの構造数学モデルを用いて固有値解析を行う。

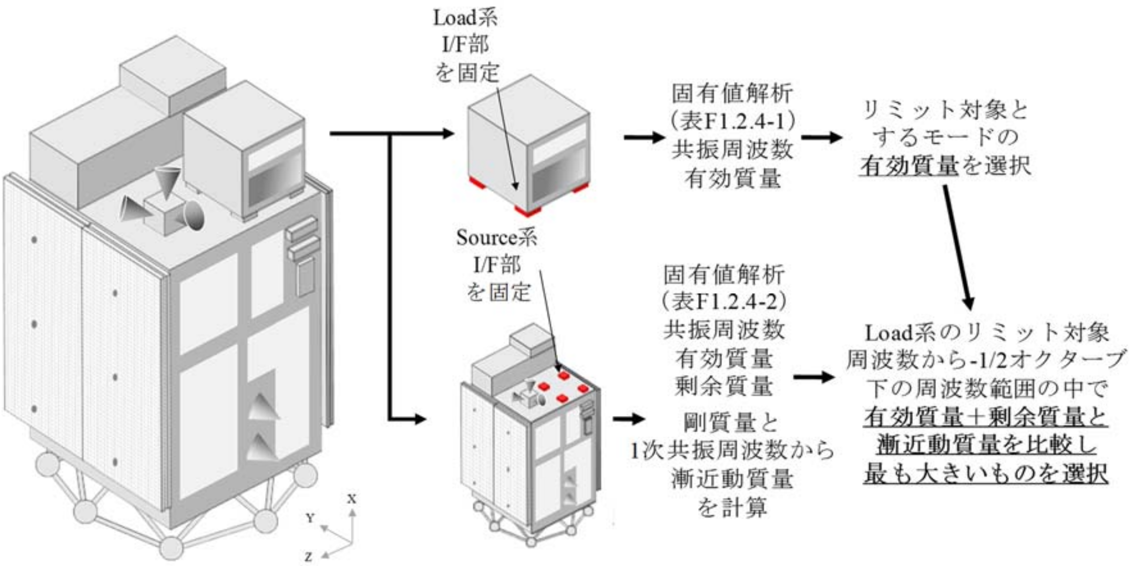


図 F1.3.3-1　計算に用いるパラメータの求め方（単純 2 自由度法）

表 F1.3.3-1　Load 系固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]
1	65.68	0.001	6.853	5.091
2※	69.82	0.003	**26.927**	2.279
3	74.21	0.003	0.129	26.720
4	90.24	0.000	0.029	0.007
5	91.51	0.000	0.235	0.052
6	102.62	0.082	0.001	0.085

※　Load 系のリミット対象モードである。

表 F1.3.3-2　Source 系固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 剰余質量 [kg]	Y 方向 有効質量＋剰余質量 [kg]	Y 方向 漸近動質量 [kg]
1	**1.23**	122.299	2181.962	17.213	2903.701	844.038	3008.787
2	1.50	210.926	49.725	2093.606	2692.775	794.314	915.181
3	7.06	0.085	121.311	38.925	2692.690	673.002	876.257
4	10.96	0.012	0.000	0.001	2692.678	673.002	876.256
5	10.99	0.000	1.475	0.553	2692.677	671.527	875.703
・・・	・・・	・・・	・・・	・・・	・・・	・・・	・・・
35	47.71	3.784	0.287	5.079	106.208	106.495	77.710
36	47.94	0.146	0.033	0.776	106.175	106.208	77.345
37	48.65	0.058	0.008	0.016	106.167	106.175	76.202
38	48.91	0.179	0.352	0.008	105.815	106.167	75.804
39	50.03	0.063	0.013	0.419	105.801	105.815	74.114
40	50.83	0.017	0.010	0.644	105.791	105.801	72.937
41	**51.87**	0.148	**15.236**	1.719	**90.555**	**105.791**	**71.472**
42	52.23	0.083	0.067	0.016	90.489	90.555	70.984
43	52.31	0.128	5.221	0.260	85.268	90.489	70.883
44	52.53	0.003	5.640	2.790	79.628	85.268	70.586
45	53.16	0.011	0.920	1.163	78.708	79.628	69.741

※1　Source 系 Y 方向 1 次共振点（1 次）。
※2　Load 系と連成する Source 系の Y 方向振動モードとする（84 次）。

表 F1.3.3-1 及び表 F1.3.3-2 に解析結果を示す。Source 系の剰余質量は式(F1.3.2-1)、k次モードの漸近動質量 $\underline{M}_{ak}$ は式(F1.3.3-1)で求めた。

$$\underline{M}_{ak} = \begin{cases} M & \cdots f_k \leq f_1 \\ M\times\left(\frac{f_1}{f_k}\right) & \cdots f_k > f_1 \end{cases} \tag{F1.3.3-1}$$

M は剛質量、f_1 は 1 次共振周波数、f_k は k 次モードの共振周波数である。例えば、Load 系 5 次モードの Y 方向漸近動質量は、Y 方向 1 次共振点を 1 次とすると以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} \underline{M}_{aY10} &= M\times\left(\frac{f_1}{f_5}\right) \\ &= 3026\times\left(\frac{1.23}{10.99}\right) \\ &= 875.703 \end{aligned} \tag{F1.3.3-2}$$

表 F1.3.3-1 より、Load 系 2 次モード（69.82Hz）をリミット対象モードとした。この周波数から 1/2 オクターブ下の周波数（$= 69.82\text{Hz}\times2^{(-1/2)} = 49.37\text{Hz}$）範囲の Y 方向並進モードにおいて、有効質量 m_{eS} と剰余質量 m_{rS} の和と漸近動質量 $\underline{M}_{aS}$ が最大となるのは 41 次（51.87Hz）である。また、

$$m_{eS} + m_{rS} = 105.791 > \underline{M}_{aS} = 71.472 \tag{F1.3.3-3}$$

となり、有効質量と剰余質量の和のほうが大きい。より大きな（安全側の）リミット条件を求めるため有効質量と剰余質量の和を計算に用いる。

以上から、単純 2 自由度法の計算に必要なパラメータは以下となる。m_{STDFS_L} は Load 系モデルの質量、m_{STDFS_S} は Source 系モデルの質量である。Q_L は Load 系の Q 値であり 20 と仮定した。

$$\begin{aligned} &\mu = \frac{m_{STDFS_L}}{m_{STDFS_S}} = \frac{m_{eL}}{\underline{M}_{aS}} = \frac{26.92}{105.791} = 0.254 \\ &Q_L = 20 \ (\text{仮定}) \end{aligned} \tag{F1.3.3-4}$$

得られたパラメータを基に Appendix C.2 項に示す方法を用いて計算を行う。まず、連成系の共振周波数比 r_{C1}、r_{C2} を求める。

$$\begin{aligned} r_{C1}, r_{C2} &= \sqrt{1 + \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{0.254}{2} \pm \sqrt{0.254 + \frac{0.254^2}{4}}} \\ &= 1.2835, 0.7791 \end{aligned} \tag{F1.3.3-5}$$

次に、正規化リミット条件 F_{norm} を求める。

$$\begin{aligned} F_{norm} &= max\left(\frac{1 + \frac{r_{C1}}{Q_L}j}{(1 - r_{C1}^2) + \frac{r_{C1}}{Q_L}j}, \frac{1 + \frac{r_{C2}}{Q_L}j}{(1 - r_{C2}^2) + \frac{r_{C2}}{Q_L}j}\right) \\ &= max\left(\frac{1 + \frac{1.2835}{20}j}{(1 - 1.2835^2) + \frac{1.2835}{20}j}, \frac{1 + \frac{0.7791}{20}j}{(1 - 0.7791^2) + \frac{0.7791}{20}j}\right) \\ &= max(-1.5197 - 0.2498j, 2.5294 - 0.1516j\ ) \\ &= max(1.5401, 2.5340) \\ &= 2.5340 \end{aligned} \tag{F1.3.3-6}$$

よって、フォースリミット値 F_{spec} [N]は式(F1.3.3-7)で求められる。

$$\begin{aligned} F_{spec} &= M_L \times F_{norm} \times A_{spec} \\ &= 48.1 \times 2.5340 \times (5.0 \times 9.8) \\ &= 5972 \end{aligned} \tag{F1.3.3-7}$$

ここで、A_{spec} は Load 系リミット対象周波数（69.82Hz）における加速度スペック[m/s^2]である。

なお、各手法との比較を行うため動質量 $\underline{M}$ [kg]を求める。

$$\underline{M} = \frac{F_{spec}}{A_{spec}} = \frac{5972}{(5.0 \times 9.8)} = 121.9 \qquad \text{(F1.3.3-8)}$$

CLA（式（F1.3.1-2））と比較すると、3.2dB 大きな値となっている。

例 2　モーメンタムホイールの計算例（ランダム振動試験）

MW MTM の単純 2 自由度法計算例を示す。Load 系と Source 系それぞれ I/F 部のみを 6 自由度固定とした構造数学モデルを用いて固有値解析を行う。Load 系の解析結果を表 F1.3.3-3 に示す。また、サブシステム全体を Source 系とした場合と、ベースパネルのみを Source 系とした場合について計算を行い、サブシステム全体の解析結果を表 F1.3.3-4、ベースパネルのみの解析結果を F1.3.3-5 に示す。漸近動質量は式(F1.3.3-1)で求めた。

表 F1.3.3-3　Load 系固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]
1	90.82	9.992	0.000	0.000
2	101.21	0.000	8.964	0.000
3	104.68	0.000	0.000	0.000
4※	247.32	0.000	0.000	**34.481**
5	409.16	22.190	0.000	0.000
6	437.12	0.000	23.555	0.000

※　Load 系のリミット対象モードである。

表 F1.3.3-4　Source 系（サブシステム全体）固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 剰余質量 [kg]	Z 方向 有効質量＋剰余質量 [kg]	Z 方向 漸近動質量 [kg]
1	7.67	22.490	0.325	14.657	47.563	62.220	62.200
2	10.91	0.594	31.766	1.682	45.881	47.563	62.200
3※1	**29.14**	7.912	1.475	42.886	2.996	45.882	62.200
4	71.11	1.375	2.748	2.055	0.941	2.996	25.489
5	91.56	2.190	1.678	0.161	0.780	0.941	19.796
6	107.28	1.065	0.095	0.002	0.778	0.780	16.895
7	135.51	0.706	0.133	0.031	0.747	0.778	13.375
8	169.79	8.571	0.434	0.002	0.745	0.747	10.675
9	192.01	2.251	5.299	0.001	0.744	0.745	9.440
10	211.11	0.047	0.012	0.000	0.744	0.744	8.586
11	223.23	0.000	0.454	0.014	0.730	0.744	8.119
12※2	232.91	0.002	0.070	**0.119**	**0.611**	**0.730**	**7.782**
13	245.57	0.224	0.009	0.001	0.610	0.611	7.381
14	290.25	0.322	0.146	0.000	0.610	0.610	6.245
15	299.75	0.006	0.000	0.001	0.610	0.611	6.047
16	309.96	4.769	0.452	0.002	0.608	0.610	5.848
17	332.24	1.752	1.447	0.016	0.592	0.608	5.455
18	354.60	0.154	0.074	0.009	0.583	0.592	5.111
19	372.10	4.560	0.005	0.004	0.579	0.583	4.871
20	390.85	0.915	0.035	0.000	0.579	0.579	4.637

※1　Source 系 Z 方向 1 次共振点（3 次）。
※2　Load 系と連成する Source 系の Z 方向振動モードとする（12 次）。

表 F1.3.3-5　Source 系（ベースパネルのみ）固有値解析結果

モード	周波数 [Hz]	X 方向 有効質量 [kg]	Y 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 有効質量 [kg]	Z 方向 剰余質量 [kg]	Z 方向 有効質量＋剰余質量 [kg]	Z 方向 漸近動質量 [kg]
1※1	29.37	0.000	0.000	**14.453**	2.047	16.500	**16.500**
2	46.23	0.000	0.000	0.416	1.631	2.047	10.482
3	99.94	0.000	0.000	0.566	1.065	1.631	4.849
4	201.58	12.338	0.395	0.000	1.065	1.065	2.404
5※2	240.61	0.000	0.000	**0.036**	**1.029**	**1.065**	**2.014**
6	294.54	0.000	0.000	0.007	1.021	1.028	1.645
7	330.57	0.000	0.000	0.251	0.770	1.021	1.466
8	353.33	0.000	0.000	0.230	0.541	0.771	1.372
9	398.19	0.000	0.000	0.015	0.525	0.540	1.217
10	434.54	0.248	15.340	0.000	0.525	0.525	1.115

※1　Source 系 Z 方向 1 次共振点（1 次）。
※2　Load 系と連成する Source 系の Z 方向振動モードとする（5 次）。

表 F1.3.3-3 より、Load 系 4 次モード（247.32Hz）をリミット対象モードとした。この周波数から 1/2 オクターブ下の周波数（$= 247.32\mathrm{Hz}\times 2^{(-1/2)} = 174.88\mathrm{Hz}$）範囲での Z 方向並進モードにおいて、有効質量 m_{es} と剰余質量 m_{rs} の和と漸近動質量 $\underline{M}_{as}$ が最大となるのは、サブシステム全体については 12 次（232.91Hz）、ベースパネルのみについては 5 次（240.61Hz）である。これらのモードでは漸近動質量のほうが有効質量と剰余質量の和より大きく、より大きなリミット条件を求めるため漸近動質量を計算に用いた。

以上から、単純 2 自由度法の計算に必要なパラメータは以下となる。m_{STDFS_L} は Load 系モデルの質量、m_{STDFS_S} は Source 系モデルの質量である。Q_L は Load 系の Q 値であり、Load 系単体の低レベルランダム振動試験結果より、F.2.2.1 項(5)に示す方法を用いて求めた。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$\mu = \frac{m_{STDFS_L}}{m_{STDFS_S}} = \frac{m_{eL}}{\underline{M}_{aS}} = \frac{34.48}{7.782} = 4.431 \tag{F1.3.3-9}$$

$$Q_L = 36.5(\text{実測})$$

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$\mu = \frac{m_{STDFS_L}}{m_{STDFS_S}} = \frac{m_{eL}}{\underline{M}_{aS}} = \frac{34.48}{2.014} = 17.12 \tag{F1.3.3-10}$$

$$Q_L = 36.5(\text{実測})$$

得られたパラメータを基に Appendix C.2 項に示す方法を用いて計算を行った。式(F1.3.3-5)及び(F1.3.3-6)を参考に計算を行い、最大正規化リミット条件 F_{norm} はサブシステム全体については 1.190、ベースパネルのみについては 1.055 となった。

さらに、フォースリミット値 $F_{PSDspec}$ [N^2/Hz]は以下となる。なお、M_L は Load 系の剛質量、$A_{PSDspec}$ は Load 系リミット対象周波数（247.32Hz）における加速度スペック[$(m/s^2)^2$/Hz]である。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$F_{PSDspec} = M_L^2 \times F_{norm}^2 \times A_{PSDspec} = 35.8^2 \times 1.190^2 \times 2.62 = 4755 \tag{F1.3.3-11}$$

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$F_{PSDspec} = M_L^2 \times F_{norm}^2 \times A_{PSDspec} = 35.8^2 \times 1.055^2 \times 2.62 = 3737 \tag{F1.3.3-12}$$

なお、各手法との比較を行うため動質量 $\underline{M}$ [kg]を求める。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$\underline{M} = \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}} = \sqrt{\frac{4755}{2.62}} = 42.6 \tag{F1.3.3-13}$$

打上げ時相当試験（表 F.1.2-1 参照）と比較すると、2.2dB 大きな値となっている。

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$\underline{M} = \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}} = \sqrt{\frac{3737}{2.62}} = 37.8 \tag{F1.3.3-14}$$

