

限定なし

JERG-2-130-HB003D



## 振動試験ハンドブック

2025年 3月 28日 D改訂  
(平成22年 7月 28日 制定)

宇宙航空研究開発機構

#### 免責条項

ここに含まれる情報は、一般的な情報提供のみを目的としています。JAXA は、かかる情報の正確性、有用性又は適時性を含め、明示又は黙示に何ら保証するものではありません。また、JAXA は、かかる情報の利用に関連する損害について、何ら責任を負いません。

#### Disclaimer

The information contained herein is for general informational purposes only. JAXA makes no warranty, express or implied, including as to the accuracy, usefulness or timeliness of any information herein. JAXA will not be liable for any losses relating to the use of the information.

#### 発行

〒305-8505 茨城県つくば市千現 2-1-1

宇宙航空研究開発機構 安全・信頼性推進部

JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency)

## 目 次

1. 総則.....	1
1.1 目的.....	1
1.2 参考文書.....	1
1.2.1 宇宙航空研究開発機構（JAXA）文書.....	1
1.2.2 海外の規格等.....	1
1.3 用語・略語の定義.....	2
1.3.1 用語の定義.....	2
1.3.2 略語の定義.....	5
1.4 本ハンドブックの構成.....	6
2. 振動試験に関連する事項.....	8
2.1 打上げ時の振動環境.....	8
2.1.1 液体ロケット特有の打上げ時振動環境.....	10
2.1.2 固体ロケット特有の打上げ時振動環境.....	11
2.2 振動試験の目的と種類.....	13
2.2.1 正弦波振動試験.....	15
2.2.2 ランダム振動試験.....	17
2.2.3 サインバースト試験.....	18
2.2.4 モーダルサーベイ試験.....	19
2.3 打上げ時と地上試験時の振動環境の違い.....	21
2.4 振動試験時の累積疲労損傷.....	23
2.5 振動試験時における供試体の非線形挙動.....	24
2.6 参考文献.....	27
3. 振動試験.....	29
3.1 試験シーケンス.....	29
3.2 試験条件.....	32
3.2.1 正弦波振動試験条件.....	33
3.2.2 ランダム振動試験条件.....	33
3.3 ノッチング.....	34
3.3.1 オートノッチング.....	35
3.3.2 マニュアルノッチング.....	36
3.4 試験コンフィギュレーション.....	38
3.4.1 機器類の動作状態.....	39
3.4.2 ダミー構造の使用.....	39
3.4.3 ダミー推薬の充填・非充填.....	39

3.5	試験治具.....	41
3.6	加振系.....	44
3.7	加振制御系.....	46
3.7.1	制御用加速度センサ.....	47
3.7.2	制御加速度の解析条件.....	49
3.7.3	加振停止レベル（アボートレベル）.....	52
3.7.4	アボート発生時の対応.....	52
3.8	計測系.....	56
3.9	試験時の異常監視.....	60
3.10	参考文献.....	61
4.	振動試験結果の評価方法.....	62
4.1	計測データの解析手法.....	62
4.1.1	周波数応答解析.....	62
4.1.2	パワースペクトル密度解析.....	67
4.1.3	伝達関数解析.....	67
4.1.4	関連度関数解析.....	69
4.2	重心相当加速度の評価方法.....	70
4.3	特性確認加振結果の確認方法.....	71
4.4	試験条件公差逸脱時の評価方法.....	72
4.5	計測データの不確かさ.....	74
4.5.1	不確かさとは.....	74
4.5.2	計測データの厳密な評価.....	75
4.6	参考文献.....	76
Appendix A	正弦波振動環境条件の設定に関する一手法.....	77
A.1	加速度レベルの設定.....	77
A.2	掃引速度の設定.....	79
A.3	参考文献.....	81
Appendix B	掃引速度及び掃引方向と応答の関係.....	82
B.1	理論背景.....	85
B.1.1	無次元パラメータによる一般化.....	85
B.1.2	1自由度振動系を用いた数値シミュレーション.....	87
B.2	簡易実験による検証結果.....	88
B.3	参考文献.....	89
Appendix C	最小ワークマンシップレベル.....	90
C.1	振動負荷によるワークマンシップエラーの検出効果.....	90
C.2	海外の各機関における最小ワークマンシップレベル（ランダム振動）.....	92

C.3	（参考）ランダム振動試験条件の等価関係 .....	94
C.4	参考文献 .....	95
Appendix D	サインバースト試験 .....	96
D.1	試験の実施方法 .....	97
D.2	参考文献 .....	99
Appendix E	モーダルサーベイ試験 .....	100
E.1	モーダルサーベイ試験の概要 .....	101
E.1.1	モーダルサーベイ試験時の留意事項 .....	101
E.1.2	構造数学モデルの検証要求 .....	104
E.1.3	構造数学モデルの縮退方法 .....	105
E.2	小型加振機による加振とベース加振の違い .....	106
E.2.1	基礎理論 .....	106
E.2.2	各加振方法による構造数学モデル確認方法の特徴 .....	108
E.3	参考文献 .....	110
Appendix F	多軸加振と単軸加振の基本的な違い .....	111
F.1	基礎式 .....	111
F.2	並進3自由度同時加振時と並進単軸加振時のモード加速度応答の比較例 .....	114
F.3	並進3自由度同時加振時と並進単軸加振時の応力の比較例 .....	117
F.4	参考文献 .....	119
Appendix G	試験条件公差 .....	120
G.1	設定思想 .....	120
G.2	参考文献 .....	122
Appendix H	動電型加振機の特徴及び制約 .....	123
H.1	動電型加振機の選定に関する制約事項 .....	124
H.1.1	最大加振能力 .....	124
H.1.2	最大搭載質量 .....	127
H.1.3	供試体の重心位置に対する制約（許容回転モーメント） .....	128
H.2	加振機の応答特性 .....	129
H.3	制御装置の制御原理 .....	133
H.4	振動台上の漏洩磁束 .....	136
H.6	参考文献 .....	139
Appendix J	振動台上に発生する反共振点及び制御点の数 .....	140
Appendix K	機器質量に応じたランダム振動スペクトラムの統計的予測方法 .....	144
K.1	統計処理源泉の音響試験データ .....	144
K.2	統計処理フロー .....	144
K.3	正規化音圧レベル以外の音響環境に本スペクトラムを適用する場合の注意点 .....	148

K.4 (参考)海外標準との比較 .....	148
K.5 参考文献 .....	149
Appendix L ロケット／宇宙機柔結合解析 (CLA) .....	150
L.1 CLA の概要 .....	150
L.2 CLA の解析手法 .....	151
L.2.1 ロケット-宇宙機結合系運動方程式 .....	151
L.2.2 モード法による過渡応答解析 .....	153
L.2.3 宇宙機内部物理自由度へのリカバリ .....	154
L.2.4 分離面荷重と重心相当加速度 .....	155
L.2.5 CLA の外力ケース .....	156
L.2.6 コンポーネント減衰を用いる場合の CLA .....	157
L.3 CLA 結果の評価 .....	159
L.3.1 分離面荷重の評価 .....	160
L.3.2 重心相当加速度の評価 .....	160
L.3.3 分離面加速度の評価 .....	162
L.3.4 宇宙機内部応答の評価 (宇宙機側作業) .....	164
L.4 宇宙機側で実施可能な簡易 CLA 法 .....	165
L.4.1 簡易 CLA 法の理論展開 .....	165
L.4.2 簡易 CLA の誤差要因 .....	169
L.4.3 簡易 CLA 法の適用手順 .....	171
L.4.4 簡易 CLA 法の数値例 .....	172
L.5 参考文献 .....	182

## 1. 総則

### 1.1 目的

本ハンドブックは、「宇宙機一般試験標準」(JERG-2-130)における振動試験を実施する際の考え方を解説したものであり、JERG-2-130 をテーラリングする際の指針として活用されることを想定している。

本ハンドブックには、振動試験の目的、計画、実施方法、使用する設備、計測技術及び試験結果の評価方法から構成されており、海外の動向を反映し、また JAXA の宇宙機開発プログラムにおいて得られた経験、知見及び研究開発の成果を取り入れている。本ハンドブックに言及されていない知見や技術については、内容を検討の上、今後積極的に反映していくものとする。

### 1.2 参考文書

参考文書を下記に示す。

#### 1.2.1 宇宙航空研究開発機構(JAXA)文書

- (1) JERG-2-130 宇宙機一般試験標準
- (2) JERG-2-320 構造設計標準
- (3) JERG-2-130-HB002 音響試験ハンドブック
- (4) JERG-2-130-HB004 フォースリミット振動試験ハンドブック

#### 1.2.2 海外の規格等

- (1) NASA-STD-7002, Payload Test Requirement, 1996-10
- (2) NASA-HDBK-7005, Dynamic Environmental Criteria, 2001-3
- (3) GSFC-STD-7000, GENERAL ENVIRONMENTAL VERIFICATION STANDARD (GEVS) for GSFC Flight Programs and Projects, 2005-4
- (4) ECSS-E-10-03A, Space Engineering Testing, 2002-2
- (5) MIL-STD-1540E, Test Requirements for Launch, Upper-Stage, and Space Vehicles, 2002-12
- (6) MIL-HDBK-340A, Test Requirements for Launch, Upper-Stage, and Space Vehicles, 1999-4

## 1.3 用語・略語の定義

### 1.3.1 用語の定義

(1) オートノッチング

供試体の共振周波数において過負荷がかからないよう、加振時に計測する点の応答に対して制限値（リミット値）を設定し、その制限値を超えないよう加振レベルを設備の制御装置が自動的に制御すること。オートノッチングのことを「リミット制御」と呼ぶこともある。

(2) 加振機の応答特性

一般的には、駆動コイルに印加する電圧（ドライブ電圧）に対する出力加速度の伝達関数（単位電圧当たりの出力加速度）のことである。本ハンドブックでは、ドライブ信号に対する出力加速度の伝達関数と定義する。

(3) Q 値

共振周波数における振動応答の立ち上がりの鋭さ。共振周波数におけるピーク値からエネルギーが半分になる周波数の幅（半値幅）と共振周波数の比から算出する。

(4) 共振

外部からの振動周波数と供試体の固有振動数が一致し、振幅が大きくなる現象。

(5) クロストーク

加振方向と直交する方向の振動成分のこと。通常%の単位で表す。

(6) コンポーネント

宇宙機システム又はサブシステムの一部の機能を有するものであって、いくつかの部品、デバイス及び構造体を組み合わせたもの。

(7) 最大予測フライト環境

宇宙機システム、サブシステム及びコンポーネントが、組立後からミッション終了まで（地上輸送、地上ハンドリング及びフライト等）の全ての期間において遭遇すると予測される最大の環境レベル。最大予測フライト環境の推定には適切な統計的手法が使用される。統計値がない場合、顧客との合意に基づく。

(8) サブシステム

本ハンドブックにおいてサブシステムは、2つ以上のコンポーネント並びにそれらを取り付ける為に必要な支持構体及び相互に接続しているケーブル又は配管により組み立てられたものである。サブシステムは、規定された機能を実現する為、機能的に関係したコンポーネントから構成される。

代表的な宇宙機のサブシステムは、バス系として電力系、姿勢制御系、テレメトリ・コマンド系、構造系、熱制御系及び推進系の機能によって分類されるものと、ミッション系と

して各ミッション機器がある。但し、必要に応じて再帰的にサブシステムをシステムと設定しても良い。

(9) システム (宇宙機システム)