打上げ時相当試験（表 F.1.2-1 参照）と比較すると、1.2dB 大きな値となっている。

F.1.3.4　単純 2 自由度法（漸近動質量比）を用いたリミット条件の計算例

例 1　ミッションサブシステム MTM の計算例（正弦波振動試験）

計算に必要なパラメータは以下となる。

$$\begin{aligned} M_L &= 48.1 \\ M_S &= 3026 \\ f_{L1} &= 69.82 \\ f_{S1} &= 1.23 \\ Q_L &= 20 \quad （仮定） \end{aligned} \tag{F1.3.4-1}$$

ここで、M_L は Load 系の剛質量[kg]、M_S は Source 系の剛質量[kg]、f_{L1} は Load 系の Y 方向 1 次共振周波数[Hz]（表 F1.3.3-1 参照）、f_{S1} は Source 系の Y 方向 1 次共振周波数[Hz]（表 F1.3.3-2 参照）、Q_L は Load 系の Q 値であり 20 と仮定した。この例では固有値解析結果から 1 次共振周波数を求めているが、設計初期段階にリミット条件を求めたい場合は設計目標とする 1 次共振周波数を用いても計算できる。

k 次モードの漸近動質量 $\underline{M}_{ak}$ は式(F1.3.3-1)で与えられるため、リミット対象周波数である Load 系 1 次共振点（69.82Hz）における Load 系の漸近動質量 $\underline{M}_{aL}$ 及びリミット対象周波数から 1/2 オクターブ下の周波数（$= 69.82\text{Hz}\times 2^{(-1/2)} = 49.37\text{Hz}$）における Source 系の漸近動質量 $\underline{M}_{aS}$ は、

$$\begin{aligned} \underline{M}_{aL} &= M_L \times \frac{f_{L1}}{f_{L1}} \\ &= 48.1 \times \frac{69.82}{69.82} \\ &= 48.1 \\ \underline{M}_{aS} &= M_S \times \frac{f_{S1}}{f_{L1}} \\ &= 3026 \times \frac{1.23}{49.37} \\ &= 75.39 \end{aligned} \tag{F1.3.4-2}$$

となる。よって、計算に用いる質量比 μ は次式となる。

$$\mu = \frac{\underline{M}_{aL}}{\underline{M}_{aS}} = \frac{48.1}{75.39} = 0.638 \tag{F1.3.4-3}$$

得られたパラメータを基に Appendix C.2 項に示す方法を用いて計算を行った。式(F1.3.3-5)及び(F1.3.3-6)を参考に計算を行い、最大正規化リミット条件 F_{norm} は 1.846 となった。よって、フォースリミット値 F_{spec} [N]は式(F1.3.4-4)で求められる。

$$\begin{aligned} F_{spec} &= M_L \times F_{norm} \times A_{spec} \\ &= 48.1 \times 1.846 \times (5.0 \times 9.8) \\ &= 4350 \end{aligned} \tag{F1.3.4-4}$$

ここで、A_{spec} はLoad系リミット対象周波数（69.82Hz）における加速度スペック[m/s²]である。

なお、各手法との比較を行うため動質量 $\underline{M}$ [kg]を求める。

$$\begin{aligned}\underline{M} &= \frac{F_{spec}}{A_{spec}} \\ &= \frac{4350}{(5.0\times 9.8)} \\ &= 88.8\end{aligned} \tag{F1.3.4-5}$$

CLA（式（F1.3.1-2））と比較すると、0.5dB大きな値となっている。

例2　モーメンタムホイールの計算例（ランダム振動試験）

サブシステム全体をSource系とした場合と、ベースパネルのみをSource系とした場合について計算を行う。計算に必要なパラメータは以下となる。

(a)　サブシステム全体がSource系

$$\begin{aligned}M_L &= 38.5 \\ M_S &= 62.2 \\ f_{L1} &= 247.32 \\ f_{S1} &= 29.14 \\ Q_L &= 36.5\end{aligned} \tag{F1.3.4-6}$$

(b)　ベースパネルのみがSource系

$$\begin{aligned}M_L &= 38.5 \\ M_S &= 16.5 \\ f_{L1} &= 247.32 \\ f_{S1} &= 29.37 \\ Q_L &= 36.5\end{aligned} \tag{F1.3.4-7}$$

ここで、M_L はLoad系の剛質量[kg]、M_S はSource系の剛質量[kg]、f_{L1} はLoad系のZ方向1次共振周波数[Hz]（表F1.3.3-3参照）、f_{S1} はSource系のZ方向1次共振周波数[Hz]（表F1.3.3-4、表F1.3.3-5参照）、Q_L はLoad系のQ値である。

リミット対象周波数であるLoad系1次共振点（247.32Hz）におけるLoad系の漸近動質量 $\underline{M_{aL}}$ 、リミット対象周波数から1/2オクターブ下の周波数（$= 247.32\text{Hz}\times 2^{(-1/2)} = 174.88\text{Hz}$）におけるSource系の漸近動質量 $\underline{M_{aS}}$ 及び質量比 μ は式(F1.3.4-2)及び式(F1.3.4-3)を参考として以下のようになる。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$\underline{M}_{aL} = M_L \times \frac{f_{L1}}{f_{L1}}$$
$$= 38.5 \times \frac{247.32}{247.32}$$
$$= 38.5$$

$$\underline{M}_{aS} = M_S \times \frac{f_{S1}}{f_{L1}} \tag{F1.3.4-8}$$
$$= 62.2 \times \frac{29.14}{174.88}$$
$$\underline{= 10.4}$$

$$\mu = \frac{\underline{M}_{aL}}{\underline{M}_{aS}} = \frac{38.5}{10.4}$$
$$\underline{= 3.70}$$

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$\underline{M}_{aL} = M_L \times \frac{f_{L1}}{f_{L1}}$$
$$= 38.5 \times \frac{247.32}{247.32}$$
$$= 38.5$$

$$\underline{M}_{aS} = M_S \times \frac{f_{S1}}{f_{L1}} \tag{F1.3.4-9}$$
$$= 16.5 \times \frac{29.37}{174.88}$$
$$\underline{= 2.77}$$

$$\mu = \frac{\underline{M}_{aL}}{\underline{M}_{aS}} = \frac{38.5}{2.77}$$
$$\underline{= 13.9}$$

得られたパラメータを基に Appendix C.2 項に示す方法を用いて計算を行った。式(F1.3.3-5)及び(F1.3.3-6)を参考に計算を行い、最大正規化リミット条件 F_{norm} はサブシステム全体については 1.221、ベースパネルのみについては 1.067 となった。

さらに、フォースリミット値 $F_{PSDspec}$ [N^2/Hz]は以下となる。なお、M_L は Load 系の剛質量、$A_{PSDspec}$ は Load 系リミット対象周波数（247.32Hz）における加速度スペック [$(m/s^2)^2$/Hz]である。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$F_{PSDspec} = M_L^2 \times F_{norm}^2 \times A_{PSDspec} = 38.5^2 \times 1.221^2 \times 2.62 = 5785 \qquad \text{(F1.3.4-10)}$$

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$F_{PSDspec} = M_L^2 \times F_{norm}^2 \times A_{PSDspec} = 38.5^2 \times 1.067^2 \times 2.62 = 4425 \qquad \text{(F1.3.4-11)}$$

なお、各手法との比較を行うため動質量 $\underline{M}$ [kg]を求める。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$\underline{M} = \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}} = \sqrt{\frac{5785}{2.62}} = 47.0 \qquad \text{(F1.3.4-12)}$$

打上げ時相当試験（表 F.1.2-1 参照）と比較すると、3.1dB 大きな値となっている。

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$\underline{M} = \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}} = \sqrt{\frac{4425}{2.62}} = 41.1 \qquad \text{(F1.3.4-13)}$$

打上げ時相当試験（表 F.1.2-1 参照）と比較すると、1.9dB 大きな値となっている。

F.1.3.5　単純 2 自由度法（剛質量比）を用いたリミット条件の計算例

例 1　ミッションサブシステム MTM の計算例（正弦波振動試験）

計算に必要なパラメータは以下となる。

$$M_L = 48.1 \quad M_S = 3026 \quad Q_L = 20 \text{（仮定）} \tag{F1.3.5-1}$$

ここで、M_L は Load 系の剛質量[kg]、M_S は Source 系の剛質量[kg]、Q_L は Load 系の Q 値であり 20 と仮定した。計算に用いる質量比 μ は、

$$\mu = \frac{M_L}{M_S} = \frac{48.1}{3026} = 0.0159 \tag{F1.3.5-2}$$

となる。

得られたパラメータを基に Appendix C.2 項に示す方法を用いて計算を行った。式(F1.3.3-5)及び(F1.3.3-6)を参考に計算を行い、最大正規化リミット条件 F_{norm} は 7.861 となった。よって、フォースリミット値 F_{spec} [N]は以下となる。

$$F_{spec} = M_L \times F_{norm} \times A_{spec} = 48.1 \times 7.861 \times (5.0 \times 9.8) = 18528 \tag{F1.3.5-3}$$

ここで、A_{spec} は Load 系リミット対象周波数（69.82Hz）における加速度スペック[m/s^2]である。

なお、各手法との比較を行うため動質量 $\underline{M}$ [kg]を求める。

$$\underline{M} = \frac{F_{spec}}{A_{spec}} = \frac{18528}{(5.0 \times 9.8)} = 378.1 \tag{F1.3.5-4}$$

CLA（式（F1.3.1-2））と比較すると、13.0dB 大きな値となっている。

例 2　モーメンタムホイールの計算例（ランダム振動試験）

サブシステム全体を Source 系とした場合と、ベースパネルのみを Source 系とした場合について計算を行う。計算に必要なパラメータは以下となる。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$\begin{aligned} M_L &= 38.5 \\ M_S &= 62.2 \\ Q_L &= 36.5 \end{aligned} \tag{F1.3.5-5}$$

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$\begin{aligned} M_L &= 38.5 \\ M_S &= 16.5 \\ Q_L &= 36.5 \end{aligned} \tag{F1.3.5-6}$$

ここで、M_L は Load 系の剛質量[kg]、M_S は Source 系の剛質量[kg]、Q_L は Load 系の Q 値である。質量比 μ は以下となる。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{M_L}{M_S} \\ &= \frac{38.5}{62.2} \\ &= 0.619 \end{aligned} \tag{F1.3.5-7}$$

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{M_L}{M_S} \\ &= \frac{38.5}{16.5} \\ &= 2.333 \end{aligned} \tag{F1.3.5-8}$$

得られたパラメータを基に C.2 項に示す方法を用いて計算を行った。式(F1.3.3-5)及び(F1.3.3-6)を参考に計算を行い、最大正規化リミット条件 F_{norm} はサブシステム全体については 1.907、ベースパネルのみについては 1.343 となった。

さらに、フォースリミット値 $F_{PSDspec}$ [N^2/Hz]は以下となる。なお、M_L は Load 系の剛質量、$A_{PSDspec}$ は Load 系リミット対象周波数（247.32Hz）における加速度スペック[$(m/s^2)^2$/Hz]である。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$\begin{aligned} F_{PSDspec} &= M_L^2 \times F_{norm}^2 \times A_{PSDspec} \\ &= 35.8^2 \times 1.907^2 \times 2.62 \\ &= 12211 \end{aligned} \quad \text{(F1.3.5-9)}$$

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$\begin{aligned} F_{PSDspec} &= M_L^2 \times F_{norm}^2 \times A_{PSDspec} \\ &= 35.8^2 \times 1.343^2 \times 2.62 \\ &= 6056 \end{aligned} \quad \text{(F1.3.5-10)}$$

なお、各手法との比較を行うため動質量 $\underline{M}$ [kg]を求める。

(a)　サブシステム全体が Source 系

$$\begin{aligned} \underline{M} &= \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}} \\ &= \sqrt{\frac{12211}{2.62}} \\ &= 68.3 \end{aligned} \quad \text{(F1.3.5-11)}$$

打上げ時相当試験（表 F1.2.2-1 参照）と比較すると、6.3dB 大きな値となっている。

(b)　ベースパネルのみが Source 系

$$\begin{aligned} \underline{M} &= \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}} \\ &= \sqrt{\frac{6056}{2.62}} \\ &= 48.1 \end{aligned} \quad \text{(F1.3.5-12)}$$

打上げ時相当試験（表 F1.2.2-1 参照）と比較すると、3.3dB 大きな値となっている。

F.1.3.6　簡易試験による方法

Load 系及び Source 系実機の動質量がある場合には、簡易試験による方法を用いてリミット条件を求められる。Appendix D に詳細を示す。

F.1.4（補足）打上げ時相当振動環境取得試験

MW MTM において、フォースリミット条件の妥当性を検証するため、Source 系に Load 系を搭載した状態で音響試験を実施し、打上げ時相当のランダム振動環境を取得した。測定した I/F 加速度はランダム振動試験の加速度スペック作成に用いられ（図 F1.4-1）、I/F フォースは、F.1.2 項で計算したリミット条件が負荷不足（アンダーテスティグ）とならないことを検証するために用いた。音響試験のコンフィギュレーションを図 F1.4-2 に示す。

※ 通常の振動試験では､加速度スペックは機器の設計条件として提示されるものであり、I/F フォースの負荷不足が発生しない前提で振動試験を行うことになる。よって、フォースリミット振動試験を実施するために、音響試験が必要であるということではない。

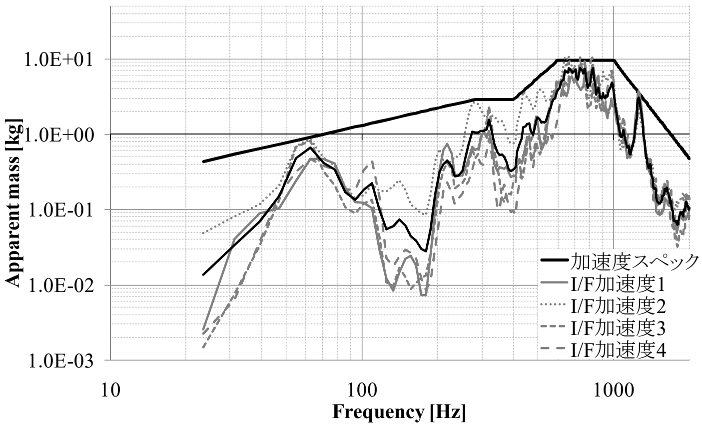


図 F1.4-1 I/F 加速度

表 F1.4-1 音響負荷条件

1/1 オクターブ中心周波数 [Hz]	音圧（SPL）[dB]
31.5	132.0
63	133.5
125	138.0
250	140.0
500	135.5
1000	132.0
2000	127.0
4000	122.0
8000	120.0
オーバーオール	144.5