宇宙機 (Spacecraft) とは、無人の人工衛星及び宇宙探査機の総称をいう。(「JERG-2-000A 宇宙機 (人工衛星・探査機) 設計標準」3 項 (1) より)

本ハンドブックにおいて宇宙機システムとは、軌道上 (広義の意味で、地球大気圏外を指す) に打上げられ、軌道上で運用されるサブシステム及びコンポーネントから構成されるハードウェア及びソフトウェアの集合体を指す。尚、単に「宇宙機」又は「システム」と称することもある。

(10) 重心相当加速度

供試体へ振動負荷を与えている時のインタフェース部 (振動負荷を与えている部分) に作用するフォース値を供試体の質量で割った値のこと。弾性変形を伴う場合は、供試体の幾何学的な重心位置における加速度とは必ずしも一致しない。

(11) 信頼水準・信頼区間

信頼区間とは、ある統計量がどのような数値の範囲にあるかを確率的に示す方法であり、信頼水準はその確率を表す。例えば、ある統計量が 95% の確率で  $a$  から  $b$  の間にあるとき、信頼区間は、 $[a, b]$  であり、信頼水準は 95% である。

(12) 制御点

供試体に負荷する入力加速度を制御するために設置されるフィードバック制御用の加速度センサのこと。または、制御用の加速度センサを設置する位置のこと。

(13) 掃引速度

正弦波振動試験時の加振周波数を変化させる速さのこと。

通常、対数掃引の場合の単位は oct/min、線形掃引の場合の単位は Hz/min 若しくは Hz/sec で表される。宇宙機の正弦波振動試験では、対数掃引(oct/min)が用いられている。

(14) 特性確認加振

供試体の動特性 (伝達関数) の取得を主目的とした、振動試験の前後に実施される加振のこと。振動試験の前後で計測された伝達関数を比較し、変化がないことを確認する。海外では、供試体の特性 (signature) を計測する意味で特性確認加振のことを“signature measurement”または“signature test”と呼んでいる。

(15) ドライブ信号

動電型加振機を駆動するためにアンプから入力する信号 (電力増幅器により増幅する前の駆動コイルへの入力電圧) のこと。

(16) ドライブ電圧

動電型加振機を駆動するために駆動コイルへ印加される入力電圧のこと。

(17) 二次構体

宇宙機に負荷される主要な荷重を伝達するとともに、宇宙機全体の形状を保持する構造体を主構体といい、その主構体に取り付けられている構造体を二次構体という。例えば、アンテナや太陽電池パドル、機器取付けブラケット等がこれに該当する。

(18) ノッチング

供試体の共振周波数において過負荷がかからないよう、当該周波数における試験レベルに、くさび状のノッチを入れて加振レベルを低減させること。ノッチングの方法として、マニュアルノッチングとオートノッチングがある。

(19) 反共振点

振動を加えても振動が発生しない位置のこと。

(20) マニュアルノッチング

供試体の共振周波数において過負荷がかからないよう、規定されている試験レベルを事前に下げておくこと。マニュアルノッチングのことを「プログラムノッチング」と呼ぶこともある。

(21) モーダルサーベイ試験

供試体の主要モード（対象モード）におけるモードパラメータ（固有振動数・モード形状・モード減衰）を取得する試験のこと。本ハンドブックでは、小型加振機を用いた一般的なモーダルサーベイ試験のことを「モーダルサーベイ試験」、振動試験設備を用いたベース加振によるモーダルサーベイ試験のことを「ベース加振によるモーダルサーベイ試験」と称する。

(22) モード

ある振動数で振動しているときに現れる、特有のパターン（形）のこと。

(23) ランダム振動

どの瞬間においても、振幅、周波数が予測することができず、統計的な観点からでしか記述できない不規則な振動のこと。

(24) ワークマンシップエラー

製造・組立に伴う欠陥のこと。

### 1.3.2 略語の定義

—A—	AT	Acceptance Test	受入試験
—C—	CLA	Coupled Load Analysis	柔結合荷重解析
—D—	dB	Decibels	デシベル
—A—	PAF	Payload Attach Fitting	衛星分離部
	PFT	Proto-Flight Test	プロトフライト試験
	PSD	Power Spectrum Density	パワースペクトル密度
—Q—	QT	Qualification Test	認定試験
—R—	RRS	Random Response Spectrum	ランダム応答スペクトラム
—S—	SRS	Shock Response Spectrum	衝撃応答スペクトラム

## 1.4 本ハンドブックの構成

本試験ハンドブックの構成を図 1.4-1 に示す。

### [2 項] 振動試験に関連する事項

2 項では、振動試験を実施するにあたり、直接的には関連しないが重要と考えられる事項について述べる。

2.1 項では、宇宙機がロケット打上げ時に遭遇する振動環境の概要について述べる。2.2 項では、宇宙機に対して実施される振動試験の主な目的及び種類を述べる。2.3 項では、打上げ時の振動環境と地上試験時に負荷する振動環境の違いについて述べる。2.4 項では、振動試験により供試体に蓄積される累積疲労損傷について述べる。2.5 項では、振動試験時における供試体の非線形挙動の概要について述べる。

### [3 項] 振動試験

3 項では、打上げ時の振動環境に対する耐性確認を主目的として実施される正弦波振動試験及びランダム振動試験において、試験の計画段階に検討すべき事項及び試験中に注意すべき事項を述べる。

3.1 項では、振動試験の一般的な試験シーケンス及びシーケンス中の各加振の目的について述べる。3.2 項では、振動試験の試験条件及び各試験条件の設定方法について述べる。3.3 項では、供試体への過負荷を防止するためのノッチング方法について述べる。3.4 項では、搭載機器類の電源の ON/OFF、搭載機器類の質量模擬、推薬タンクへのダミー推薬の充填/非充填など、試験コンフィギュレーションに関する事項について述べる。3.5 項では、供試体と振動台とのインタフェースに必要な治具の設計について述べる。3.6 項では、振動試験を実施する設備（加振機）の選定時に留意すべき事項を述べる。3.7 項では、加振機（振動台）を規定の試験レベルに制御するための制御系の設定、及び振動試験時に緊急停止（アボート）が発生した際の対応方法について述べる。3.8 項では、振動試験時の計測データ（加速度・歪）を取得するための計測系の設定について述べる。3.9 項では、振動試験実施時における異常監視体制について述べる。

### [4 項] 振動試験結果の評価方法

4 項では、振動試験結果の評価を行う上で重要な計測データの処理方法及び評価方法について述べる。

4.1 項では、計測データの解析方法及び解析時の注意点について述べる。4.2 項では、ノッチング条件として規定される重心相当加速度について述べる。4.3 項では、振動試験により構造上の不具合が発生していないことを確認する目的で実施される特性確認加振結果の比較について述べる。4.4 項では、試験条件公差逸脱時の評価方法について述べる。4.5 項では、計測データの不確かさについて述べる。

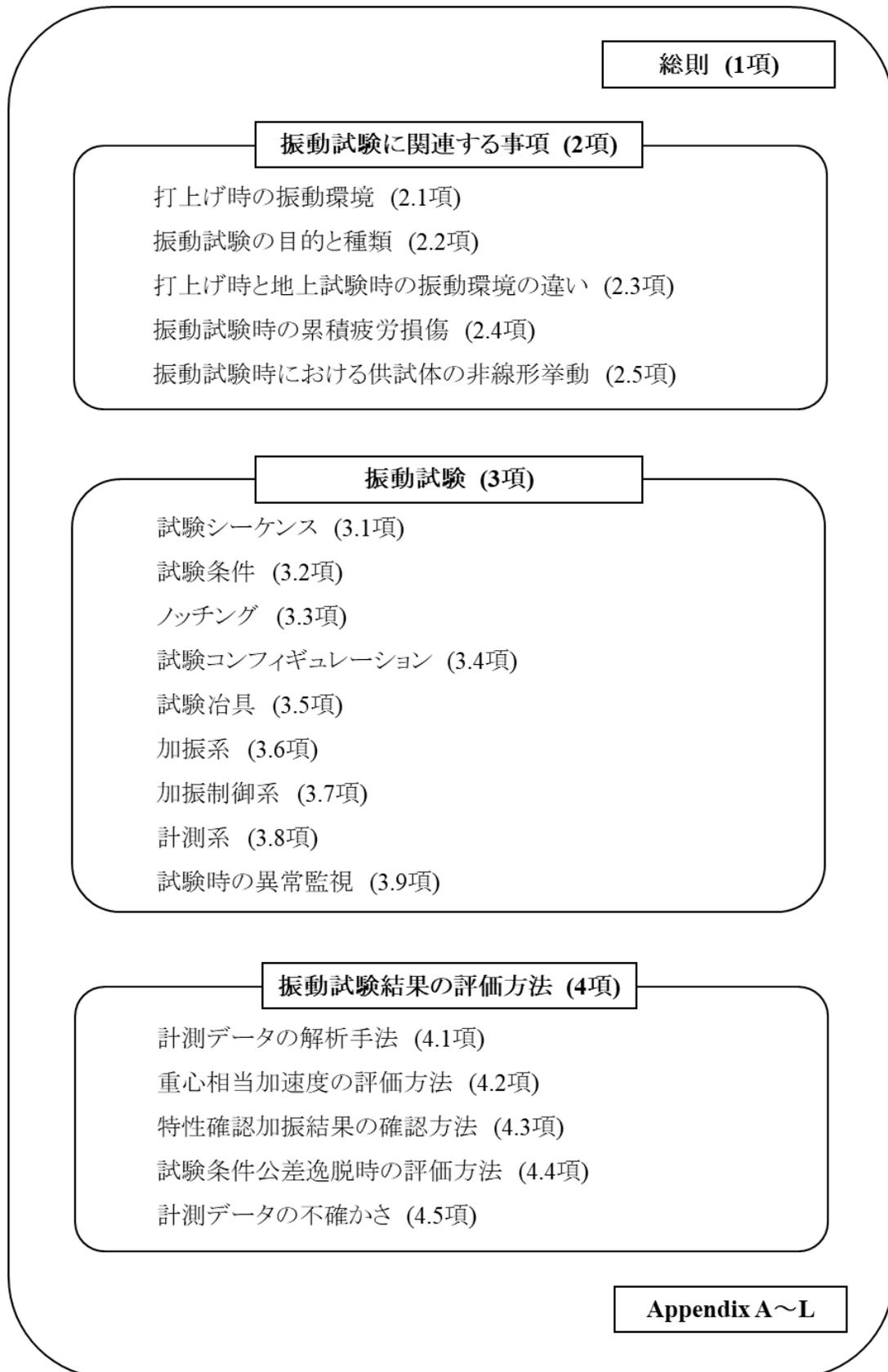


図 1.4-1 本試験ハンドブックの構成

## 2. 振動試験に関連する事項

### 2.1 打上げ時の振動環境

本項では、フェアリング内に収納される宇宙機がロケット打上げ時に遭遇する代表的な振動環境について説明する。2.1.1 項では、液体ロケット特有の振動環境を説明する。2.1.2 項では、固体ロケット特有の振動環境を説明する。

宇宙機がロケット打上げ時に遭遇する振動環境[2-1]には様々なものがあるが、それらの中で主要なものを整理すると、図 2-1 に示す通りである。大別すると、以下の通りである。

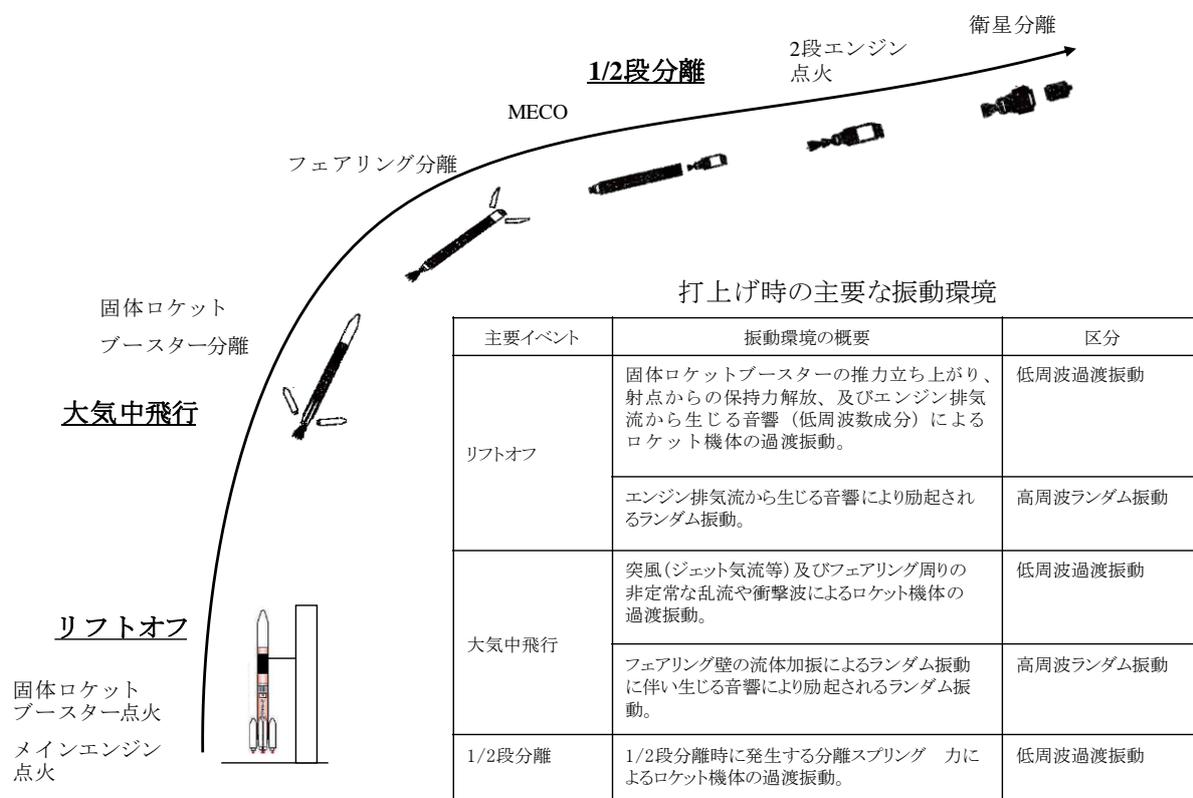


図 2-1 打上げシーケンス及び打上げ時の主要な振動環境

#### (1) リフトオフ時

フェアリング内の宇宙機は、固体ロケットブースター点火による推力立ち上がり、射点からの保持力解放、及びエンジン排気流から生じる音響（低周波数成分）により励起されるロケット機体の過渡振動環境にさらされる。過渡振動の主な周波数成分は、数 Hz～数十 Hz 以下の低周波数成分である。図 2-2 に、リフトオフ時の過渡振動の一例を示す。

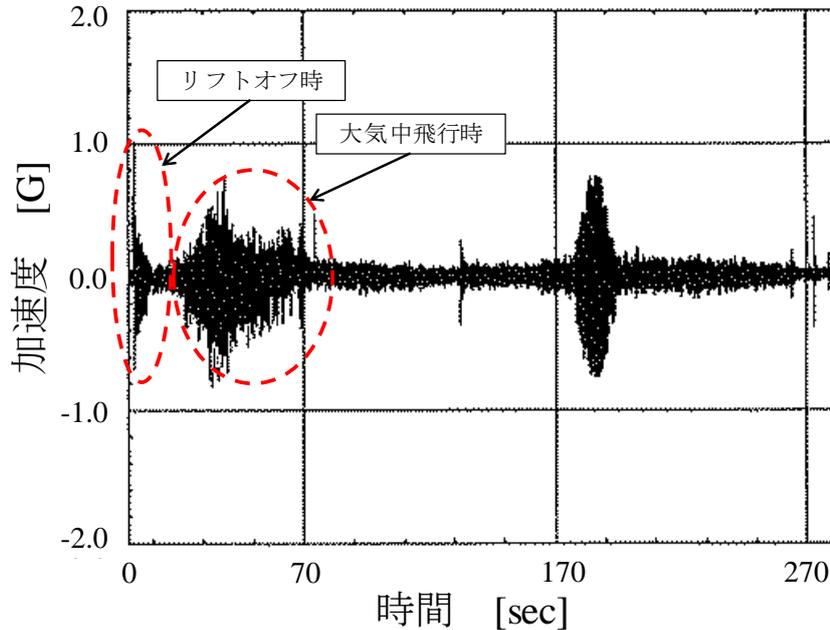


図 2-2 打上げ時計測データの一例 (DC 成分除去)

また、エンジン排気流から生じる音響（高周波数成分）はフェアリング壁のランダム振動を励起し、内部の宇宙機に音響環境を与える。フェアリング内の宇宙機は、その音響環境による直接の負荷と、その音響により励起される宇宙機とロケットのインタフェース部（PAF 等）のランダム振動環境にさらされる。音響環境に伴うランダム振動の主要な周波数成分は、数百 Hz～数千 Hz である。

### (2) 大気中飛行時

ロケットがジェット気流中を飛行する際には、ロケット機体に突風荷重が加わることにより発生する過渡振動、及びフェアリング周りに発生する非定常な乱流や衝撃波により励起されるロケット機体の過渡振動にさらされる。また、フェアリング周りに発生する非定常な乱流や衝撃波は、フェアリング壁のランダム振動を励起し、内部の宇宙機に音響環境を与える。図 2-2 に、大気中飛行時の過渡振動の一例を示す。ロケット機体の過渡振動の主要な周波数成分は、数 Hz～数十 Hz 以下の低周波数成分であり、音響環境によるランダム振動の主要な周波数成分は、数百 Hz～数千 Hz である。

### (3) 1/2 段分離時

1/2 段分離時には、分離スプリングの反力により励起されるロケット機体の過渡振動にさらされる。この過渡振動環境もリフトオフ時と同様に、低周波数成分（100Hz 以下）が主要な周波数成分である。

### 2.1.1 液体ロケット特有の打上げ時振動環境

本項では、液体ロケット特有の打上げ時振動環境である POGO 振動[2-2]について述べる。

POGO 振動とは、液体ロケットの推進薬供給系の圧力変動とロケット機体の縦振動の相互作用により引き起こされる自励振動<sup>※1</sup>である。微小な擾乱による推力変動が、ロケット機体の縦振動を引き起こし、その縦振動が推進薬供給系に伝達され、圧力変動が発生し推力変動が増幅される現象である。このように、POGO 振動は自励振動ではあるが、ロケット機体の縦振動の固有値は、液体推進薬の消費により変化する（高くなる）ため、発散振動とはならず、数十秒程度の持続振動となる。図 2.1-1 に、POGO 振動の一例を示す。POGO 振動の周波数成分はロケットに依存するが、一般的に数十 Hz である。

上記で述べたように、POGO 振動は推進薬供給系とロケット機体の固有値が一致することにより発生する現象であり、ロケット側で固有値が一致しないように対策をとることで解消することが可能である。実際には、ロケット機体の固有値を操作することは困難であるため、推進薬供給系の途中にソフトスプリング（POGO サプレッサ）を入れて、推進薬供給系の固有値を下げることで解消される[2-2]。POGO 振動対策がとられている液体ロケットについては、この振動環境が宇宙機設計の標定とならない場合が多い。

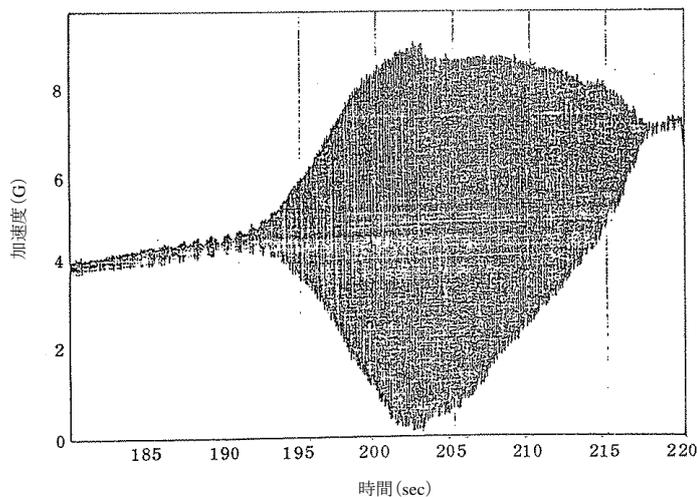


図 2.1-1 POGO 振動発生時の衛星・ロケット I/F 部加速度 (打上げ時計測データ)

※1 自励振動

自励振動とは、振動を励起する外力が自身の振動によって誘起される現象であり、自由振動が持続する現象のことである。

### 2.1.2 固体ロケット特有の打上げ時振動環境

本項では、固体ロケット特有の打上げ時振動環境について述べる。本項で述べる固体ロケット特有の振動環境は、固体ロケットモータにより引き起こされる現象であり、固体ロケットモータを主推進系として用いる固体ロケットにおいては宇宙機設計の標定となる可能性があるが、液体ロケットのブースターとして固体ロケットモータを用いる場合においては、宇宙機設計の標定とならないものが多い。

#### (1) モータ着火時

固体ロケットモータが着火すると、内圧が急激に立ち上がるためモータケースが膨張する。このモータケースの急激な機軸方向への伸長により、過渡的な低周波衝撃が発生する。この現象は、リフトオフ時である1段モータ着火時だけでなく、上段モータの着火時においても同様に発生し、宇宙機構造設計に対する標定となる可能性がある。過渡的な低周波衝撃現象の一例を、図 2.1.2-1 に示す。