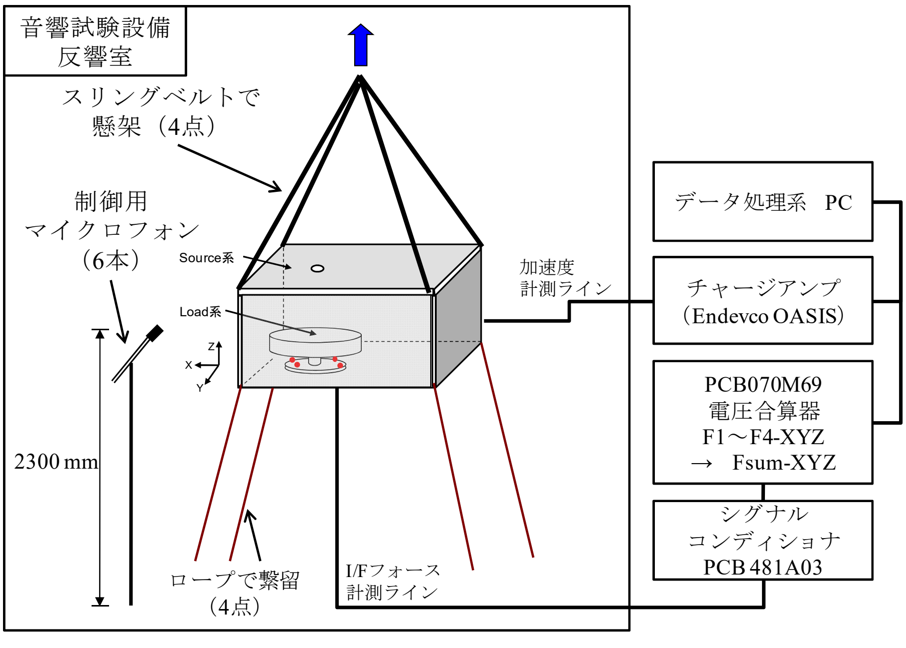


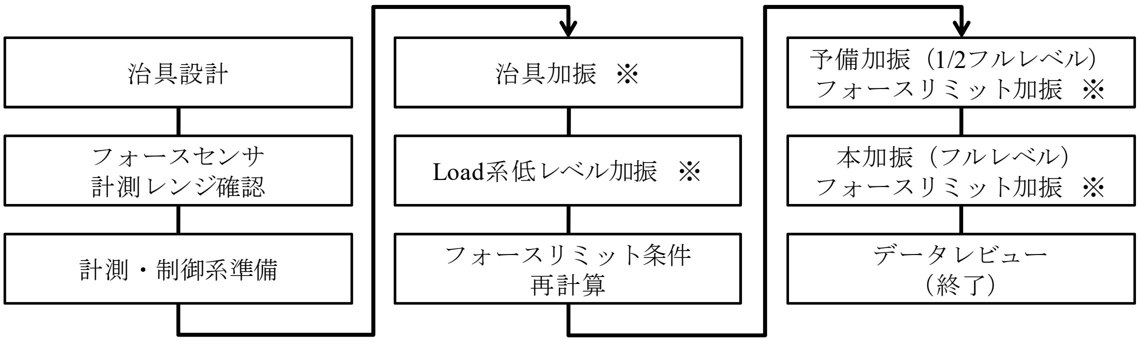
図 F1.4-2 打ち上げ時相当振動環境取得試験コンフィギュレーション

F.2　試験の実施例

F.2.1　ミッションサブシステム MTM の例（正弦波振動試験）

F.2.1.1　試験の流れと注意事項

ミッションサブシステム MTM を用いたフォースリミット正弦波振動試験の流れを図 F2.1.1-1 に示す。



※　各加振の後に(8)に示すフォースセンサの健全性確認を行う。

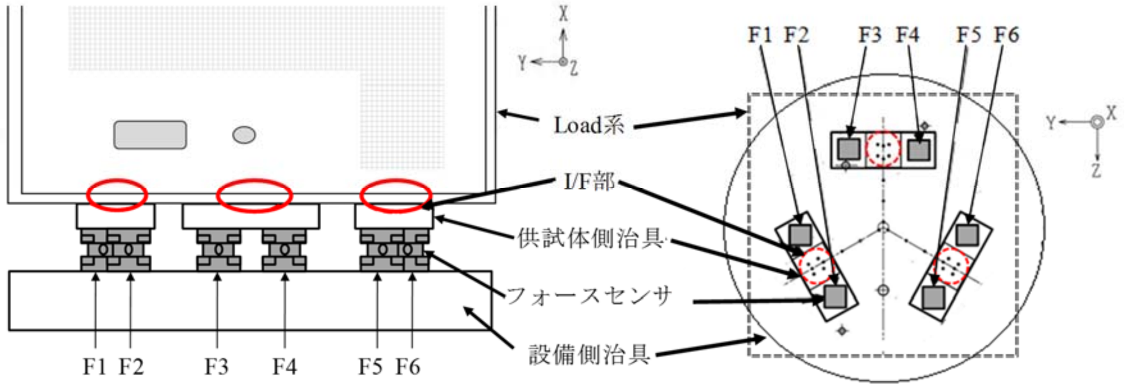
図 F2.1.1-1　フォースリミット正弦波振動試験の流れ

(1)　治具設計

治具を設計する際の注意事項は以下である。（本文 4 項も参照のこと）

① フォースセンサが Load 系の重心に対して対称になるよう配置する。
② フォースセンサの個数が多くなると計測レンジの余裕が増えるが、治具組付け時の作業が増える。よって、上記①も考慮して個数を決定する。
③ フォースセンサの X,Y,Z の各軸方向が加振軸と揃うように配置する。
④ 治具単体の共振周波数を高くするため、剛性をなるべく高くする。
⑤ S/N 比を大きくするため、質量をなるべく小さくする。
⑥ 水平加振時に供試体の転倒モーメントに起因する、フォースセンサ単体のクロストーク成分の出力に注意する。4.1.1 項(7)を参考のこと。

以上から、本試験で使用する治具は図 F2.1.1-2 とした。材質はアルミニウム合金（A5000 系）であり、供試体側治具の厚みは 40mm、設備側治具の厚みは 100mm である。供試体には 3 つの I/F 部があり、それぞれに対して 2 個、合計 6 個のフォースセンサを配置した。



(a)側面図　　　　(b)上面図

図 F2.1.1-2　治具

(2) フォースセンサ計測レンジ確認

フォースセンサの計測レンジの余裕を 4.1 項に示す方法で見積もった。Load 系 Y 方向 1 次共振点（表 F1.2.3-1 より 69.82Hz）でフォースセンサに発生する最大の力 $F_{\max}$[N]は式(F2.1.1-1)で表わされる。ここで、M_{L} は Load 系剛質量[kg]、Q_{L} は Load 系共振点の Q 値[-]、M_{JIG} はフォースセンサ上部に設置した治具の剛質量[kg]、A_{Spec} は共振点の加速度スペック[m/s²]である。

$$\begin{aligned} F_{\max} &= (M_{\mathrm{L}}\times Q_{\mathrm{L}} + M_{\mathrm{JIG}})\times A_{Spec} \\ &= (48.1\times 20 + 9.1)\times(1.5\times 9.8) \\ &= 14275 \end{aligned} \qquad \text{(F2.1.1-1)}$$

今回用いたフォースセンサの計測レンジは、1 個あたり最大 10 kN であり、これを 6 個（最大 60 kN）用いるため十分な余裕がある。

(3) 計測・制御系準備

図 F2.1.1-3 に示すように各センサを接続した。フォースリミット振動試験では I/F フォースの合算値を制御するため、各フォースセンサからの出力を合算する機器が必要となる。本試験では電荷出力型のセンサを用いたので電荷合算器（Charge Summing Box）を用いた（電圧出力型センサを用いる場合は電圧合算器（Summing Amplifer）を使用する）。

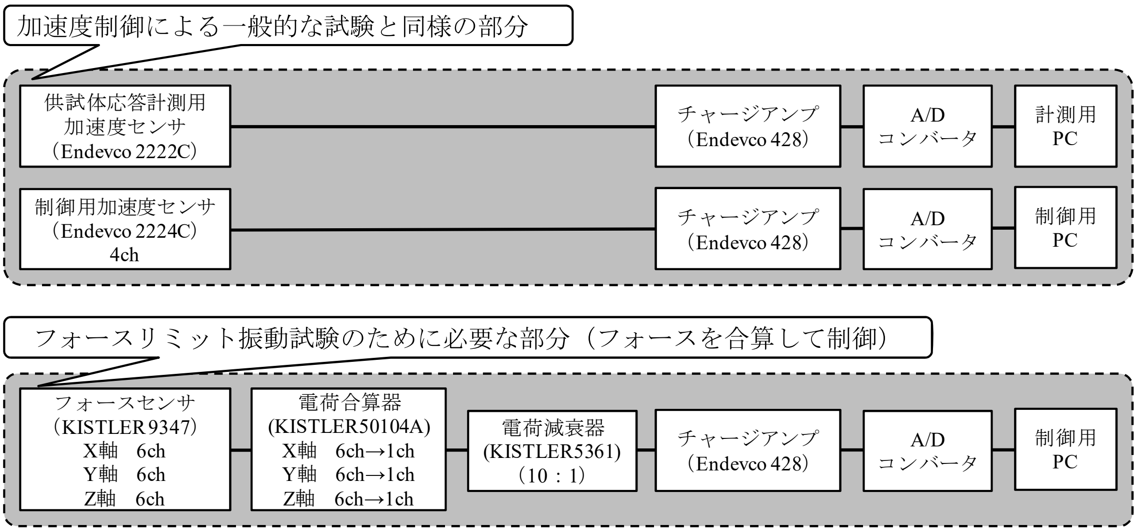


図 F2.1.1-3　センサ接続図

合算されたセンサの感度 S_{sum} [pC/N]は各センサの感度 S_{Fi} の平均である。Y 軸の計算例を式(F2.1.1-2)に示す。

$$S_{sum} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\{S_{Fi}\}}{N} = \frac{S_{F1} + S_{F2} + \cdots + S_{F6}}{6} = 7.9 \qquad \text{(F2.1.1-2)}$$

また、合算された電荷の最大値C_{max}を計算し、チャージアンプの入力最大電荷を超えないか確認した。Y 軸の例を式(F2.1.1-3)に示す。

$$C_{max} = S_{sum} \times F_{max} = 7.9 \times 14275 = 112773 \qquad \text{(F2.1.1-3)}$$

チャージアンプの入力最大電荷が 110000pC であったため、電荷減衰器（Charge Attenuator）が必要である。本試験では、一般的に入手可能な 10：1 の電荷減衰器を用いた。

(4) 治具加振

治具単体で加振を行い、供試体に有害な共振がないか確認する。動質量を取得し、治具質量によって発生するフォースを計測し、**(6)**に示す方法でリミット条件の補正を行う。

(5) Load 系低レベル加振

本試験では、リミット対象モードが他の振動モードと比べて卓越しているため、Load 系の低レベルリミットなし加振で動質量を計測し、動質量から Q 値及び有効質量を求める。求めた値と計算に用いた値が異なる場合は、**(6)**に示す方法でリミット条件を補正する場合がある。

図 F2.1.1-4 の例について計算する。Q 値 Q_L の計算には半値幅法を用いる。共振点（周波数 f_r [Hz]）での動質量について、ピーク値の-3dB の値になる周波数を高周波数側から f_1、f_2 とすると、Q 値は式(F2.1.1-4)で表わされる。

$$Q_L = \frac{f_r}{f_1 - f_2} = \frac{67.5}{68.2 - 66.0} = 30.7 \tag{F2.1.1-4}$$

また、ミッションサブシステム MTM の Y 方向 1 次について、有効質量は Appendix A.1.2 項に示す式（A1.2-3）を用いて以下のように計算される。

$$m_{ek} = \frac{\underline{M_k} - M_L - M_{JIG} + \sum_{n=1}^{k-1}(m_{en})}{Q_L} = \frac{674.6 - 48.1 - 9.1 + 0}{30.7} = 20.1 \tag{F2.1.1-5}$$

ここで、m_{ek} はk 次モードの有効質量[kg]、$\underline{M_k}$ は k 次モードの動質量[kg]、M_L は供試体の剛質量[kg]、M_{JIG} は治具の剛質量[kg]、$\sum_{n=1}^{k-1}(m_{en})$ は$k-1$ 次モードまでの有効質量の和[kg]である。

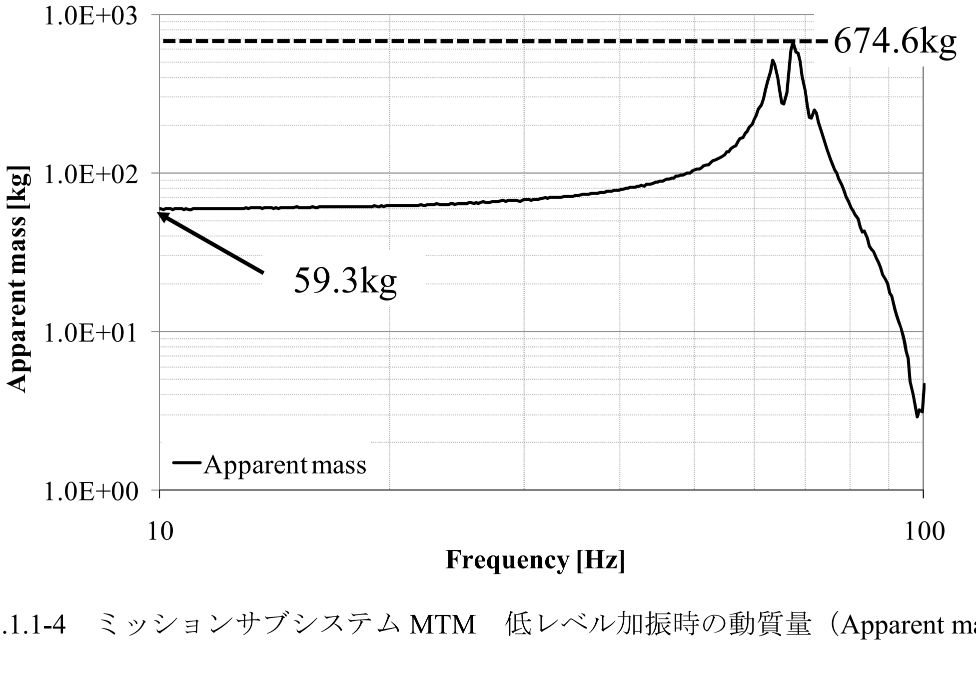


図 F2.1.1-4　ミッションサブシステム MTM　低レベル加振時の動質量（Apparent mass）

(6) フォースリミット条件の補正

試験時の負荷不足（アンダーテスティング）を回避するため、治具の影響を考慮したフォースリミット条件 $F_{specOffset}$ [N]の計算例を以下に示す。（4.1.5 項参照）

$$F_{specOffset} = F_{spec} \times \frac{\underline{M}_L + \underline{M}_{JIG}}{\underline{M}_L}$$

$$\simeq F_{spec} \times \frac{\underline{M}_{Low}}{\underline{M}_{Low} - M_{JIG}} \tag{F2.1.1-6}$$

$$= 6589 \times \frac{674.6}{674.6 - 9.1}$$

$$= 6679$$

ここで、F_{spec} は F.1.3.2 項で求めた複雑 2 自由度法のフォースリミット条件[N]、$\underline{M}_L$ は Load 系の動質量[kg]、$\underline{M}_{JIG}$ は治具の動質量[kg]、$\underline{M}_{Low}$ は Load 系低レベル加振時の動質量の最大値[kg]、M_{JIG} は治具の剛質量[kg]である。

また、低レベル加振時の動質量を用いて求めた Q 値及び有効質量を用いて単純 2 自由度法及び複雑 2 自由度法のリミット条件を再計算しリミット条件を見直すことが望ましい。単純 2 自由度法の見直し条件は図 F2.1.1-5 に示す。

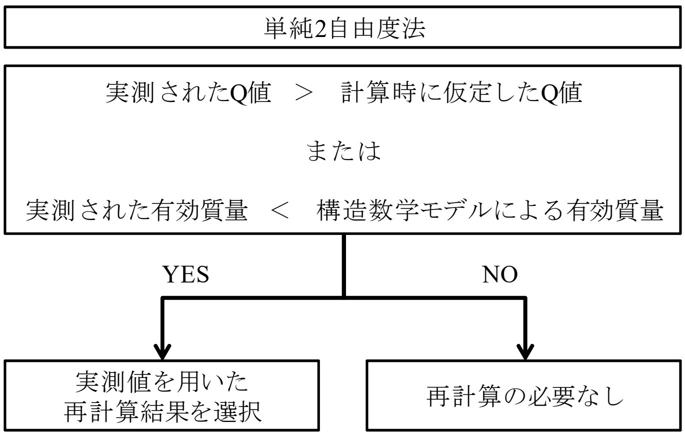


図 F2.1.1-5　動質量を用いて求めた Q 値及び有効質量による補正の方針

(7) 予備加振及び本加振

フルレベルの本加振を行う前に予備加振（1/2 フルレベル加振等）を行い、設備の制御性や供試体の非線形性を確認する。予備加振時もリミット値を設定して過負荷を避ける。

(8) フォースセンサの健全性確認

4.1.4 項に示すフォースセンサの健全性確認について一例を示す。加振毎にこの方法で簡易確認を行った。低周波数領域の動質量 $\underline{M}(0)$（フォース合算値／制御加速度）が Load 系及びフォースセンサ上部に設置した治具の剛質量（$M_L + M_{JIG}$）とほぼ同等であれば、フォースセンサは健全であると確認できる。図 F2.1.1-4 の例では

$$\begin{gathered} \underline{M}(0) = 59.3 \\ M_L + M_{JIG} = 48.1 + 9.1 = 57.2 \\ \underline{M}(0) \simeq M_L + M_{JIG} \end{gathered} \tag{F2.1.1-7}$$

となり健全性が確認できた。ただし、この方法は Load 系の共振周波数が低い場合は注意が必要である。詳細は本文 4.1.4 項を参照のこと。

F.2.1.2　加振制御性の確認加振結果

加振制御性を確認するためフォースリミット振動試験を実施した。この試験の加速度スペック（表 F2.1.2-1）及びフォースリミット条件（F2.1.2-2）は F.1 項に示す条件と異なる。

図 F2.1.2-1 にセンサ配置図、図 F2.1.2-2(a)に I/F 加速度、(b)に I/F フォースをそれぞれ示す。本試験ではオートノッチングのみを行っている。オートノッチングは有効に働き、±3dB 以内に制御することができ、加速度センサを用いたリミット制御と同等であることが確認できた。

表 F2.1.2-1　加速度スペック

周波数 [Hz]	加速度
5-16.1	12.0　dB/Oct
16.1-50	6.60　×9.8 m/s^2
50-65	-34.0　dB/Oct
65-100	1.50　×9.8 m/s^2
掃引速度	2　oct/min (UP 掃引)

表 F2.1.2-2　フォースリミット条件

周波数 [Hz]	フォース リミット条件
5-50	3600　N
50-60	-30.0　dB/Oct
60-100	1450　N

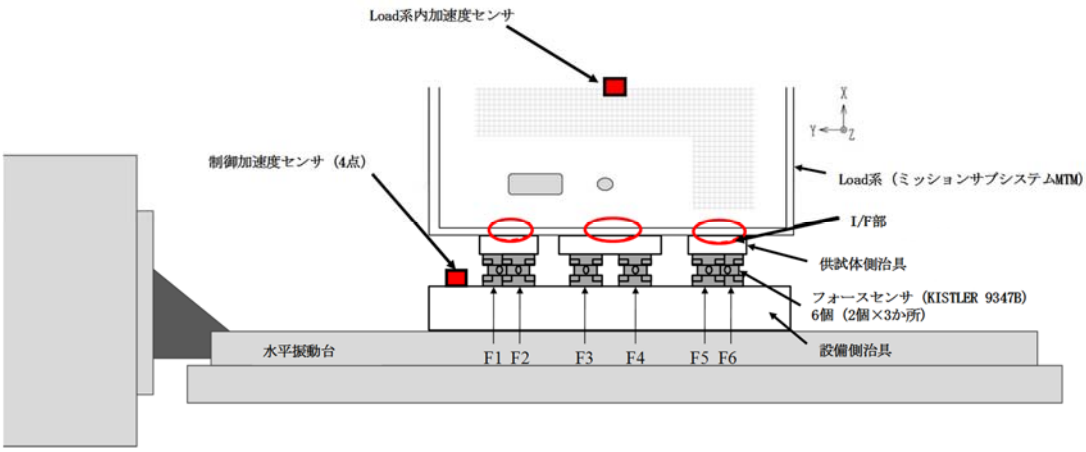
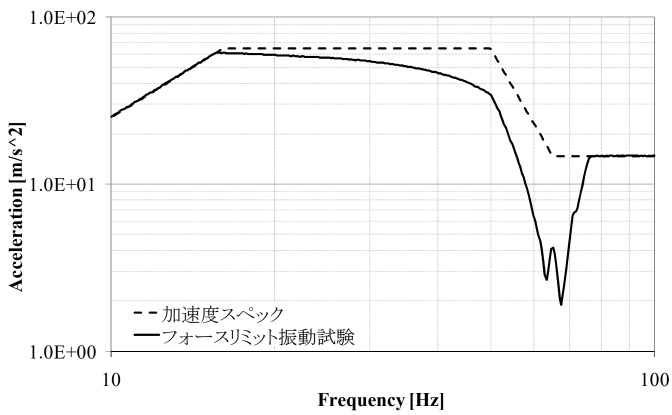
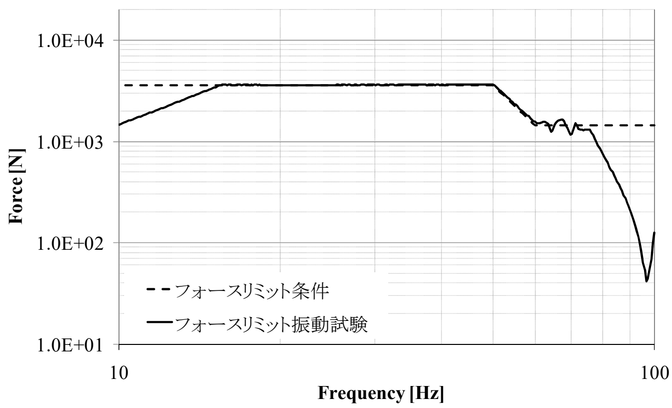


図 F2.1.2-1　センサ配置図



(a)　I/F 加速度



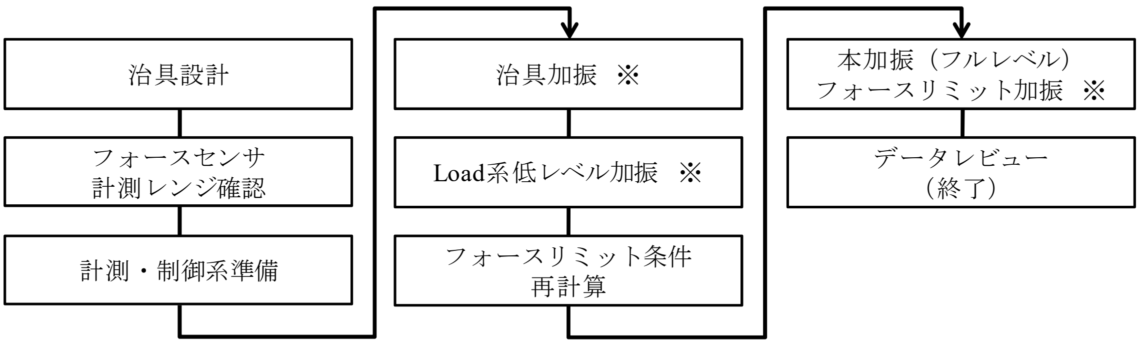
(b)　I/F フォース

図 F2.1.2-2　加振結果

F.2.2　モーメンタムホイールの例（ランダム振動試験）

F.2.2.1　試験の流れと注意事項

MW MTM を用いたフォースリミットランダム振動試験の流れを図 F2.2.1-1 に示す。



※　各加振の後に(8)に示すフォースセンサの健全性確認を行う。

図 F2.2.1-1　フォースリミットランダム振動試験の流れ

(1) 治具設計

治具設計の指針は F.2.1.1 項(1)と同様である。本試験では図 F2.2.1-2 に示す治具を用いた。この詳細は E.3.3 項に示す。供試体には 4 つの I/F 部があり、8 個のフォースセンサ用いた。

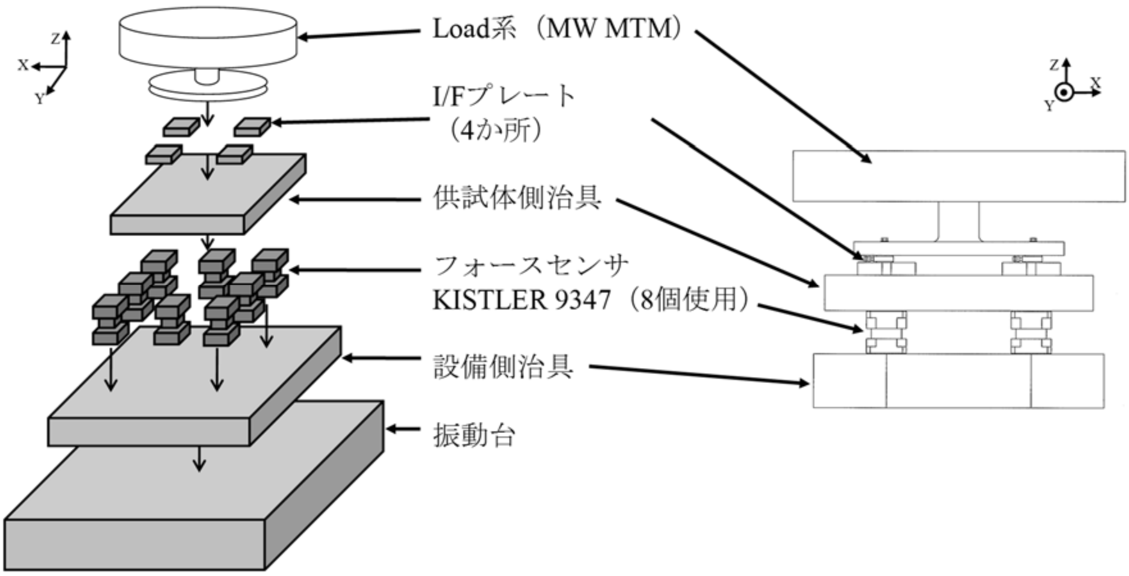


図 F2.2.1-2　治具

(2) フォースセンサ計測レンジ確認

フォースセンサの計測レンジの余裕を 4.1 項に示す方法で見積もった。Load 系 Z 方向 1 次共振点（表 F1.2.3-3 より 247.32Hz）でフォースセンサに発生する最大の力 $F_{\max}$ [N]は式(F2.2.1-1)で表わされる。ここで、M_{L} は Load 系剛質量[kg]、Q_{L} は Load 系共振点の Q 値[-]、M_{JIG} はフォースセンサ上部に設置した治具の剛質量[kg]、$A_{PSDspec}$ は共振点の加速度スペック[(m/s^2)^2/Hz] 、A_{RMS} は加速度スペックの実行値[m/s^2 rms]である。

$$F_{\max} \simeq 3\left(M_L\times\sqrt{\frac{\pi\times f_n\times Q_L\times A_{PSDspec}}{2}}+M_{JIG}\times A_{RMS}\right)$$
$$= 3\left(35.8\times\sqrt{\frac{\pi\times 247.3\times 36.5\times 2.62}{2}}+13.1\times 91.67\right) \qquad \text{(F2.2.1-1)}$$
$$= 24303$$

今回用いたフォースセンサの計測レンジは、1 個あたり最大 20 kN であり、これを 8 個（最大 160 kN）用いるため十分な余裕があると判断できる。

(3) 計測・制御系準備

計測・制御系については F.2.1.1 項(3)と同様である。

(4) 治具加振

治具加振については F.2.1.1 項(4)と同様である。

(5) Load 系低レベル加振

リミット対象モードが他の振動モードと比べて卓越しているため、F.2.1.1 項(5)に示す方法と同様に Q 値と有効質量を求める。図 F2.2.1-3 の例について計算すると Q 値は、

$$Q_L=\frac{f_r}{f_1-f_2}=\frac{228.1}{231.3-225.0} = 36.5 \qquad \text{(F2.2.1-2)}$$

となり、MW MTM の Z 方向 1 次について、有効質量は、

$$m_{ek}=\frac{\underline{M}_{\mathrm{k}}-M_L-M_{JIG}+\sum_{n=1}^{k-1}(m_{en})}{Q_L} = \frac{1314-35.8-13.1+0}{36.5} = 34.7 \qquad \text{(F2.2.1-3)}$$

となる。ここで、Q_L は Load 系の Q 値、f_r は共振周波数[Hz]、）f_1、f_2 は動質量が共振点ピーク値の-3dB の値になる周波数[Hz]、m_{ek} はk 次モードの有効質量[kg]、$\underline{M}_{\mathrm{k}}$ は k 次モードの動質量[kg]、M_L は供試体の剛質量[kg]、M_{JIG} は治具の剛質量[kg]、$\sum_{n=1}^{k-1}(m_{en})$ は$k-$

1 次モードまでの有効質量の和[kg]である。

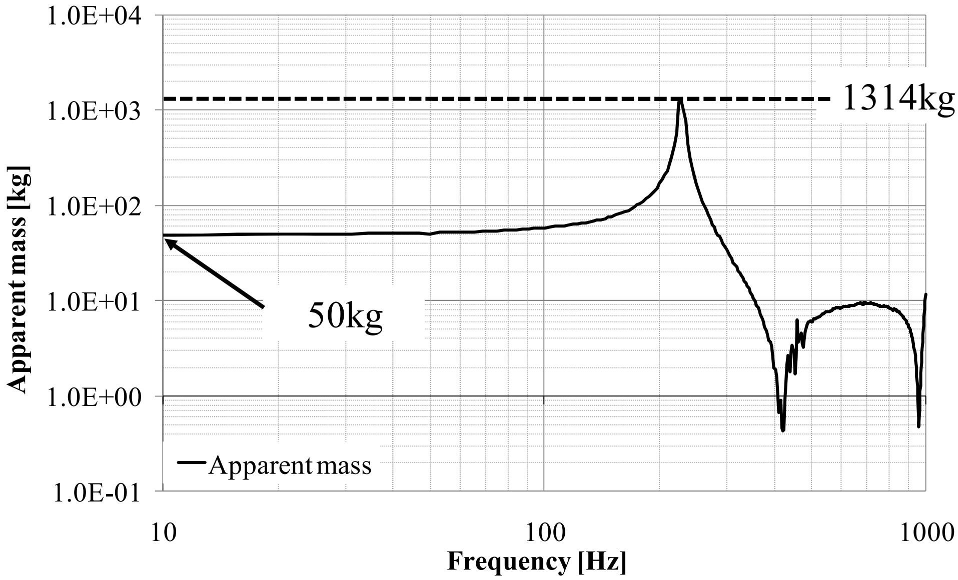


図 F2.2.1-3　MW MTM　低レベル加振時の動質量（Apparent mass）

(6) フォースリミット条件の補正

試験時の負荷不足（アンダーテスティング）を回避するため、治具の影響を考慮したフォースリミット条件 $F_{PSDspecOffset}$ [N^2/Hz]の計算例を以下に示す。（4.1.5 項参照）

$$F_{PSDspecOffset} = F_{PSDspec} \times \frac{\underline{M}_L + \underline{M}_{JIG}}{\underline{M}_L}$$

$$\simeq F_{spec} \times \frac{\underline{M}_{Low}}{\underline{M}_{Low} - M_{JIG}} \tag{F2.1.1-4}$$

$$= 37099 \times \frac{1314}{1314 - 13.1}$$

$$= 37473$$

ここで、$F_{PSDspec}$ は F.1.3.2 項で求めた複雑 2 自由度法のフォースリミット条件[N^2/Hz]、$\underline{M}_L$ は Load 系の動質量[kg]、$\underline{M}_{JIG}$ は治具の動質量[kg]、$\underline{M}_{Low}$ は Load 系低レベル加振時の動質量の最大値[kg]、M_{JIG} は治具の剛質量[kg]である。

また、低レベル加振時の動質量を用いて求めた Q 値及び有効質量を用いて単純 2 自由度法及び複雑 2 自由度法のリミット条件を再計算しリミット条件を見直すことが望ましい。単純 2 自由度法の見直し条件は図 F2.1.1-5 に示す。

(7) 本加振

ランダム振動試験の場合は、本加振中にいくつかの段階（-12dB、-6dB、-3dB 等）を経て加振を行う。各段階で供試体の応答やリミット制御性を確認した後、フルレベル加振を行う。