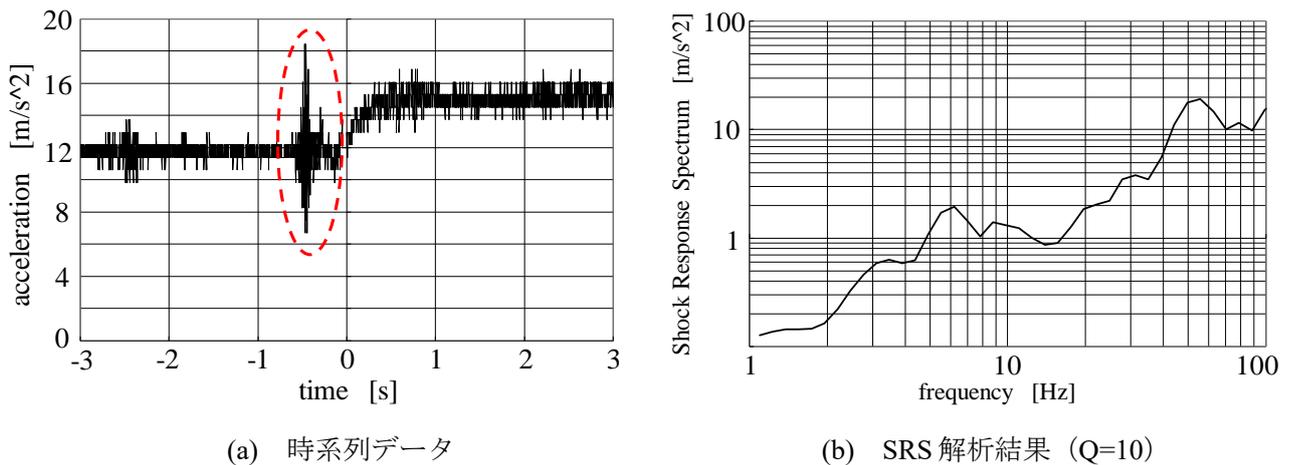


図 2.1.2-1 過渡的な低周波衝撃現象の一例

#### (2) 燃焼振動発生時

燃焼振動[2-3]～[2-4]とは、モータケース内部の気柱振動による大きな圧力振幅が、モータケースを伸縮させることにより発生する機軸方向の持続的な低周波振動のことである。圧力振幅自体は定常圧力に対して微小（一般的に1%未満）であるが、同じ振動成分が持続することにより宇宙機の振動応答の振幅が増幅し、設計標定となる程度の加速度応答が設計評定となる場合がある。本現象は解析・検証が困難な燃焼中の流体・構造連成現象であるため、全てが解明されているわけではないが、一説では固体モータの燃焼ガス内で生成される渦が固体推葉燃焼面及びモータケース前後部鏡板に衝突して発生する音響波と気柱振動がカップリングすることで大きな圧力振幅が励起される現象であるといわれている。燃焼振動の周波数成分は、前述の通りモータケース内部の気柱

振動が原因であることから、長胴型のモータになるほど発生する燃焼振動は低周波となり、また燃焼の進行により変動する（高くなる）が一般的に数十Hzである。

### (3) 固体ロケットモータ燃焼末期

固体ロケットモータは液体モータと異なり燃焼を完全に止めることはできないため、燃焼最末期（スライバ推進薬燃焼域<sup>※1</sup>及び飛行シーケンス上は燃焼終了後としている残推進薬燃焼域<sup>※2</sup>）には燃え残った推進薬が不規則に燃焼し、過渡的な推力変動（低周波衝撃）が発生する。ただし、この変動は常に観測されるほどの加速度応答が発生するとは限らず、モータによっては設計標定となる程度の加速度応答が生じる場合がある。

---

※1 スライバ推進薬燃焼域 [2-5]

スライバ推進薬とは、固体モータの燃焼末期に十分な燃焼速度が維持できずにケース内に残留している状態を指す。固体モータの燃焼末期は、例えば推進薬の光芒の山の部分が一部残り、谷の部分はインシュレーション（断熱材）が露出する状態となり、推進薬の燃焼面積が急激に減少する。その結果、燃焼圧力が低下し、燃焼速度も低下することで残った少量の推進薬はくすぶるように燃焼を続ける。この燃焼状態をスライバ燃焼域と呼ぶ。

※2 残推進薬燃焼域 [2-5]

残推進薬燃焼域とは、スライバ推進薬燃焼域よりさらに燃焼内圧が下がるが、圧力が燃焼速度に対して不感になる領域を指す。この領域になると燃焼の安定性が極端に減少し、しばしば不安定挙動を示す。

## 2.2 振動試験の目的と種類

宇宙機に対して実施される振動試験は、打上げ時の振動環境に対する耐性、実機の剛性（最低次固有振動数）、製造・組立上のワークマンシップ、構造数学モデルの妥当性を確認する目的で実施される。振動試験を実施する際には、これらの目的に応じた適切な振動試験を計画することが重要である。各確認項目の内容を以下に示す。

### (1) 打上げ時の振動環境に対する耐性の確認

打上げ時の振動環境以上の振動負荷を加え、加振後の供試体の健全性を確認することで、打上げ時の振動環境に対する耐性を確認する。耐性の確認には、供試体の構造強度、疲労強度（寿命）、振動負荷中及び負荷後に維持すべき機能・性能の評価が含まれている。

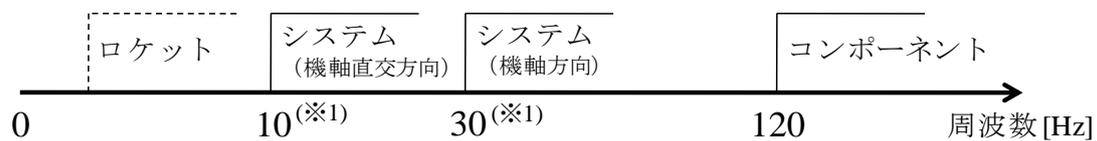
打上げ時の低周波振動環境（5Hz～100Hz：2.1 項及び 2.1.1 項参照）に対する宇宙機の耐性は正弦波振動試験、打上げ時の高周波振動環境（20Hz～2000Hz：2.1 項(1),(2)参照）に対する宇宙機の耐性はランダム振動試験、または音響試験により確認する。また、打上げ時の準静的加速度環境に対する宇宙機の耐性を確認する目的でサインバースト試験（静荷重試験の代替試験）を実施する場合もある。

打上げ時の環境条件は、各ロケットのユーザーズマニュアル等に規定されている。

### (2) 剛性の確認

宇宙機の構造設計においては、ロケットと宇宙機が強い振動連成を起こさないよう、互いの低次の固有振動数を分離することが基本であり、通常、ロケット側から宇宙機システムに対し、剛性要求（最低次固有振動数要求）が課せられる。宇宙機システムとサブシステム・コンポーネントの関係も同様であり、システム側よりサブシステム・コンポーネントに対して剛性要求が課せられる。

剛性要求が課せられた場合は、振動試験により得られる実機の伝達関数から最低次固有振動数を求め、剛性要求を満足していることを確認する。剛性要求の例を図 2.2-1 に示す。



(※1) H2Aロケットの場合

図 2.2-1 宇宙機に対する剛性要求の例

### (3) ワークマンシップの確認

フライト品に対する振動試験の目的には、宇宙機の製造・組立に伴う欠陥（ワークマンシップエラー）の有無の確認が含まれている。供試体に振動負荷を加える振動試験は、ワークマンシップエラー検出の有効な方法の一つである。

コンポーネントに潜在するワークマンシップエラーが、システム・サブシステムに組み込まれた後に顕在化すると、開発スケジュールやコストへの影響が大きいため、コンポーネントレベルでの試験でワークマンシップの確認をしておくことが重要である。宇宙機システムと各コンポーネント・サブシステムのインタフェース部、コネクタ結合部、ハーネス等のワークマンシップについては、システムレベルの試験で確認することができる。

### (4) 構造数学モデルの確認

宇宙機の構造数学モデルは、打上げ時及び振動試験時における荷重の予測・評価、及びフェアリング内のクリアランス余裕の確認などに用いられるため、その妥当性を確認することは重要である。

モード形状を含めたモードパラメータに対する精度が要求された場合[2-6]、構造数学モデルの妥当性は、モーダルサーベイ試験によりモードパラメータを取得し評価される。構造数学モデルの妥当性の確認が固有振動数とその周波数における伝達関数に限定される場合は、環境試験として実施される正弦波振動試験で得られる計測結果により評価することができる。

サインバースト試験を実施する場合は、試験時に計測される応力より静的な構造数学モデルの妥当性を評価することができる。

上記(1)～(4)で述べた振動試験の目的と種類を整理すると、表 2.2-1 に示す通りである。各振動試験の詳細については、2.2.1 項～2.2.4 項にて述べる。

表 2.2-1 振動試験の目的と種類

	打上げ時の振動環境に対する耐性の確認	剛性の確認	ワークマンシップの確認	構造数学モデルの確認
正弦波振動試験	○	○	○*1)	○*3)
ランダム振動試験	○	○	○*2)	—
サインバースト試験	○	—	○	○*4)
モーダルサーベイ試験	—	—	—	○

\*1) 主にシステム・サブシステムレベルのインテグレーションを含むワークマンシップの確認

\*2) 主にコンポーネントレベルのワークマンシップの確認

\*3) 固有振動数とその周波数における伝達関数の確認

\*4) 応力による静的な構造数学モデルの確認

### 2.2.1 正弦波振動試験

正弦波振動試験は、宇宙機システム、サブシステム、コンポーネントに対して行われる。宇宙機システムの正弦波振動試験では、システム全体として正弦波振動環境に対し耐性があり、製造上のワークマンシップに問題のないことを確認する。さらに、二次構体の場合、準静的加速度条件よりも正弦波振動条件が標定となることが多いため、二次構体の強度確認としての目的もある。また、加速度センサ各点の伝達関数の結果から、構造数学モデルの部分的な確認及び剛性要求を満足しているか確認する。必要に応じて、正弦波振動試験の結果に基づき構造数学モデルの修正（コリレーション）が実施される。

サブシステムの正弦波振動試験の目的は、基本的にシステムと同様である。コンポーネントの場合、図 2.2-1 に示すように剛性が高い（120Hz 以上）ことが多く、正弦波振動環境に対する耐性確認以外の主要項目はランダム振動試験により確認される。正弦波振動試験の目的を整理すると、表 2.2.1-1 に示す通りである。

表 2.2.1-1 正弦波振動試験の目的

区分	目的	備考
システム	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 正弦波振動環境に対する耐性の確認</li> <li>・ 二次構体の正弦波振動環境に対する強度確認</li> </ul>	—
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 剛性要求を満足していることの確認</li> </ul>	最低次固有振動数の確認
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ フライト品のワークマンシップの確認 *1)</li> </ul>	—
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 構造数学モデルの確認</li> </ul>	部分的な確認 *2) (主として固有振動数・応答倍率の確認を目的としている)
サブシステム	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 正弦波振動環境に対する耐性の確認</li> </ul>	—
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 剛性要求を満足していることの確認</li> </ul>	最低次固有振動数の確認
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ フライト品のワークマンシップの確認 *1)</li> </ul>	—
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 構造数学モデルの確認</li> </ul>	部分的な確認 *2) (主として固有振動数・応答倍率の確認を目的としている)
コンポーネント	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 正弦波振動環境に対する耐性の確認</li> </ul>	—

\*1) 正弦波振動試験時の負荷が標定となる部位に対して有効である。

\*2) モード形状を含めた構造数学モデルの確認を実施する場合は、2.2.4 項に示す「ベース加振によるモーダルサーベイ試験」の特徴に留意して実施すること。

正弦波振動試験には、単一周波数で加振する試験と、規定の周波数範囲を掃引して加振する試験とがある。宇宙機に対して実施される正弦波振動試験では、5～100[Hz]の周波数範囲を2また4[oct/min]で双方向(Up・Down)に掃引して加振することが要求される。周波数を掃引しながら加振する宇宙機の正弦波振動試験は、フライト時に生じる振動波形を模擬するものではなく、過度的な振動環境により生じる負荷を模擬するものである。フライトデータより正弦波振動環境条件(ロケット側より規定される条件)を設定する方法については、Appendix Aを参照のこと。

正弦波振動試験時の供試体の振動応答は過渡応答であり、掃引速度や掃引方向により変化する。横軸を正弦波振動試験時の加振周波数、縦軸を振動応答のピーク値とした時の掃引速度の違いによる振動応答の違いの模式図を、図2.2.1-1に示す。図2.2.1-1に示す通り、掃引速度が速い場合は、共振による供試体の振動応答が十分に成長せず、ピーク値が掃引速度に応じて小さくなり、また、ピーク値の周波数が、実際の供試体の固有振動数よりシフトす

る。従って、正弦波振動試験時の振動応答のピーク値を基に、供試体の固有振動数や Q 値を見積もる際や、正弦波振動試験時の試験条件（マニュアルノッチング）を決定する際には、往復掃引加振等を行うことにより、掃引速度及び掃引方向による供試体応答への影響を把握しておく必要がある。掃引速度及び掃引方向と供試体の振動応答との関係については、Appendix B を参照のこと。

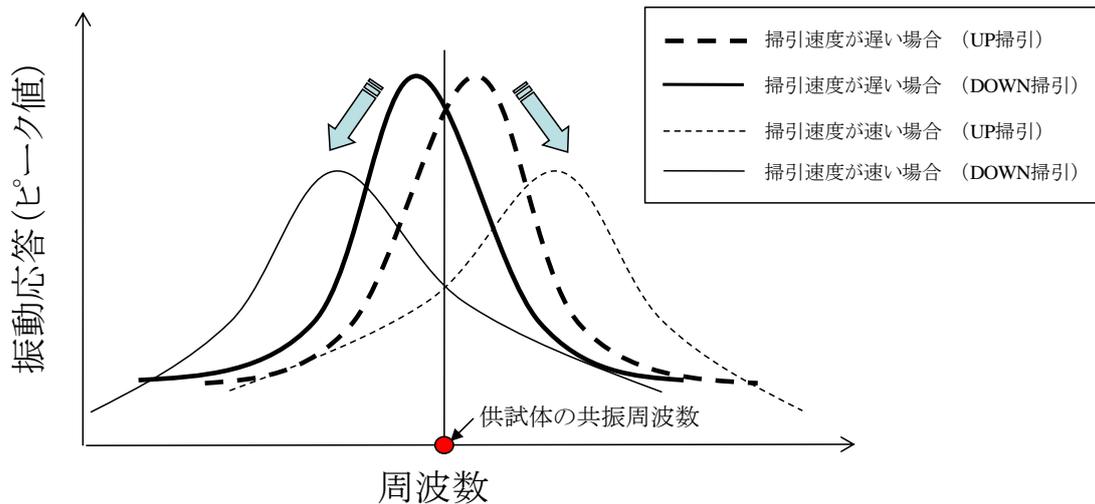


図 2.2.1-1 掃引速度及び掃引方向の違いによる応答の変化

### 2.2.2 ランダム振動試験

ランダム振動試験は、主としてコンポーネントに対して行われる。コンポーネントのランダム振動試験では、打上げ時の音響環境により励起されるランダム振動（2.1 項（1），（2）参照）に対し耐性があり、製造上のワークマンシップに問題のないことを確認する。また、加速度センサ各点の伝達関数の結果から、システム側からの剛性要求を満足していることを確認する。コンポーネントのランダム振動試験の目的を整理すると、表 2.2.2-1 に示す通りである。

薄いパネルから構成されている大型アンテナのようなサブシステムの場合、フェアリング内部音響の直接負荷によるランダム振動とサブシステム取付点からのランダム振動を比較検討し、供試体にとって負荷の大きい試験法を選択する（若しくは双方を実施する）ことが必要である。選択指針については、音響試験ハンドブック 2.3 項を参照のこと。

システムに対しては、一般的には音響試験が実施されるが、ロケット側の要求によっては、システムに対してランダム振動試験を実施する場合がある。

ランダム振動試験は、20～2000[Hz]の周波数範囲で、加速度パワースペクトル密度 (PSD) により規定されるレベルで定常加振を行うことが要求される。試験レベルは、音響試験時にコンポーネント取付点で発生する加速度 PSD に基づき、システム側が規定する。

表 2.2.2-1 ランダム振動試験の目的

区分	目的	備考
コンポーネント	・ランダム振動環境に対する耐性の確認	—
	・剛性要求を満足していることの確認	最低次固有振動数の確認
	・フライト品のワークマンシップの確認 *1)	—

\*1) 海外の各機関においては、打上げ環境のランダム振動レベルが低い場合であっても、ランダム振動試験時に一定のワークマンシップエラー検出効果を得るために、最小ワークマンシップレベルを設定している（図 2.2.2-1 参照）。最小ワークマンシップレベルについては、Appendix C を参照のこと。

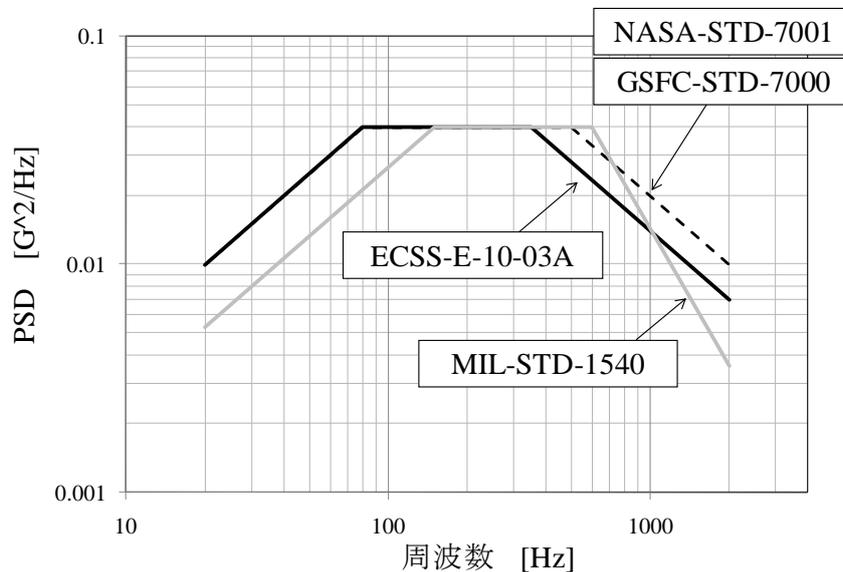


図 2.2.2-1 海外の各機関の最小ワークマンシップレベル（ランダム振動）

### 2.2.3 サインバースト試験

サインバースト試験は、打上げ時の準静的加速度環境に対する宇宙機の耐性を確認する試験（静荷重試験の代替手法）である。

サインバースト試験では、供試体の 1 次固有振動数より十分に低い周波数（通常、1/3 以下）で、図 2.2.3-1 に示す波形の加速度負荷を行うことにより、準静的加速度環境を模擬する[2-7]。試験レベルでの負荷サイクル数は、静荷重を負荷する目的としては図 2.2.3-1 に示す試験領域において 1 サイクルで良いが、加振機の制御特性を考慮し、数サイクル（3～5 サイクル）で実施する人が多い（NASA では 5 サイクルと規定されている[2-7]）。供試体の質量が大きく、固有振動数が低い場合は、加振機の制約により実施することが難しく、一般的にはサブシステムレベルの供試体に適用される。サインバースト試験の目的を整理すると、表 2.2.3-1 に示す通りである。

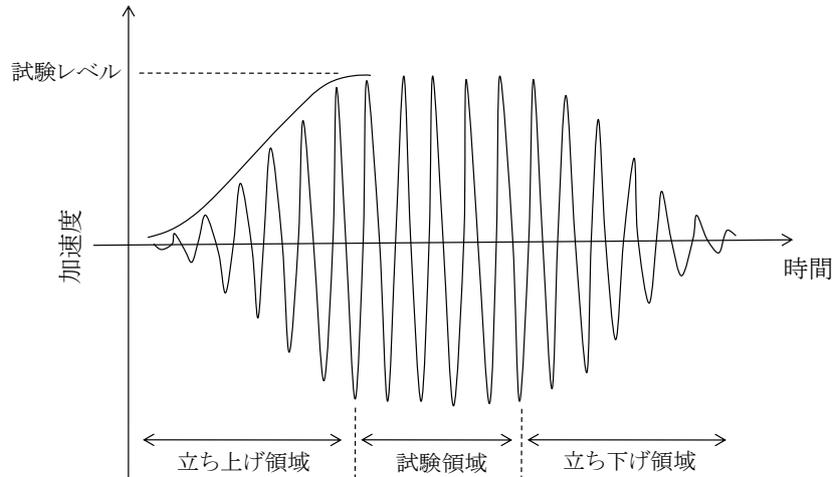


図 2.2.3-1 サインバースト振動試験時の加速度波形（一例）

表 2.2.3-1 サインバースト試験の目的

区分	目的	備考
サブシステム	・準静的加速度環境に対する耐性の確認	—
	・フライト品のワークマンシップの確認 *1)	—
	・構造数学モデルの確認	応力による静的な構造数学モデルの確認

\*1) サインバースト試験時の準静的加速度負荷が標定となる部位に対して有効である。

打上時の準静的加速度環境は、供試体の座標系における直交 3 軸若しくは直交する 2 軸の重心相当加速度として規定される。静荷重試験としてサインバースト試験を実施する場合は、各軸に対する重心相当加速度を供試体に対して同時に負荷する必要がある。加振機によるサインバースト試験では、一軸方向にしか荷重を負荷することができないため、準静的加速度環境負荷時に標定となる部位（強度余裕が少ない部位）を解析により求め、その部位に所定の負荷がかかるよう加振軸及び負荷レベルを規定することになる。その他の部位については、解析により耐性の確認が実施される。サインバースト試験に関する詳細は、Appendix D を参照のこと。

#### 2.2.4 モーダルサーベイ試験

モーダルサーベイ試験とは、構造数学モデルの精度を確認するために必要となる、宇宙機のモードパラメータ（固有振動数・減衰比・モード形状）を取得する試験である。一般的には、単一または複数の小型加振機を用いて供試体を加振し、加振入力（フォース）に対する供試体各部の応答（加速度）の伝達関数より、モードパラメータを同定する。ただし、小型

加振機を用いたモーダルサーベイ試験を大型の宇宙機に対して実施する場合には、多数の小型加振機や剛な床などの専用設備を必要とする上、試験に相応の時間が必要となる。そのため、耐環境試験として実施される振動試験の結果を用いた方法（ベース加振によるモーダルサーベイ試験）が検討されている[2-8]～[2-9]。

表2.2.4-1に、小型加振機を用いた一般的なモーダルサーベイ試験とベース加振によるモーダルサーベイ試験の特徴（長所・短所）を示す。試験方法の採用については、構造数学モデルの精度要求に応じて選択する必要がある。モーダルサーベイ試験の詳細については、Appendix Eを参照のこと。