(8) フォースセンサの健全性確認

低周波数領域の動質量 $\underline{M}(0)$ が Load 系及びフォースセンサ上部に設置した治具の剛質量$(M_L + M_{JIG})$とほぼ同等であれば、フォースセンサは健全であると確認できる。図 F2.2.1-4 の例では、

$$\underline{M}(0) = \sqrt{\frac{F_{IF}}{A_{CTRL}}} \simeq 50$$

$$M_L + M_{JIG} = 35.8 + 13.1 = 48.9 \qquad \text{(F2.2.1-5)}$$

$$\underline{M}(0) \simeq M_L + M_{JIG}$$

となり健全性が確認できた。ここで、F_{IF} はI/F フォース合算値[N^2/Hz]、A_{CTRL} は制御加速度[$(m/s^2)^2$/Hz]である。ただし、この方法はLoad 系の共振周波数が低い場合は注意が必要である。詳細は本文 4.1.4 項を参照のこと。

F.2.2.2　加振制御性の確認加振結果

加振制御性を確認するためフォースリミット振動試験を実施した。この試験の加速度スペック（表 F2.2.2-1）及びフォースリミット条件（F2.2.2-2）は F.1 項に示す条件と異なる。

図 F2.2.2-1 にセンサ配置図、図 F2.2.2-2(a)に I/F 加速度、(b)に I/F フォースをそれぞれ示す。本試験ではオートノッチングのみを行っている。オートノッチングは有効に働き、±3dB 以内に制御することができ、加速度センサを用いたリミット制御と同等であることが確認できた。

表 F2.2.2-1　加速度スペック

周波数 [Hz]	加速度
20-280	2.30　dB/Oct
280-400	2.88　$(m/s^2)^2$/Hz
400-600	8.94　dB/Oct
600-1000	9.60　$(m/s^2)^2$/Hz
実効値	76.15　m/s^2 rms

表 F2.2.2-2　フォースリミット条件

周波数 [Hz]	フォース リミット条件
20-400	20000　N^2/Hz

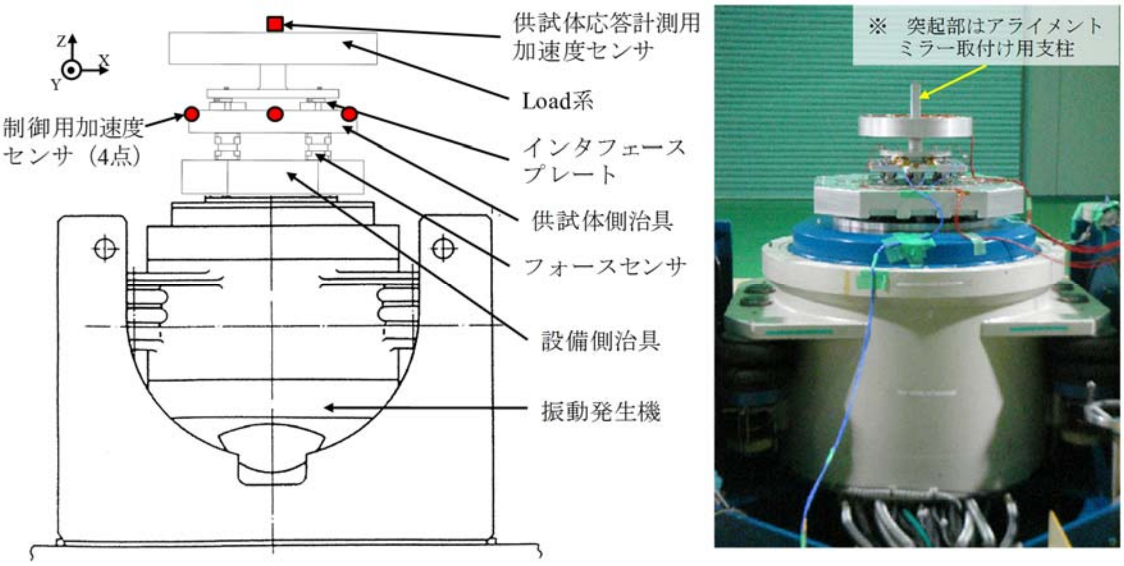
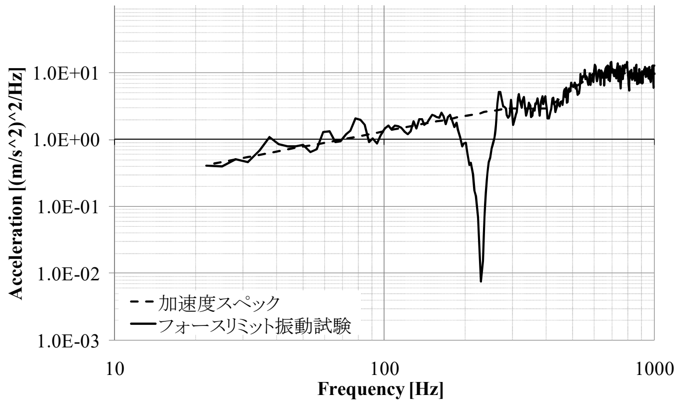
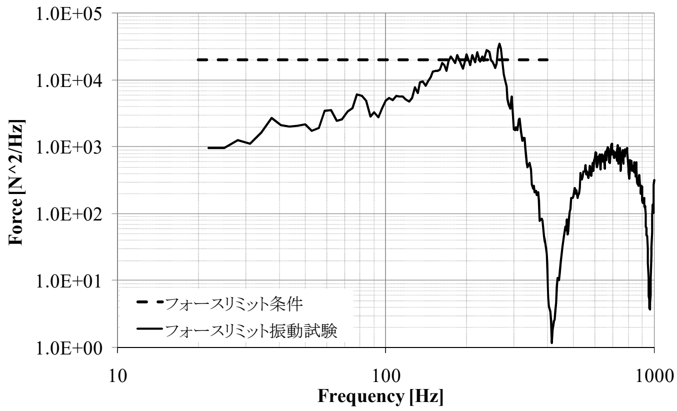


図 F2.2.2-1　センサ配置図



(a)　I/F 加速度



(b)　I/F フォース

図 F2.2.2-2　加振結果

F.3　開発への適用例

本項では、ランダム振動試験において複雑 2 自由度法によるフォースリミット法を適用した実例を紹介する。

供試体は、ある地球観測衛星に搭載される光学センサの構造モデルである（以降、Load 系と称する）。本供試体は、ノッチングを行わないランダム振動試験において、設計荷重を超える過負荷によって破損が発生したため、この過負荷を回避するためにフォースリミット法の適用検討が行われた。

始めに、Load 系および Source 系の剛質量比を使った単純 2 自由度法によるフォースリミット条件の検討が行われたが、本手法によるフォースリミット条件では供試体への過負荷を回避できない可能性があった。そのため、Load 系および Source 系の I/F 部剛固定時における衛星システムの固有値解析、ならびに Load 系の低レベル加振による動質量計測を行い、Load 系および Source 系それぞれの Q 値、有効質量および剰余質量を見積もることで、複雑 2 自由度法によるフォースリミット条件の検討およびランダム振動試験が行われた。本供試体はその後、衛星システムに搭載され、衛星システムとしての音響試験が行われた。この際、音響試験時の Load 系搭載 I/F 部のフォースを間接的に見積もることで、複雑 2 自由度法によるフォースリミット条件の妥当性が確認された。

本項では、F.3.1 項においてフォースリミット条件の算出に必要な Load 系および Source 系の質量に関する情報を、F.3.2 項では単純 2 自由度法および複雑 2 自由度法によるフォースリミット条件の計算結果を、F.3.3 項ではランダム振動試験の実施結果を、F.3.4 項では音響試験結果によるフォースリミット条件の妥当性評価結果をそれぞれ示す。

F.3.1　Load 系および Source 系の質量情報

本項では、Load 系および Source 系の剛質量と、Load 系および Source 系の I/F 部剛固定時における各々の有効質量および剰余質量とその算出方法について示す。なお各質量は、Load 系の剛質量が 1 kg になるように正規化を行っている。

F.3.1.1　Load 系の質量情報

Load 系の剛質量は前述の通り、1 kg に正規化している。

Load 系の Q 値および有効質量は、事前に Load 系の低レベル加振を行い、その際の I/F フォースと I/F 加速度（制御加速度）から算出した動質量を、式(A1.2-1)によって主要なモードをフィッティングすることにより算出した。図 F3.1.1-1 に動質量のフィッティング結果を、表 F3.1.1-1 に主要なモードの Q 値、有効質量および剰余質量を示す。このうち、有効質量の大きい 1 次、5 次および 6 次のモードをリミット対象モードとした。なお低レベル加振時に取得した I/F フォースには、Load 系のほかに治具の成分を含んでいるため、式(A1.2-1)による動質量のフィッティングの際は、剛質量として Load 系の剛質量に治具の剛質量 0.52kg を加えて計算した。

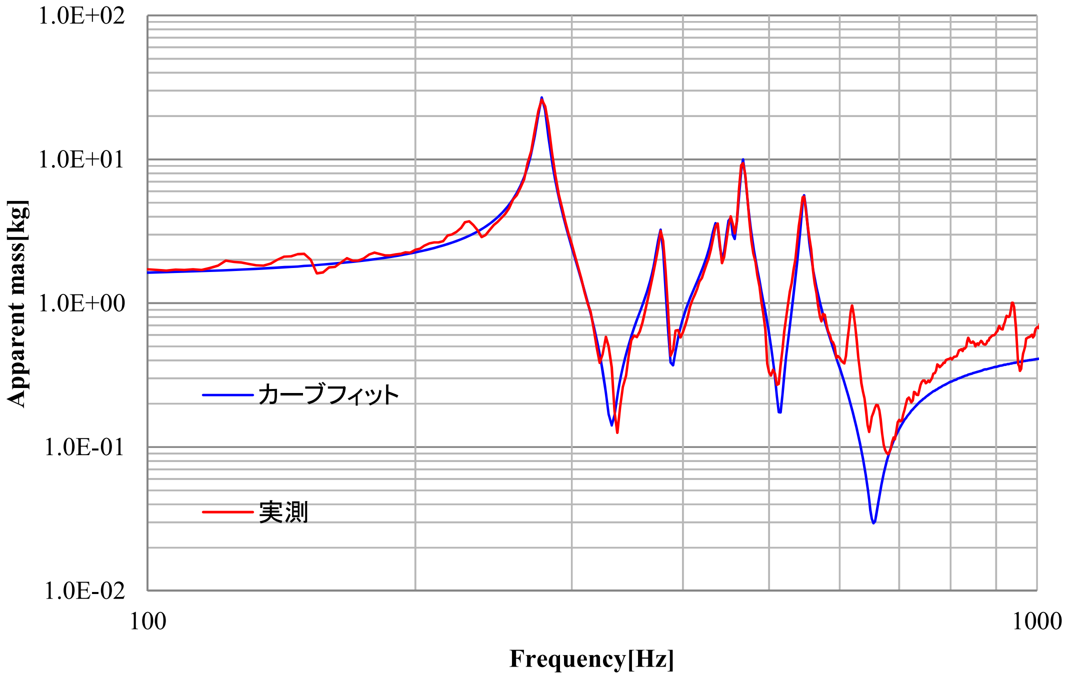


図 F3.1.1-1　動質量のフィッティング

表 F3.1.1-1　Load 系の Q 値、有効質量および剰余質量

モード	共振周波数[Hz]	Q 値	有効質量[kg]	剰余質量[kg]
1※	278	45	0.6	0.4
2	378	60	0.05	0.35
3	437.5	55	0.045	0.305
4	452.5	60	0.045	0.26
5※	467	70	0.14	0.12
6※	547	70	0.08	0.04

※Load 系のリミット対象モード

F.3.1.2　Source 系の質量情報

Source 系の剛質量は、衛星システムの質量から Load 系の質量を減じた 24 kg である。

Source 系の有効質量および剰余質量は、Load 系の取り付け部を 6 自由度固定した衛星システムの固有値解析結果に基づく。Load 系の共振周波数と近い主要な Source 系のモードにおける有効質量と剰余質量を表 F3.1.2-1 に示す。

表 F3.1.2-1　Source 系の有効質量および剰余質量

モード	周波数	有効質量[kg]	剰余質量[kg]
1	2.8	11.712	12.288
2	3.8	5.088	7.2
3	28.2	0.072	7.128
4	28.7	0.24	6.888
5	67.4	0.096	6.792
・・・	・・・	・・・	・・・
75	231	0.024	1.728
98	275.9	0.048	1.68
100	282.3	0.024	1.656
101	284.4	0.024	1.632
105	292.1	0.024	1.608
107	297.6	0.048	1.56
109	302.3	0.024	1.536
111	307.6	0.072	1.464
113	318.1	0.024	1.44
116	321.3	0.024	1.416
144	372.2	0.024	1.368
151	385.7	0.024	1.344
156	401	0.024	1.32
165	426.9	0.024	1.296
166	428.8	0.024	1.272
168	432.9	0.024	1.248
169	436.4	0.072	1.176
170	437.6	0.024	1.152
171	439.2	0.024	1.128
175	448.9	0.024	1.104
179	461.4	0.024	1.08
180	463.1	0.024	1.056
182	469.8	0.024	1.032

F.3.2　フォースリミット条件

表 F3.2-1 に単純 2 自由度法および複雑 2 自由度法によるフォースリミット条件の計算結果および過負荷の低減量を示す。各手法によるリミット条件の算出方法については、F.3.2.1 および F.3.2.2 項に示す。

表 F3.2-1　フォースリミット条件の比較（過負荷低減および C 換算値）

		単純 2 自由度法 （F.3.1.1 項）	複雑2自由度法 （F.3.1.2 項）	リミットなし試験 （低レベル加振結果から計算）
1 次	動質量[kg]	5.27	3.93	26.0
	過負荷の低減量[dB]	13.9	16.4	-
	C 換算値[-]	5.27	3.93	26.0
5 次	動質量[kg]	5.27	2.63	9.4
	過負荷の低減量[dB]	5.0	11.1	-
	C 換算値[-]	8.89	4.43	15.9
6 次	動質量[kg]	5.27	1.51	5.5
	過負荷の低減量[dB]	0.4	11.2	-
	C 換算値[-]	10.4	2.98	10.9

F.3.2.1　単純 2 自由度法

Load 系および Source 系の剛質量比を用いた単純 2 自由度法によるフォースリミット条件の計算を行う。計算に必要なパラメータは以下となる。

$$M_L = 1 \quad M_S = 24 \quad Q_L = 20 \tag{F3.2.1-1}$$

M_L は Load 系の剛質量[kg]、M_S は Source 系の剛質量[kg]、Q_L は Load 系の Q 値で、ここでは Q 値を 20 と仮定した。各パラメータを基に、C.2 項に示す方法を用いて計算を行った結果、最大正規化リミット条件 F_{norm} は 5.274 となった。このとき、動質量は次の通りに計算される。

$$\underline{M} = \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}} = M_L \times F_{norm} = 5.274 \tag{F3.2.1-2}$$

F.3.2.2　複雑 2 自由度法

Load 系の有効質量および剰余質量は、F.3.1.1 項で示した低レベル加振における動質量のフィッティングにより算出した値とした。

Source 系の有効質量および剰余質量の設定にあたっては、衛星システムの解析モデルが未検証であったため、アンダーテスティングになることを回避するために、以下に示す条件を課した。

- Source 系の有効質量および剰余質量は、リミット対象の Load 系の共振周波数に対して±20%の周波数領域における値のうち、最も最大正規化リミット条件 F_{norm} が大きく計算される値を採用する。
- 5 次および 6 次のリミット対象モードについては、最大正規化リミット条件 F_{norm} に 4dB のマージンを追加する。

Q 値に関しては Load 系、Source 系ともに 20 を採用した。

C.1 項に示す複雑 2 自由度法により計算した最大正規化リミット条件 F_{norm} およびその計算に採用した各種パラメータ、ならびに上記のマージンを追加した最大正規化リミット条件を表 F3.2.2-1 に示す。