表 2.2.4-1 各加振方法によるモーダルサーベイ試験の特徴

	小型加振機による加振	ベース加振
特徴	<ul style="list-style-type: none"> <li>励起されるモードは加振点に依存する。</li> <li>構造数学モデルを用いて加振点を適切に選定することにより、対象とするモードのモードパラメータを取得することが可能である。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>励起されるモードは加振軸に対する有効質量に依存する。</li> <li>加振軸に対する有効質量が極端に小さいモードのモードパラメータは取得が困難である。</li> </ul>
長所	<ul style="list-style-type: none"> <li>加振点を適切に選定することにより、精度良く構造数学モデルを確認することが可能である。</li> <li>モード形状のスケールを計測することが可能である。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>振動試験結果を利用することが可能であるため効率的である。</li> <li>加振軸に対する有効質量が大きいモードに関しては精度良く構造数学モデルを確認することが可能である。</li> </ul>
短所	<ul style="list-style-type: none"> <li>小型加振機や剛な床などの専用設備が必要となる。</li> <li>試験に相応の時間が必要となる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>加振軸に対する有効質量が極端に小さいモードに関しては構造数学モデルを確認することができない。</li> <li>振動試験設備のクロストークが大きい周波数では精度が低下する。</li> <li>モード形状のモード質量に対する正規化ができない。</li> </ul>
注意点	<ul style="list-style-type: none"> <li>大型構造物に関しては、加振エネルギーが構造全体に伝わらない場合があるため、複数点を同時に加振することが望ましい。</li> <li>加振入力が微小であるため、供試体が加振力に対する強い非線形性を持つ場合は、得られたモードパラメータが実環境（打上げ環境）に対するものと異なる場合がある。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>正弦波試験結果を用いる場合は掃引速度による応答の変化を考慮する必要がある。（Appendix B 参照）</li> </ul>

### 2.3 打上げ時と地上試験時の振動環境の違い

打上げ時の振動環境に対する耐性確認を目的とした試験を実施する場合は、可能な限り打上げ時に発生すると予想される振動の特性（レベル、周波数帯域、及び負荷時間等）を模擬した地上試験を実施すべきである。しかし、打上げ時の低周波振動環境に対する耐性確認は、本文 2.1 項で述べた各イベントにおける低周波振動環境を模擬した試験ではなく、本文 2.2.1 項で述べた正弦波振動試験で実施される場合が多い（Appendix A 参照）。また、打上げ時は最大 6 自由度（並進 3 自由度及び回転 3 自由度）の同時加振であるが、地上で多軸加振を実施するための技術課題及びコスト的な制約から、一般的には、並進 3 自由度（回転加振は実施しない）の各軸に対する単軸加振が行われる。さらに、打上げ時の振動環境の周波数特性は、搭載される宇宙機が異なればその動特性に応じて変化し、また同一ロケットでもフライト毎にロケットに加わる外力が変動するため、ロケット側が宇宙機に対して提示する環境条件にはそれらの不確定性を考慮した包絡値が規定される。

以下では、宇宙機の振動試験における加振自由度、及び打上げ環境に基づく試験レベルで振動試験を実施した場合の過負荷について述べる。

(1) 多軸加振の振動環境を各軸の単軸加振で模擬することによる打上げ環境（6 自由度の同時加振）との負荷の違いは、現時点においても広く議論及び調査されている[2-1], [2-10]～[2-12]。例えば、文献[2-11]では、単純な構造体を用いた実験により、単軸加振と多軸加振では破壊モードが異なることが示されている。文献[2-12]には、各軸間の連成の強さが予測困難な構造について 6 自由度加振を行い、その有効性が示されている。しかしながら、宇宙機が多軸加振を実施するための試験条件や試験方法は現時点においても確立されておらず、多軸加振の試験設備の技術成熟度と高い整備コストのため、現在の宇宙機の振動試験は単軸加振が主流である。本ハンドブックでは参考として、多軸加振時と単軸加振時の振動応答解析方法及び比較結果の一例を Appendix F に示す。

(2) 宇宙機に対して規定される打上げ時の環境条件は、一般的には、不確定性のある確率で統計的に包絡（例えば 50%の信頼性で 95%の母集団を包絡）した結果に対し、そのピーク値を包絡するよう周波数方向に平滑化（谷を無視し直線的な包絡線を引く処理）を施した結果である。この環境条件設定の際に行う平滑化は、異なる固有振動数を持つ宇宙機及び製造上のバラツキ等に伴う固有振動数の変動に対応するためである。

しかし、実際の打上時の環境は、動吸振器効果<sup>※1</sup>のためロケットと宇宙機の結合部では、宇宙機の共振周波数（剛固定時）で加速度が急激に小さくなる。従って、平滑化を施された環境条件を基に、宇宙機を振動台上に剛固定した状態で振動試験を実施すると、宇宙機の共振周波数で振動試験時の負荷は打上げ時よりも大きくなる（図 2.3-1 参照）。宇宙機システムとサブシステム・コンポーネントの結合部においても、同様である。

このように、供試体の共振周波数における過剰な負荷が、宇宙機を設計する上で非現実的な場合は、適切な試験条件（ノッチング条件）を検討し設定する必要がある。ノッチング条件の考え方や、ノッチングの種類及び設定方法については、3.2 項及び 3.3 項にて説明する。

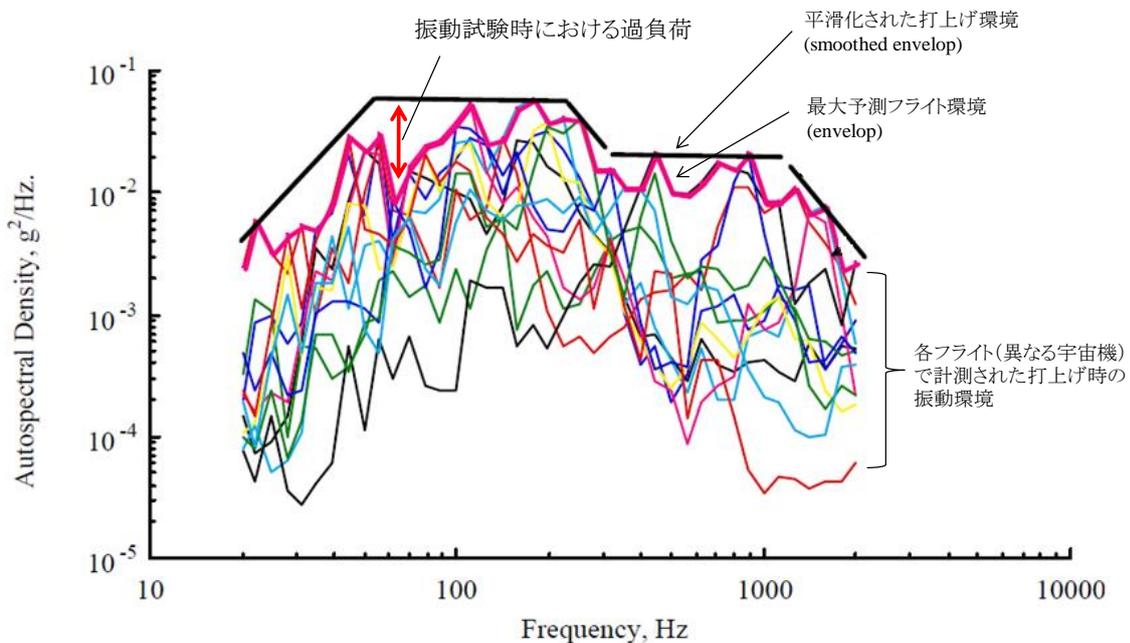


図 2.3-1 平滑化された打上げ時のランダム振動環境（一例） [2-1]

#### ※1 動吸振器効果

動吸振器効果とは、ある周波数で振動している構造物（主振動系）に、共振周波数とその周波数と一致する構造物（副振動系）を取付け、副振動系からの逆位相の反力により主振動系の振動が抑制される効果のことをいう。詳細については、フォースリミット振動試験ハンドブックの Appendix A.2 項を参照のこと。

## 2.4 振動試験時の累積疲労損傷

振動試験時の構造材料に対する故障モードは、強度不足による破壊（初通過破壊）と負荷の大きさ及び負荷時間（回数）の両方による疲労破壊がある。宇宙機の地上試験時及びフライト時の負荷による疲労破壊を防ぐためには、地上での試験回数・試験時間・試験レベルに留意し、試験を計画する必要がある。

材料の疲労現象は、大別すると、低サイクル疲労と高サイクル疲労に分けられる。図 2.4-1 に材料の応力と破壊までの繰り返し回数の模式図を示す。低サイクル疲労（極低サイクル疲労も含む）は、塑性ひずみが顕著に生じるような負荷が繰り返し作用し破壊に至る現象であり、材料によって異なるが、破壊に至るまでの繰り返し負荷回数は概ね  $10^4$  回以下である。高サイクル疲労は、材料の降伏応力より低い負荷が繰り返し作用することにより破壊に至る現象であり、材料によって異なるが、破壊に至るまでの繰り返し負荷回数は概ね  $10^5$  回以上である。通常、宇宙機は規定された負荷により塑性変形が生じないよう強度設計を行うため、高サイクル疲労に留意する必要がある。

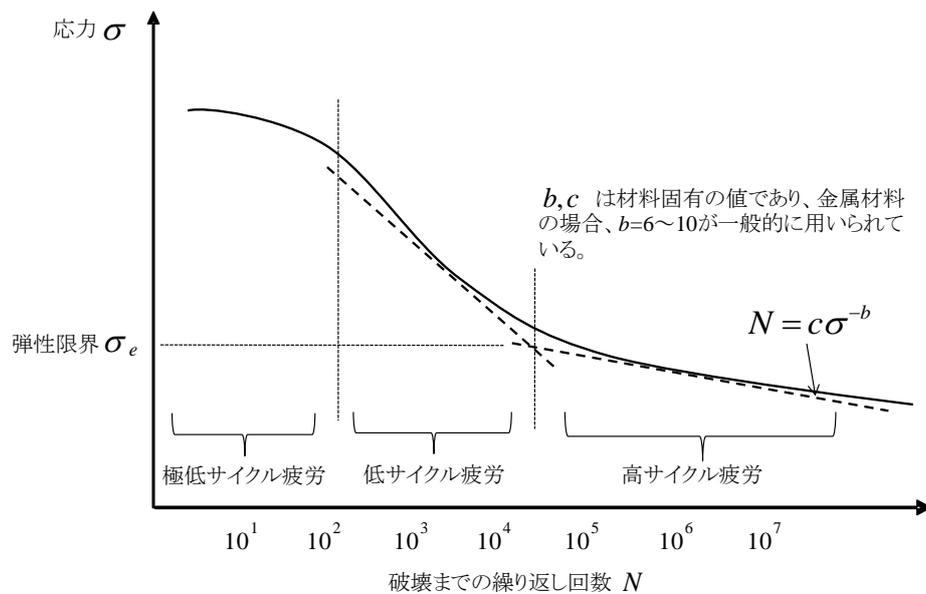


図 2.4-1 材料の応力と破壊までの繰り返し回数の模式図（S-N 曲線）

正弦波振動試験時の加振周波数  $f(t)$  は、掃引速度 (oct/min) を  $\beta$ 、掃引開始周波数を  $f_{start}$  とすると、以下の通りとなる。

$$f(t) = f_{start} \cdot \exp\left(\frac{\beta \cdot \ln 2}{60} t\right) = f_{start} \cdot 2^{\frac{\beta t}{60}} \quad (2.4-1)$$

正弦波振動試験時の負荷サイクル数  $N_{sin}$  は、以下の式により計算することができる。

$$\begin{aligned}
 N_{sin} &= \int f(t) dt \\
 &= \frac{60}{\beta \cdot \ln 2} (f_{end} - f_{start})
 \end{aligned}
 \tag{2.4-2}$$

ここで、 $f_{end}$  は掃引終了周波数である。通常、宇宙機の正弦波振動試験は、5~100[Hz]の周波数範囲において、2 または 4[oct/min]の掃引速度で実施される。表 2.4-1 に、2 または 4[oct/min]の掃引速度で実施した際の負荷サイクル数を示す。表 2.4-1 に示す通り、正弦波振動試験時の負荷サイクル数は、高サイクル疲労により破壊を起こす負荷回数（ $10^5$ 回）と比較して無視し得るほど小さいため、評価されない場合が多い。しかし、ランダム振動試験では 2000Hz までの高周波数帯域におよぶ負荷をかけるため、高サイクル疲労による累積疲労損傷を考慮する必要がある。宇宙機の高サイクル疲労の評価方法については、音響試験ハンドブックの Appendix D 及び E を参照のこと。低サイクル疲労による累積疲労損傷を評価する必要性が生じた場合においては、文献[2-13]~[2-15]を参照のこと。

表 2.4-1 正弦波振動試験時の負荷サイクル数（5~100[Hz]）

	掃引速度 [oct/min]	
	2	4
サイクル数 [回]	約 4111	約 2055

## 2.5 振動試験時における供試体の非線形挙動

宇宙機構造には少なからず何らかの非線形要素が含まれているため、振動試験結果にも非線形の影響が含まれる。非線形挙動が大きいと、線形モデルを仮定した解析結果と振動試験結果との差異が大きくなる。本項では、供試体の非線形挙動による振動試験結果への影響に関する概要を述べる。

振動試験時に生じる非線形挙動のメカニズムは複雑で、一つの要因が支配的な場合もあれば複数の要因が重なって生じる場合もある。これらの非線形挙動は、通常、構造非線形・材料非線形及び時間依存非線形のいずれかに分類される[2-16]。

非線形挙動の分類と発生要因を、表 2.5-1 に示す[2-16]。構造非線形は、アンテナや進展マストといった柔軟構造物の有限変形や構造部材間のガタ・摩擦等により生じる現象である。材料非線形は、構造部材の材料特性として粘弾性の強い材料や容易に弾塑性域に達するような材料を用いた際に生じる現象である。時間依存非線形は、材料のクリープ特性や材料内部のクラックの拡大等、時間によって材料特性が変化する場合に生じる現象である。表 2.5-2 に、非線形挙動の現象を示す。図 2.5-1 は、非線形現象の例として加振力依存、共振峰割れ及び鈍化、跳躍及び履歴に伴う非線形挙動が生じた場合の周波数応答関数（伝達関数）

を示したものである。実際の宇宙機システムの振動試験時に確認された非線形挙動の一例を、図 2.5-2 に示す。図 2.5-2 に示す例は、加振力依存及び共振峰割れの非線形挙動であり、加振レベルを段階的に上げていくにつれ、伝達関数のピーク値が変化している。

供試体の非線形性を確かめる方法としては、図 2.5-2 に示した通り、加振力の大きさを変えながら、上昇と下降の掃引加振を行い、表 2.5-2 や図 2.5-1 に示した項目ごとに検討する方法が一般的である。簡易的に調べる方法としては、ランダム加振を行い、関連度関数（コヒーレンス関数）を評価する方法もある（関連度関数については 4.1.4 項参照のこと）。これらの方法は、供試体の非線形性を試験現場で簡易的に確認する際に適した方法である。その他の方法としては、振動試験で得られた周波数応答関数にヒルベルト変換[2-17]～[2-19]を施す方法や、振動応答の高次スペクトル[2-20]～[2-22]を用いる方法（高調波成分を含む非線形挙動の確認方法）もある。

表 2.5-1 非線形挙動の分類と発生要因

非線形挙動の種類	要因
構造非線形	構造部材の有限変形、構造部材間のガタ・摩擦
材料非線形	構造部材の材料特性（粘弾性、弾塑性等）
時間依存非線形	構造部材の材料特性の経年変化（クリープ等）

表 2.5-2 非線形振動の現象 [2-16]

現象	内容
加振力依存	加振力の大きさによって、応答の振幅・固有振動数・減衰比が変化する（図 2.5-1(a)）。
高調波・分数調波	応答の中に加振力振動数の整数倍の振動数である高調波成分或いは分数倍の振動数である分数調波成分が出現する。
共振峰割れ	共振峰が割れ、あたかも複数の異なる振動数で共振が生じているように見える（図 2.5-1(b)）。
共振峰鈍化	高周波成分や分数調波成分へのエネルギー漏れのため、共振振幅が線形の場合より小さくなり、あたかも減衰が増大したかのように共振峰が鈍化する（図 2.5-1(b)）。
跳躍	正弦波振動試験時に、ある振動数で応答振幅が不連続な変化（跳躍）をする（図 2.5-1(c), (d)）。
履歴	正弦波振動試験時に低周波数からの上昇掃引と高周波数からの下降掃引で周波数応答曲線が異なる（図 2.5-1(c), (d)）。
不確定成分	応答に、不確定で再現性のないばらついた成分が出現し、あたかも外部雑音の混入による誤差発生のように周波数応答関数が乱れる（図 2.5-1(b)）。
時間依存	ランダム加振試験時に、加振時間の経過とともに応答の様相が変化する。

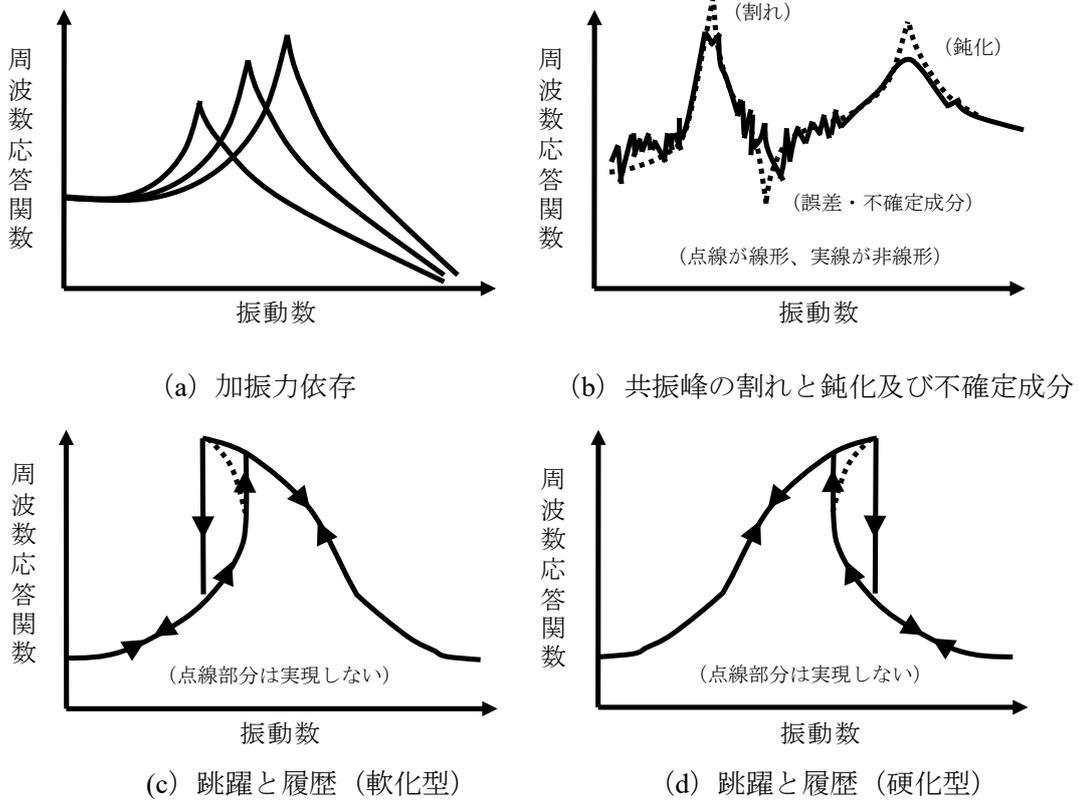


図 2.5-1 周波数応答関数における非線形挙動の一例 [2-16]

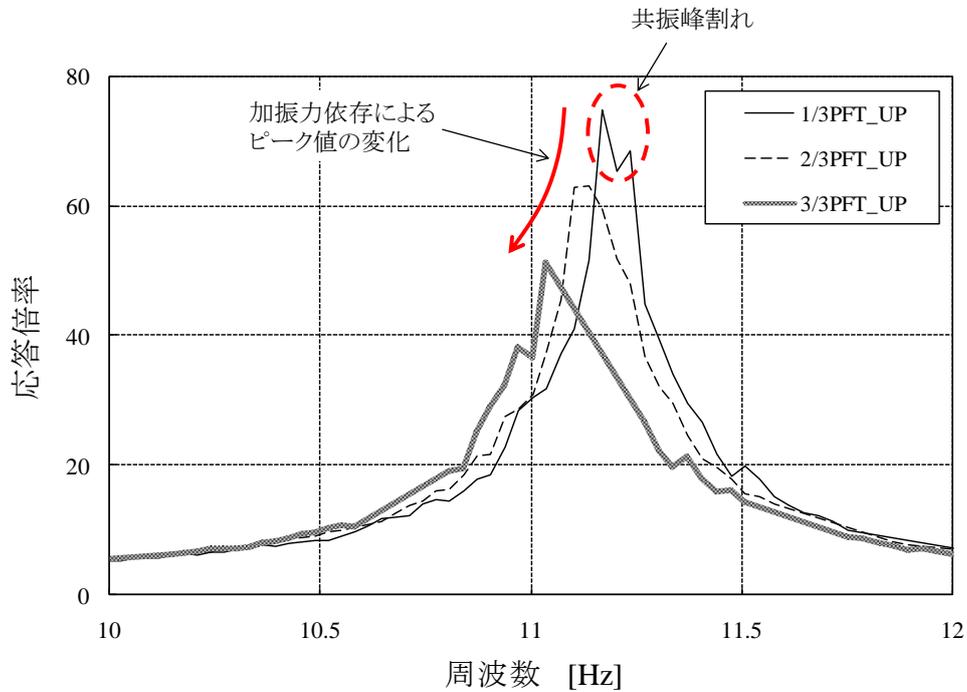


図 2.5-2 加振力依存による非線形挙動の一例

## 2.6 参考文献

- [2-1] NASA-HDBK-7005, DYNAMIC ENVIRONMENTAL CRITERIA
- [2-2] NASA SP 8055, Prevention of Coupled Structure-Propulsion Instability (Pogo), (1970-10)
- [2-3] K. W. Dotson, J. M. Womack and P. J. Grossrode, “Structural Dynamic Analysis of Solid Rocket Motor Resonant Burning”, Journal of Propulsion and Power, Vol.17, No.2, March-April 2001
- [2-4] Jean-François Guéry, Séverine Ballereau, Franck Godfroy, Stany Gallier, Olivier Orlandi, Patrick Della Pieta, Eric Robert and Nathalie Cesco, “Thrust Oscillations in Solid Rocket Motors”, Proceedings of 44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 21 - 23 July 2008, Hartford, CT
- [2-5] 森田貴和, 高野雅弘, 山本洋一, 判沢正久, “上段固体ロケットモータの残留推力に関する考察”, 東海大学紀要工学部 Vol.32, No.1, 1992, pp293-304
- [2-6] NASA-NSTS 14046 (Rev.D), Payload Verification Space Shuttle Programu, July 1997
- [2-7] GEVS-STD-7000, GENERAL ENVIRONMENTAL VERIFICATION STANDARD (GEVS)For GSFC Flight Programs and Projects
- [2-8] Fullekrug U., “Determination of Effective Masses and Modal Masses from Base-Driven Tests”, Proc., 14<sup>th</sup> Inter. Modal Analysis Conf., Dearborn, MI, Feb. 1996
- [2-9] Ramin Sedaghati, “Efficient Estimation of Effective Mass for Complex Structures under Base Excitations”, Canadian Aeronautics and Space Journal, Vol. 49, No. 3, P135-143, September 2003
- [2-10] Himelblau H., Hine M.J., Frydman A., and Barrett P.A., "Effects of Triaxial and Uniaxial Random Excitation on the Vibration Response and Fatigue Damage of Typical Spacecraft Hardware," Proc.66<sup>th</sup> Shock and Vibration Symp., Vol.1, pp15-32, 1995
- [2-11] R.M.French, R.Handy, and H.L.Cooper, “A Comparison of Simultaneous and Sequential Single-Axis Durability Testing”, Society of Experimental Mechanics, September/October 2006, P32-37
- [2-12] Walter Chung, “Lessons learned developing a test like you fly six degree-of-freedom shaker”, 25<sup>th</sup> Aerospace Testing Seminar, Oct. 15-17, 2009, Manhattan beach, USA
- [2-13] Manson, S. S., “Fatigue: A Complex Subject – Some Simple Approximations”, Experimental Mechanics, pp. 193-226, July 1965.
- [2-14] Solomon, H. D., Brzozowski, V. and Thompson, D. G.,”Prediction of Solder Joint Fatigue Life”, 40 ECTC, IEEE, 1990, pp.351-359.
- [2-15] Coffin, L. F. A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stress of a Ductile Metal, Transactions of ASME, Vol. 76, pp.931-950, 1954.
- [2-16] 部分構造合成法, 長松昭男、大熊政明、培風館
- [2-17] モード解析の基礎と応用、日本機械学会、丸善