表 F3.2.2-1　複雑 2 自由度によるリミット条件の算出結果

	1 次	5 次	6 次
共振周波数[Hz]	278	467	547
Load 系有効質量[kg]	0.6	0.14	0.08
Load 系剰余質量[kg]	0.4	0.12	0.04
Load 系 Q 値	20	20	20
Source 系有効質量[kg]	0.024	0.024	0.024
Source 系剰余質量[kg]	1.752	1.416	1.032
Source 系 Q 値	20	20	20
最大正規化リミット条件 （マージンなし）	9.83	13.8	23.9
マージン[dB]	0	4	4
最大正規化リミット条件 （マージン込み）	9.83	21.9	37.8

各リミット対象モードにおける動質量は次の通りに計算される。

1 次

$$\underline{M} = \sqrt{\frac{F_{PSDspec}}{A_{PSDspec}}}$$

$$= m_{rL} \times F_{norm}$$

$$= 0.4 \times 9.83$$

$$= 3.93 \qquad \text{(F3.2.2-1)}$$

5 次

$$\underline{M} = 0.12 \times 21.9$$

$$= 2.63$$

6 次

$$\underline{M} = 0.04 \times 37.8$$

$$= 1.51$$

F.3.3　ランダム振動試験の実施結果

フォースリミットランダム振動試験の流れを図 F3.3-1 に示す。

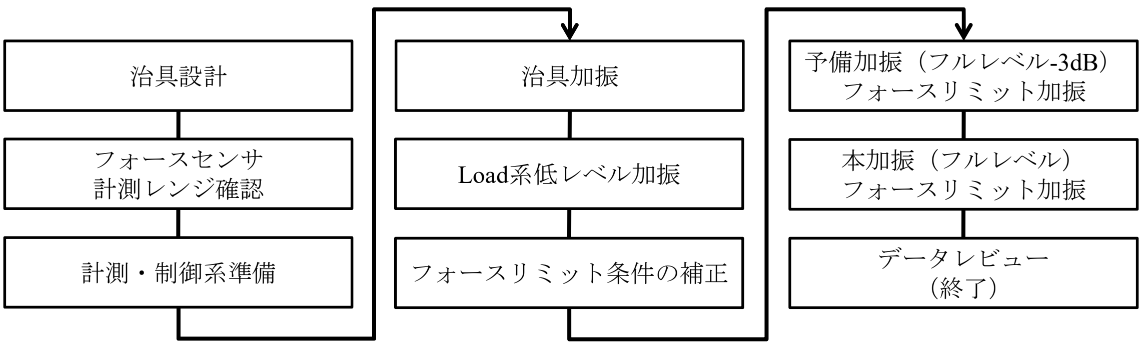


図 F3.3-1　フォースリミットランダム振動試験の流れ

各タスクにおける加振レベルは下記の通りである。

低レベル加振：0.768 $(m/s^2)^2/Hz$　周波数 20～2000Hz

予備加振：本加振条件の-3dB

本加振：表 F3.3-1 に示す条件

表 F3.3-1　本加振の条件

周波数 [Hz]			PSD $[m^2/s^4/Hz]$
20	～	70	+6dB/oct
70	～	270	21.3
270	～	400	-6dB/oct
400	～	1000	9.8
1000	～	2000	-8dB/oct
Over all			128 $[m/s^2$ rms]

各タスクの実施結果は下記の通りである。なお治具設計から治具加振に関する事項については F.2 項と同様であるため割愛する。

(1) Load 系低レベル加振

Load 系低レベル加振を行い、動質量の取得を行った。事前に Load 系の有効質量及び Q 値の取得を目的とした Load 系低レベル加振を行っていたので、両加振における動質量を比較し、有意な差がないことを確認した。

(2) フォースリミット条件の補正

試験時の負荷不足（アンダーテスティング）を回避するため、治具の影響を考慮したフォースリミット条件 $F_{specOffset}$ [N]の計算を以下に示す。（4.1.5 項参照）

1次
$$\frac{F_{specOffset}}{A_{PSDspec}} = \frac{F_{spec}}{A_{PSDspec}} \times \left(\frac{\underline{M_L} + \underline{M_{JIG}}}{\underline{M_L}}\right)^2$$

$$\simeq (m_{rL} \times F_{norm})^2 \times \left(\frac{\underline{M_{Low}}}{\underline{M_{Low}} - M_{JIG}}\right)^2$$

$$= (0.4\times9.83)^2 \times \left(\frac{26}{26-0.52}\right)^2$$

$$= 16.1 \qquad \text{(F3.3-1)}$$

5次
$$\frac{F_{specOffset}}{A_{PSDspec}} \simeq (0.12\times21.93)^2 \times \left(\frac{9.4}{9.4-0.52}\right)^2$$

$$= 7.76$$

6次
$$\frac{F_{specOffset}}{A_{PSDspec}} \simeq (0.04\times37.8)^2 \times \left(\frac{5.5}{5.5-0.52}\right)^2$$

$$= 2.79$$

ここで、F_{norm} は表 F3.2.2-1 で示したマージン込みの最大正規化リミット条件、$\underline{M_L}$ は Load 系の動質量[kg]、$\underline{M_{JIG}}$ は治具の動質量[kg]、$\underline{M_{Low}}$ は Load 系低レベル加振時の動質量の最大値[kg]、M_{JIG} は治具の剛質量[kg]である。

治具の影響を考慮した動質量$\underline{M_{Offset}}$は下記の通りに計算される。

1次
$$\underline{M_{Offset}} = \sqrt{\frac{F_{specOffset}}{A_{PSDspec}}}$$

$$= 4.01 \qquad \text{(F3.3-2)}$$

5次 $\underline{M_{Offset}} = 2.79$

6次 $\underline{M_{Offset}} = 1.67$

(3) 予備加振

設定したリミットが適切にかかること、ならびに加振レベルの上昇に伴う減衰及び共振周波数の変動などの供試体の非線形性を確認することを目的に、本加振の加速度スペックよりも 3dB 低いレベルでの予備加振を行った。図 F3.3-2 に低レベル加振と予備加振における動質量の比較結果を示す。また表 F3.3-1 に、予備加振時の動質量を式(A1.2-1)によりフィッティングすることで算出した Load 系の主要なモードにおける Q 値、有効質量および剰余質量を示す。図および表に示す通り、供試体の非線形性によるリミット対象モードの共振周波数や Q 値の大きな変化はなかったため、フォースリミット条件の再検討は必要ないと判断された。

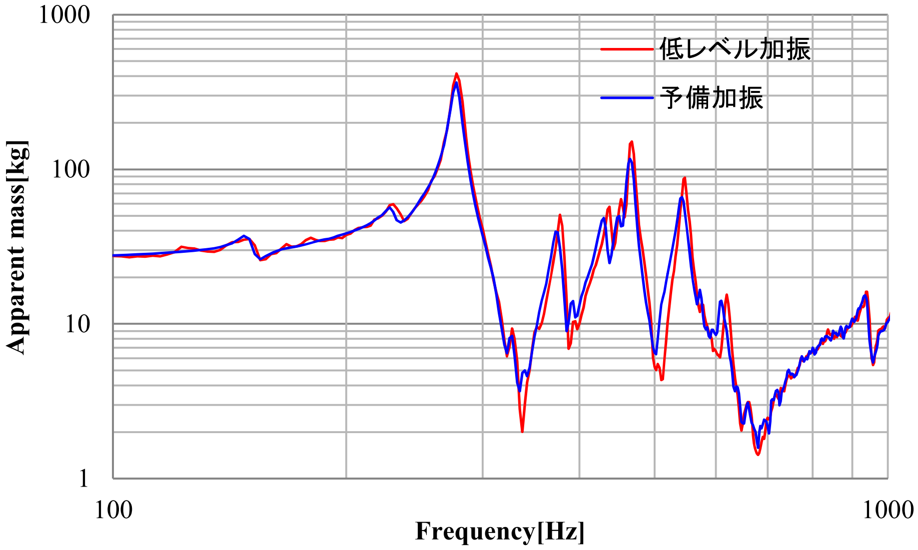


図 F3.3-2　低レベル加振および予備加振における動質量の比較

表 F3.3-2　Load 系の Q 値、有効質量および剰余質量

モード	共振周波数[Hz]	Q 値	有効質量[kg]	剰余質量[kg]
1※	278	38	9.6	6.4
2	375	50	0.8	5.6
3	430	50	0.72	4.88
4	450	45	0.72	4.16
5※	465	50	2.24	1.92
6※	547	70	0.08	0.04

※Load 系のリミット対象モード

(4) 本加振

式(F3.3-1)、(F3.3-2)にて設定したリミット条件に対して、供試体の強度に余裕があったため、必要以上のリミットによるアンダーテスティングを避けるために、本加振においてはリミット条件を引き上げを行った。表 F3.3-2 に本加振におけるリミット条件の設定値を示す。

表 F3.3-3　本加振におけるリミット条件の設定値

	1 次	5 次	6 次
$\frac{F_{specOffset}}{A_{PSDspec}}$	23.1	7.97	5.18
M_{Offset}	4.8	2.82	2.28

上記のリミット条件により本加振は正常に終了し、供試体の破損も発生しなかった。本加振における動質量と、リミットを行わなかった場合の動質量を図 F3.3-3 に示す。リミットを行わなかった場合の動質量は、本加振における I/F フォースと制御加速度より算出している。

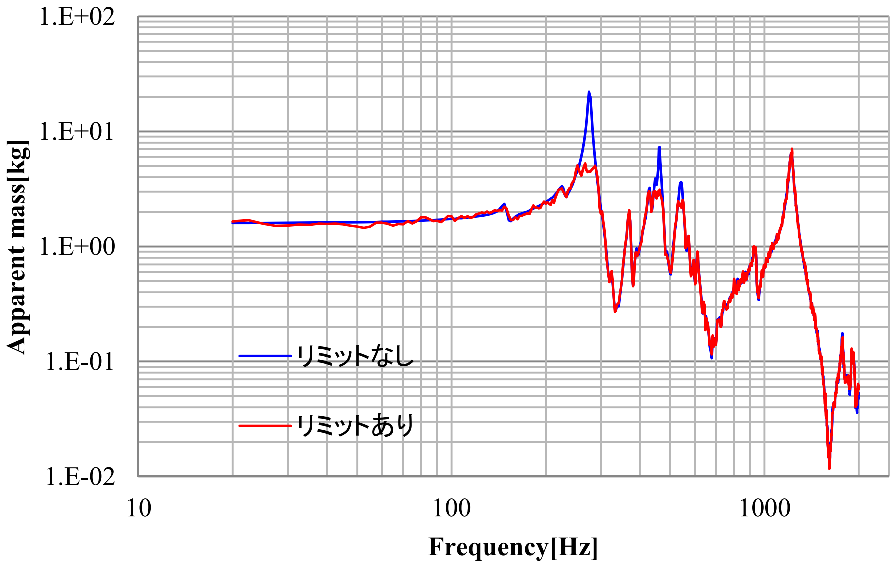


図 F3.3-3　本加振結果

F.3.4　音響試験におけるフォースリミット条件の妥当性評価

本節では、衛星システム音響試験における Load 系搭載部 I/F フォースを見積もることにより、F3.3 節のフォースリミット条件の妥当性を評価した結果を示す。

音響試験では I/F フォースの計測を行っていないため、I/F フォースを間接的に算出する必要がある。音響試験およびランダム振動試験において、Load 系の内部の加速度を計測している。この内部の加速度に対する I/F フォースの倍率が、音響試験とランダム振動試験で同じであると仮定し、音響試験における I/F フォース$F_{Acoustic}$を次の通りに見積もった。

$$F_{Acoustic} = \frac{(F_{vibration})_{envelope}}{(A_{vibration})_{envelope}} A_{Acoustic} \qquad \text{(F3.4-1)}$$

ここで、$F_{vibration}$ はランダム振動試験の低レベル加振における I/F フォース、$A_{vibration}$ はランダム振動試験の低レベル加振における Load 系内部の加速度、$A_{Acoustic}$ は音響試験における Load 系内部の加速度である。添え字の$envelope$は、各値の包絡値を意味する。

この音響試験における I/F フォースを、式(F3.4-2)により動質量の単位に変換し、ランダム振動試験時の動質量との比較を行う。

$$\underline{M}_{Acoustic} = \sqrt{\frac{F_{Acoustic}}{\left(A_{I/F\ \ vibration}\right)_{envelope}}} \qquad \text{(F3.4-2)}$$

ここで$\underline{M}_{Acoustic}$ は音響試験における Load 系の動質量、$\left(A_{I/F\ \ vibration}\right)_{envelope}$ は音響試験における Load 系搭載部の I/F 加速度の包絡値である。

式(F3.4-2)で計算された値とその最大値を、図 F3.3-3 のランダム振動試験における動質量と比較した結果を図 F3.4-1 に示す。ランダム振動試験においてフォースリミットを行った後の動質量は、いずれのリミット対象モードにおいても音響試験における動質量の最大値を上回っているため、F3.3 項のフォースリミット条件は妥当であったと評価できる。

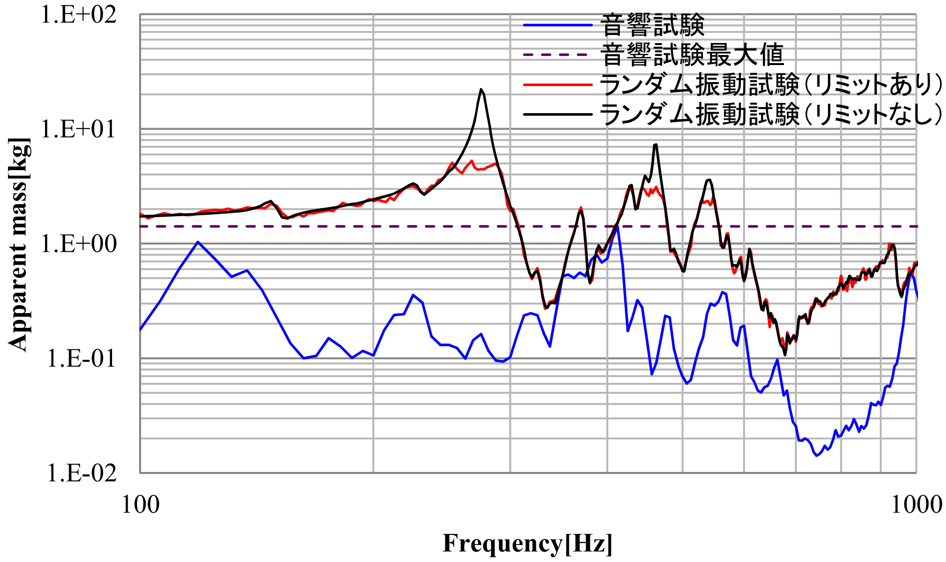


図 F3.4-1　音響試験およびランダム振動試験における動質量の比較結果

Appendix G 音響試験結果を用いた質量加速度曲線(A-MAC)

本項では、宇宙機の音響試験実績をもとに整理した宇宙機搭載機器の質量と加速度の関係を示す質量加速度曲線（A-MAC：Acoustic-Mass Acceleration Curve）の詳細な導出、及びそれを用いた機器の高周波荷重成分の算出方法、それを活用した QSL 条件によるフォースリミット条件の計算例について述べる。

G.1 音響試験結果に基づく機器取付け I/F 加速度応答実効値

筑波宇宙センター1600m3 音響試験設備で実施された宇宙機音響試験結果について、機器搭載パネル上コンポーネントの取付け I/F の加速度応答を元に A-MAC の整理を行った（有効データ数$N = 355$点）。まず、音響試験の結果はナローバンド（$\Delta f = 3.90625$Hz）で保存されており、この音響試験結果を式（G.1-1）にて H-IIA ロケットの受入試験レベル（フライト環境）に正規化する。

$$A_{PSD\_init} = A_{PSD\_test}\frac{P_{init}}{P_{test}} \tag{G.1-1}$$

ここで、A_{PSD_init} ：正規化搭載部加速度[m/s^2]

A_{PSD_test} ：試験時の計測搭載部加速度[m/s^2]

P_{init} ：H-IIA 受入試験レベル音圧[dB]

P_{test} ：試験時の計測音圧[dB]

正規化された搭載部加速度を式(G.1-2)で I/F 加速度応答実効値$A_{I/F}$に変換する。

$$A_{I/F} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(A_{PSD\_init}\times\Delta f\right)} \tag{G.1-2}$$

式(G.1-2)によって変換した I/F 加速度応答実効値$A_{I/F}$の結果を図 G.1-1 に示す。

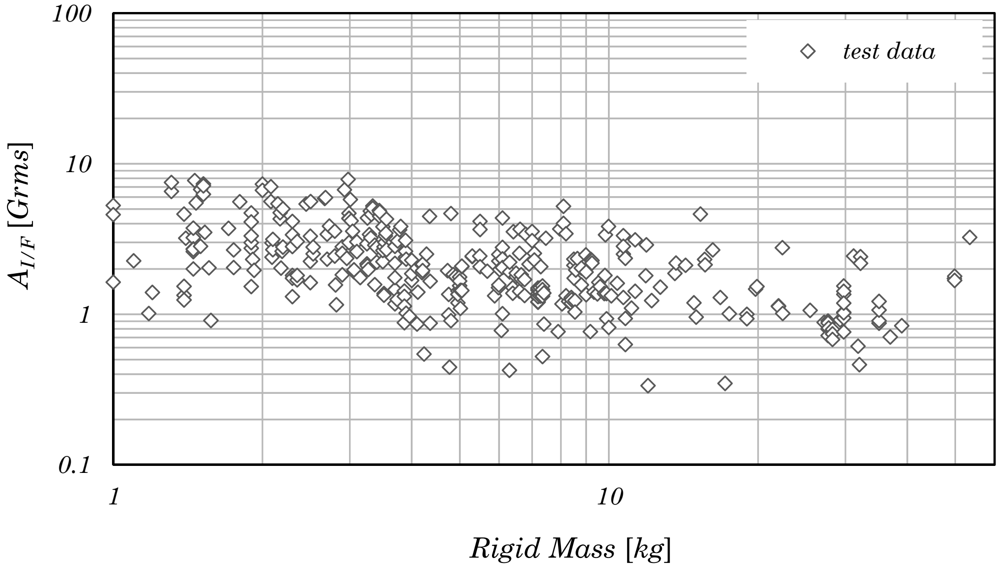


図 G.1-1　JAXA 衛星音響試験時の機器搭載パネル上コンポーネント
機器取付け I/F 部の加速度応答実効値（面外）（H-IIA 受入試験レベルに正規化）

得られた I/F 加速度応答実効値（${A_{I/F}}_i$、$i = 1,2,3,\cdots,N$）の対数を取った値$ln\left(A_{I/F}\right)$について正規確率プロットを取ると図 G.1-2 になり、明確な線形性を確認することが出来る。これは、$ln\left(A_{I/F}\right)$が正規分布に従う、すなわち、$A_{I/F}$が対数正規分布に従うことを意味している。

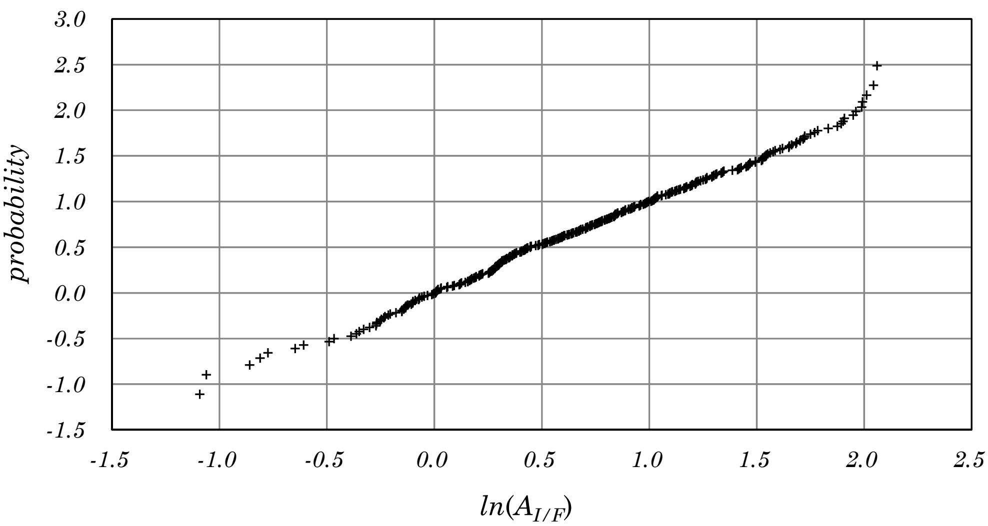


図 G.1-2　$ln\left(A_{I/F}\right)$正規確率プロット

機器質量と I/F 加速度実効値の対数値が線形関係にあると仮定すると、

$$ln\left(A_{I/F}\right) = \alpha_{ln\left(A_{I/F}\right)} + \beta_{ln\left(A_{I/F}\right)} \times ln(M) \quad \text{(G.1-3)}$$

と表すことが出来る。$\alpha_{ln\left(A_{I/F}\right)}$、$\beta_{ln\left(A_{I/F}\right)}$はそれぞれ定数であり、推定値を$\alpha_{\widehat{ln\left(A_{I/F}\right)}}$、$\beta_{\widehat{ln\left(A_{I/F}\right)}}$とすると、$ln\left(A_{I/F}\right)$の推定曲線$\overline{ln\left(A_{I/F}\right)}$は

$$\overline{ln\left(A_{I/F}\right)} = \alpha_{\widehat{ln\left(A_{I/F}\right)}} + \beta_{\widehat{ln\left(A_{I/F}\right)}} \times ln(M) \quad \text{(G.1-4)}$$

として表すことが出来る。いま、最小二乗法を用いて$\alpha_{\widehat{ln\left(A_{I/F}\right)}}$、$\beta_{\widehat{ln\left(A_{I/F}\right)}}$を求めると、

$$\overline{ln\left(A_{I/F}\right)} = 1.3172 - 0.3671 \times ln(M) \quad \text{(G.1-5)}$$

となる。

次に、(G.1-4)式で求めた推定曲線の信頼区間を求める。$ln\left(A_{I/F}\right)$の標準偏差$\sigma_{ln\left(A_{I/F}\right)}$は次式で求められる。

$$\sigma_{ln\left(A_{I/F}\right)} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum\left(ln\left(A_{I/F}\right)_i - \overline{ln\left(A_{I/F}\right)}_i\right)^2} \quad \text{(G.1-6)}$$

(G.1-5)式で求めた推定曲線及び(G.1-6)式で求めた標準偏差を基に、推定区間の p95/50 及び p99/90 の信頼区間上限値は(G.1-7)式で求めることが出来る。ここで、p95/50 は「50％の確率で集団の 95％を包絡する値」を意味している。

$$ln\left(A_{I/F}\right)_{\substack{p95/50\\ or\\ p99/90}} = \overline{ln\left(A_{I/F}\right)} + K_{\substack{p95/50\\ or\\ p99/90}} \cdot \sigma_{ln\left(A_{I/F}\right)} \quad \text{(G.1-7)}$$

Kは信頼水準を表す係数であり、標準正規分布表(片側信頼区間)から$K_{p95/50} = 1.645$、$K_{p99/90} = 2.326$を用いる。(G.1-7)式より求めた$ln\left(A_{I/F}\right)$の信頼区間 p95/50 及び p99/90 の結果を図 G.1-3 に示す。

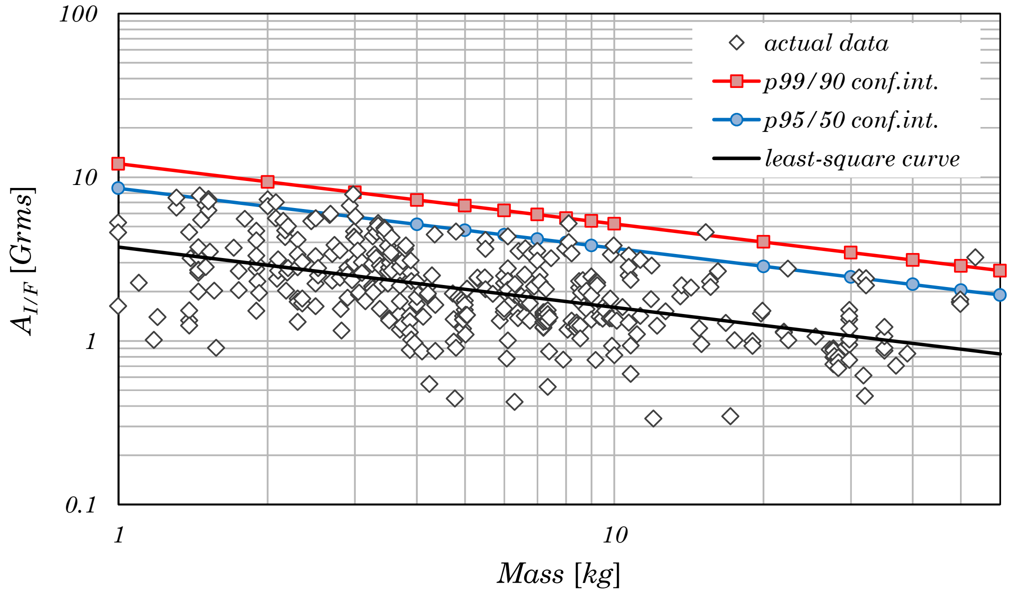


図 G.1-3　JAXA 音響試験実績を基にした機器質量 対 I/F 部加速度実効値の信頼区間
（H-IIA フライト環境における機器取付け I/F 部加速度応答実効値の確率的上限値）

G.2　準静的荷重音響荷重項の見積もり方法

G.2.1　機器取付け I/F 加速度から重心相当加速度への換算方法

A-MAC によって求められる値は機器取付け I/F 部分の加速度実効値であり、QSL 条件の各項の値は機器の重心応答加速度実効値であるため、I/F 加速度実効値から重心加速度実効値へと変換を行う必要がある。本項では、モンテカルロシミュレーションを用いた機器取付け I/F 加速度実効値から重心相当加速度実効値への換算方法を示す。

図 3.2.1.2-1 に示すような 2 自由度振動系解析モデルについて、Source 系(機器取付け I/F 部)に対し図 G.2.1-1 に示すようなフラットフォースを印加する。この条件のもとで各パラメータを表 G.2.1-1 に示す範囲で一様乱数として生成し、式(G.2.1-1)で表される Load 系加速度実効値$A_{C.G.rms}$と Source 系加速度実効値$A_{I/Frms}$の比kをプロットする。

$$k = A_{C.G.rms}/A_{I/Frms} \quad \text{(G.2.1-1)}$$

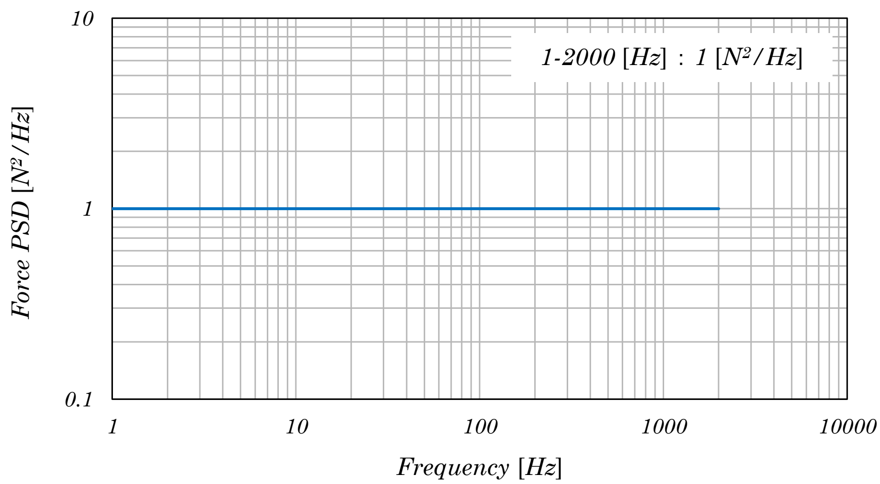


図 G.2.1-1　加振入力条件

表 G.2.1-1　解析パラメータ範囲

パラメータ	記号	解析範囲	備考
Load 系質量 [kg]	m_L	1 - 60	A-MAC の取得データ範囲
Source 系質量 [kg]	m_S	1 - 100	構体パネルの有効質量を想定
Load 系共振周波数 [Hz]	f_L	100 - 1000	一般的な搭載機器の共振周波数を想定
共振周波数比 [−] (=Load 系/Source 系 共振周波数)	ω	0.5 - 2	一般的な搭載機器・搭載パネルの共振周波数範囲を想定

モンテカルロシミュレーションの結果を図 G.2.1-2 に示す。データ点数は N=5000 である。

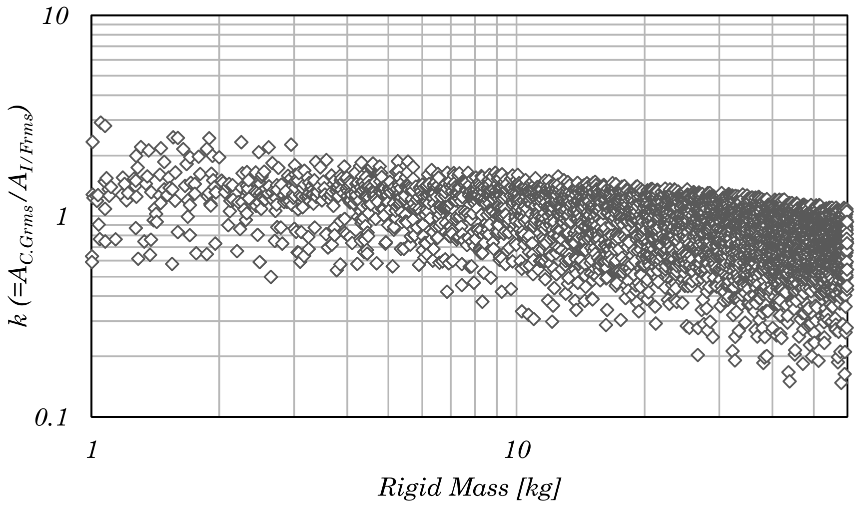


図 G.2.1-2　モンテカルロシミュレーション結果

A-MAC と同様に Load 系加速度実効値$A_{I/F}$と Source 系加速度実効値A_{CG}の比kの対数値$ln(k)$について正規確率プロットを取ると図 G.2.1-3 のようになり、線形性を確認することが出来る。

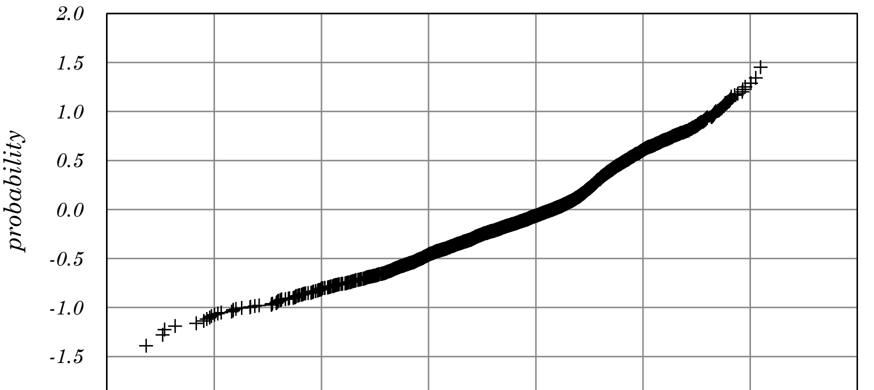


図 G.2.1-3　$ln(k)$正規確率プロット

A-MAC と同様に最小二乗法を用いて推定曲線を算出すると以下のようになる。

$$\begin{aligned}\overline{ln(k)} &= \widehat{\alpha_{ln(k)}} + \widehat{\beta_{ln(k)}} \times ln(M) \\ &= 0.3746 - 0.1662 \times ln(M)\end{aligned} \qquad \text{(G.2.1-2)}$$

また、標準偏差についても A-MAC と同様下式にて求めることが可能である。

$$\sigma_{ln(k)} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum\left(ln(k)_i - \overline{ln(k)_i}\right)^2} \qquad \text{(G.2.1-3)}$$

(G.2.1-2), (G.2.1-3)式を用いて求めた推定曲線の p95/50 及び p99/90 信頼区間上限の結果を図 G.2.1-4 に示す。

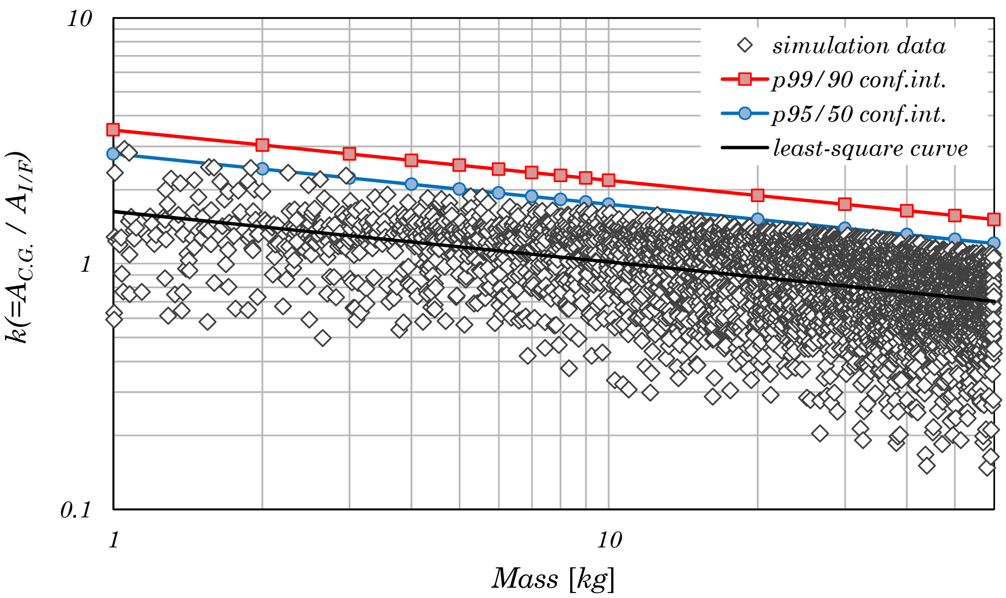


図 G.2.1-4　機器 I/F 加速度実効値と重心加速度実効値比の
モンテカルロシミュレーション結果及び信頼区間

なお、図 G.2.1-4 の p99/90 のラインは、図 3.4-8 で示しているラインと等しい（機器剛質量と、I/F 加速度実効値と重心相当加速度実効値への関係の確率的上限値を表している）。

G.2.2　機器質量 対 音響荷重成分関係式（A-MAC）の導出

G.1 項及び G.2.1 項で求めた「機器質量と音響試験での I/F 加速度の関係」「機器質量と I/F 加速度、重心相当加速度実効値比の関係」を組み合わせ、機器質量から当該機器音響試験時の重心相当加速度の最悪値を概算する手法を示す。

機器重心相当加速度の対数値$ln(A_{CG})$について、その推定曲線$\overline{ln(A_{CG})}$は$\overline{ln(A_{I/F})}$と$\overline{ln(k)}$を用いて次式のように表される。

$$\begin{aligned}\overline{ln(A_{CG})} &= \overline{ln\left(A_{I/F}\times\frac{A_{CG}}{A_{I/F}}\right)} \\ &= \overline{ln(A_{I/F}\times k)} \\ &= \overline{ln(A_{I/F})}+\overline{ln(k)}\end{aligned} \qquad \text{(G.2.2-1)}$$

次に、信頼区間を計算するため、$ln(A_{CG})$の標準偏差$\sigma_{ln(A_{CG})}$を求める。$ln(A_{I/F})$と$ln(k)$は互いに独立であるため、分散の加法性より

$$\sigma_{ln(A_{CG})} = \sqrt{{\sigma_{ln(A_{I/F})}}^2+{\sigma_{ln(k)}}^2} \qquad \text{(G.2.2-2)}$$

が成り立つ（分散の加法性は互いの分布形には依存せず、無相関の条件さえ成立すれば良い）。したがって、p95/50 及び p99/90 の信頼区間は下式で求められる。

$$ln(A_{CG})_{\substack{p99/90\\or\\p95/50}} = \overline{ln(A_{CG})}+K_{\substack{p99/90\\or\\p95/50}}\cdot\sigma_{ln(A_{CG})} \qquad \text{(G.2.2-3)}$$

求めた機器重心相当加速度A_{CG}は実効値であるため、ピーク値が実効値の 3 σhigh と考え式(G.2.2-4)のように定数倍すると、当該機器音響試験時の重心相当加速度ピーク値Rを見積もることが出来る。

$$R = 3\times A_{CG} \qquad \text{(G.2.2-4)}$$

計算結果を図 G.2.2-1 に示す。図 G.2.2-1 の p99/90 信頼区間上限が図 3.4-2 と等価である。今回用いた音響試験結果は H-IIA ロケット AT レベルで正規化したものであり、AT レベル＝MPE（Maxmum Predicted Environment : 最大予測環境）レベルで規定されるため、本結果はそのまま「H-IIA ロケットフライト時の当該機器に発生する音響負荷成分の最大値」として扱うことが可能である。

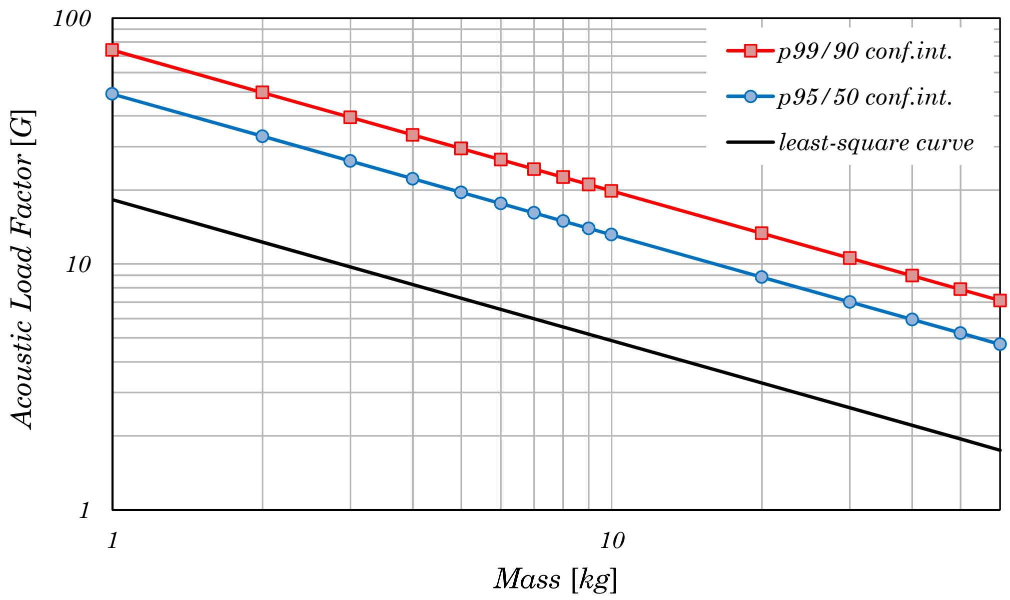


図 G.2.2-1　音響-質量加速度曲線(A-MAC)

また、実際にシステム音響試験(H-IIA 受入試験レベルに正規化)において I/F フォースを実測、もしくは重心相当加速度の実測結果をプロットした 2 例を図 G.2.2-2 に示す。2 例とも確率的上限値を下回っていることが分かる。

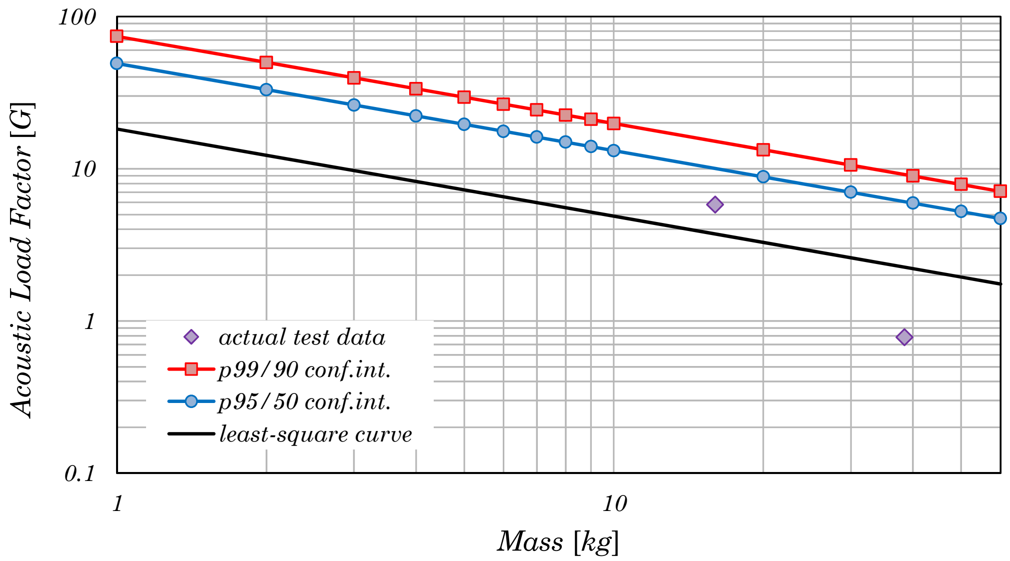


図 G.2.2-2　システム音響試験での音響荷重実測例(H-IIA 受入試験レベルに正規化)

G.3　（参考）その他の MAC

NASA-HDBK-7005[G-1]では、剛質量あるいはモーダル質量に対する機器重心加速度の上限値の関係を MAC と呼んでおり、前者を Physical MAC、後者を Modal MAC と定義している。発生する加速度は打上げ環境に依存するため、MAC はロケットの種類毎に整理されるのが一般的である。図 G.3-1 に、NASA-HDBK-7005 に示されている Physical MAC と Modal MAC の整理を示す。

(1) Physical MAC

横軸が機器の剛質量、縦軸が機器の重心相当加速度で表した MAC である。図中の加速度と質量を掛け合わせた値は機器搭載部に負荷される荷重を表す。

(2) Modal MAC

横軸が機器の各振動モード毎の有効質量、縦軸が機器の各振動モード毎のモーダル応答で表した MAC である。より詳細な荷重設計に応用できる[G-2]。

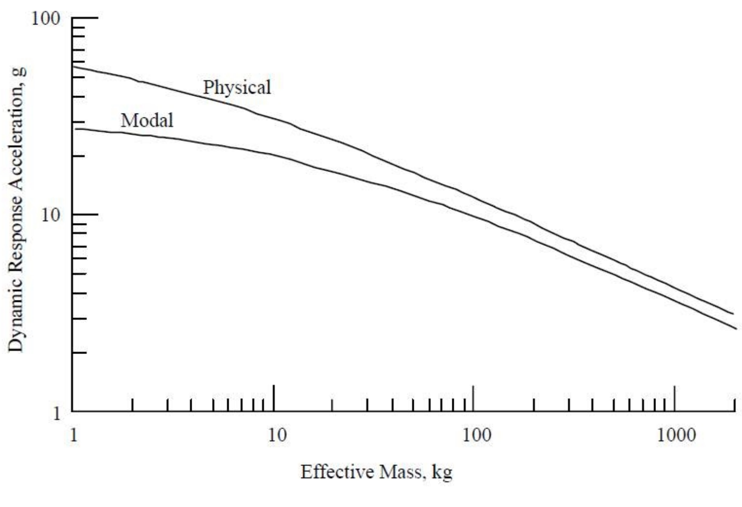


図 G.3-1　NASA-HDBK-7005 における Physical MAC と Modal MAC の整理

また、NASA/JPL 及び ESA/ESTEC では解析とフライトデータの組み合わせや経験的手法を用いて機器重心に作用する動的荷重の最大値を MAC として定義しており、本ハンドブックで算出した MAC の p99/90 確率上限値との比較結果を図 G.3-2 に示す。図 G.3-2 より、他機関で規定している MAC と JAXA の A-MAC に大きな差異はないことが分かる。

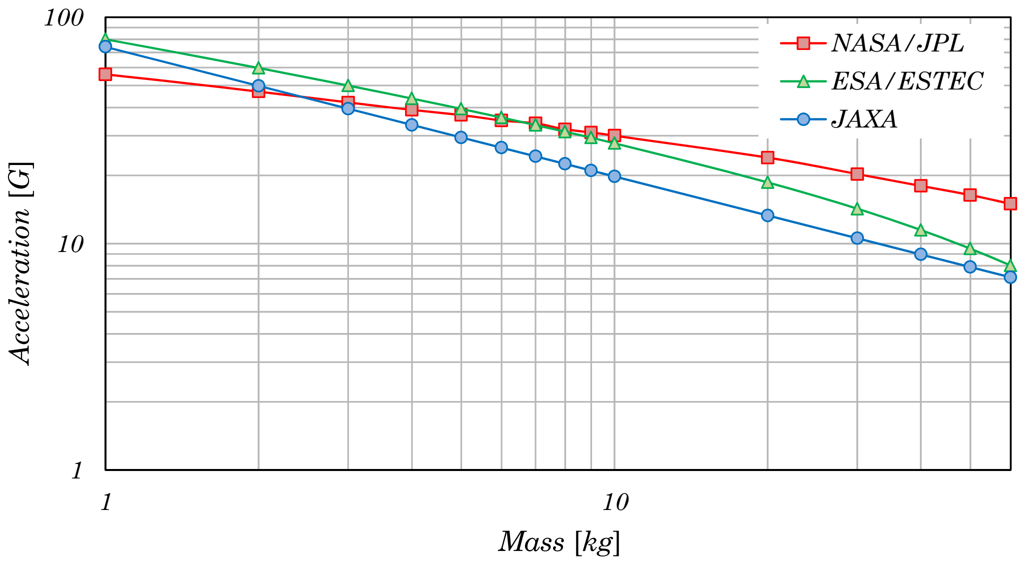


図 G.3-2　JAXA と NASA/JPL、ESA/ESTEC の MAC の比較[G-3][G-4][G-5]

表 G.3-1　JAXA と NASA/JPL、ESA/ESTEC の MAC の違い

	JAXA	NASA/JPL	ESA/ESTEC
質量範囲	1 – 60 [kg]	500 [kg] 以下	1 – 100 [kg]
横軸表現	剛質量 (rigid mass) [kg]	有効質量 (Effective mass) [kg]	機器質量 (Equipment Mass) [kg]
縦軸表現	音響荷重成分 (Acoustic Load factor) [G]	動的応答荷重成分 (Dynamic Response Load Factor) [G]	ランダム荷重成分 (random load factor) [G]
導出方法	音響試験結果と解析 結果の組み合わせ	解析とフライト データに基づく	経験的手法
適用可能 ロケット	H-IIA	STS, Titan, Atlas, Delta, Ariane, H2, Proton, Scout.	N/A
数式	$n_R = 74.053 \times M^{-0.573}$[G]	N/A	$n_R = 95 \times M^{-0.3463} - 15$ [G]

G.4 参考文献

[G-1] NASA-HDBK-7005, Dynamic Environmental Criteria, (2001-3).

[G-2] Marc Trubert , Loads analysis metodology for spacecraft as applied galileo, JPL D-3858, (1988).

[G-3] NASA/JPL, COMBINATION METHODS FOR DERIVING STRUCTURAL DESIGN LOADS, Practice No.PD-ED-1211,p4, Figure 1.

[G-4] NASA/GSFC, Satellite Design Course Spacecraft Configuration Structural Design Preliminary Design Methods, ENAE 691, p61, 19 February 2003.

[G-5] ESA/ESTEC, Spacecraft mechanical loads analysis handbook, ECSS-E-HB-32-26A, p244, Figure 9-5, 19 February 2013