- [2-18] 大久保信行、山本弘、仁礼徹、「ヒルベルト変換を用いた非線形振動解析—モーダルアナリシスの基礎と応用に関する研究」 JSPE-52-03'86-03-485,pp.89-94
- [2-19] G.R. Tomlinson, "Using the Hilbert Transform with linear and non-linear multi-mode systems,"
- [2-20] 松本宏行、山川新二、「バイスペクトルによる非線形振動系の同定」日本機械学会論文 文集 (C 編)、61 巻 588 号、1995、pp.26-31.
- [2-21] Howard, I.M., "Higher-Order Spectral Techniques for Machine Vibration Condition Monitoring, " Proceedings of the I MECH E Part G Journal of Space Engineering Vol. 211, (1997), No.4, pp.211-219.
- [2-22] DooWhan C., Jung-Hua, C, Ronald O.S. and Edward J.P., "Bispectral Identification of Nonlinear Mode Interactions,"

### 3. 振動試験

振動試験を計画する際には、試験シーケンスや試験レベル及び試験時間などの試験条件を設定する。供試体への過負荷が予測される場合は、適切な負荷がかかるようにノッチング条件を設定し、そのノッチングの実現方法を選択する。振動試験設備の仕様と試験条件を比較検討し、設定された試験条件による加振を実現するための設備を選定する。また、供試体を振動台と機械的に結合するための治具の準備を行う。振動試験を実施する際には、加振制御系や計測系を適切に設定する。また、振動試験は供試体に大きな荷重を加える試験であるため、安全には特に注意が必要であり、異常が発生した際の異常監視体制を確保しておくことが重要である。

本項では、本文 2.2 項で述べた振動試験のうち、多くの宇宙機に対して実施される動電型の単軸加振機を用いた正弦波振動試験及びランダム振動試験に関する上記の事項について述べる。

#### 3.1 試験シーケンス

試験目的を達成できるよう振動試験を安全に実施するためには、計画段階において試験シーケンスを検討しておくことが重要である。

振動試験では、設計仕様等で要求される条件での加振（本加振）に加え、その前後に供試体への負荷を極力小さくした加振（特性確認加振）を行い、供試体の動特性（伝達関数）を確認する。この特性確認加振は、本加振によって供試体に構造上の異常が発生していないことを確認する目的で、並進三軸の各本加振の前後に実施される。また、本加振を実施する前に、加振機の制御特性や供試体に過負荷がかからないことを確認する目的で、本加振より低いレベルでの予備加振を実施する場合がある。

試験シーケンスの一例を、図 3.1-1 に示す。以下では、図 3.1-1 中に示す各加振の目的や留意事項を述べる。

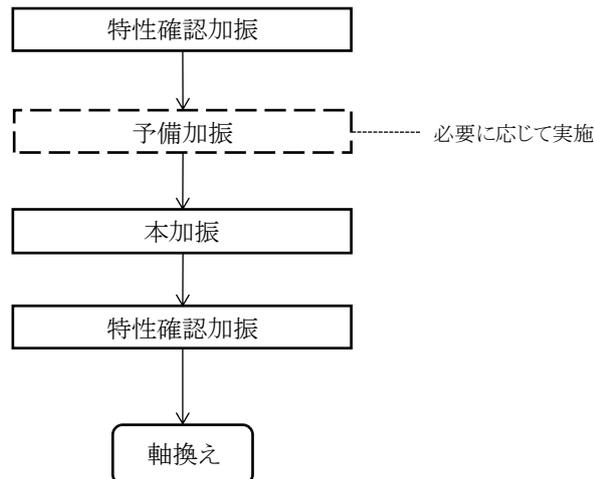


図 3.1-1 振動試験時の試験シーケンスの一例

### (1) 特性確認加振

特性確認加振の主目的は、本加振前後の供試体の伝達関数を“Signature（固有の特性）”として取得することである。本加振前後の伝達関数を比較することで、本加振時の負荷により、供試体に構造上の異常（亀裂・破損・ボルトの緩みなど）が発生していないことを確認する。

本加振の前に実施する特性確認加振には、以下に示す目的も含まれている。

- (a) 取得した伝達関数により、供試体の固有振動数及び応答倍率を確認する。供試体の構造数学モデルがある場合は、主要モードの固有振動数を確認することにより、構造上の明らかな異常の有無を確認することができる。本加振時にノッチングを実施する場合は、取得した伝達関数に基づきノッチングの設定について検討する（詳細は3.3項参照）。
- (b) 取得した伝達関数より、本加振時の各部の応答を予測する。応答の予測結果に基づき、本加振時に供試体の設計仕様を超える過負荷がかからないことを確認するとともに、本加振時の適切な計測レンジを算出する。
- (c) 制御結果（加振レベル及びドライブ信号）を確認し、振動台上（若しくは治具上）に設置された制御用の加速度センサが反共振点に設置されていないこと（詳細は3.7.1項参照）、及び負荷すべき加速度成分以外の成分が含まれていないこと等を確認する。
- (d) 本加振と同じ種類の加振波形を用いた特性確認加振を行うことにより、本加振時に制御が乱れる周波数帯及び乱れの程度を事前に確認することができる。

特性確認加振では、供試体への振動負荷を極力小さくし、伝達関数を取得する上で十分なS/N比が得られるレベルで加振を実施することが望ましい。加振周波数範囲も同様に、伝達関数を取得する上で十分な範囲を設定する。加振波形の種類については、正弦波振動若しくはランダム振動のどちらで実施しても良いが、表3.1-1に示す各加振波形を選択した際の特徴を理解した上で選択することが望ましい。

表 3.1-1 各加振波形を選択した際の特徴

加振波形	特徴
正弦波振動	<ul style="list-style-type: none"> <li>ランダム振動と比較して S/N 比が良い。</li> <li>加振エネルギーが単一周波数に集中するため、供試体の共振周波数においては過負荷となる場合がある。必要に応じてオートノッチングの適用を検討すること。また、供試体の Q 値が高い場合は、その共振周波数において加振能力不足となる場合があるため注意すること(詳細は 3.7.4 項(2)参照)。</li> </ul>
ランダム振動	<ul style="list-style-type: none"> <li>正弦波振動と比較して S/N 比が悪い。</li> <li>試験設備(加振機)の最低制御レベルで実施する場合は、加振周波数範囲を広げることにより、単位周波数あたりの加振エネルギー(PSD 値)を小さくすることが可能となるため、供試体の共振周波数における負荷の低減及び正弦波振動において加振能力不足となる事象の回避が可能である。</li> </ul>

## (2) 予備加振

予備加振は、本加振を確実かつ安全に実施するために、以下に示す事項を確認する目的で実施される。予備加振の試験レベルは、本加振より低いレベル(例えば 1/3 や 1/2)で実施される。加振周波数範囲や加振波形の種類は、本加振と同じである。以下に示した事項を事前に確認する必要がない場合、予備加振は省略される。

- (a) 加振機の制御特性や設定したノッチング等が適切に動作することを確認する。
- (b) 加振レベルの上昇に伴う減衰及び共振周波数の変動などの供試体の非線形性(本文 2.5 項参照)を確認する。本加振でのノッチングの設定は、供試体の非線形性を考慮して調整される(詳細は 3.3 項参照)。
- (c) 取得した伝達関数より、本加振時の各部の応答を予測する。応答の予測結果に基づき、本加振時に供試体の設計仕様を超える過負荷がかからないことを確認する。

## (3) 本加振

打上げ時の振動環境に対する耐性確認の目的で実施される加振である。本加振は、規定された試験条件(詳細は 3.2 項で述べる)での加振である。

### 3.2 試験条件

振動試験を実施する際には、試験条件として、試験レベル、試験時間（正弦波の場合は掃引速度）及び試験条件公差を設定する。また、ノッチングを適用する場合は、ノッチング条件を設定する。本項では、本加振の試験条件を設定する際の手順を述べる。

正弦波及びランダム振動試験の試験条件として設定する項目を、表 3.2-1 に示す。これらの試験条件は、宇宙機システムの場合、ロケット側より提示される環境条件及び柔結合解析 (CLA) の結果に基づき設定される。CLA についての詳細は Appendix L を参照のこと。サブシステム及びコンポーネントの場合は、システム側がサブシステム及びコンポーネントに対して規定する設計仕様に基づき設定される。

表 3.2-1 試験条件として設定する項目

試験区分	項目	備考
正弦波振動試験	試験レベル	加振周波数範囲の加速度レベルを設定
	ノッチング条件	ノッチングを実施する場合はノッチングをかける部位、周波数、及びノッチングレベルを設定
	掃引速度 *1)	インタフェースを規定する管理文書または仕様書に基づき設定
	掃引方向 *2)	インタフェースを規定する管理文書または仕様書に基づき設定
	試験条件公差	衛星一般試験標準に基づき設定 (試験条件公差の設定については Appendix G 参照)
ランダム振動試験	試験レベル	加振周波数範囲の加速度パワースペクトル密度を設定
	ノッチング条件	ノッチングを実施する場合はノッチングをかける部位、周波数、及びノッチングレベルを設定
	試験時間 *3)	インタフェースを規定する管理文書または仕様書に基づき設定
	試験条件公差	衛星一般試験標準に基づき設定 (試験条件公差の設定については Appendix G 参照)

\*1) 通常、AT・PFT の場合は 4[oct/min]、QT の場合は 2[oct/min]である。

\*2) 通常、上昇方向(sweep up)と下降方向(sweep down)の双方向である。

\*3) 通常、AT・PFT の場合は 60 秒、QT の場合は 120 秒である。累積疲労損傷管理（累積疲労損傷率に対する規定）が要求される場合、QT の試験時間はその要求値に基づき設定。

### 3.2.1 正弦波振動試験条件

宇宙機システムの正弦波振動試験は、ロケット側より規定される正弦波振動環境条件に、適切なノッチング条件を適用して実施される。基本的に、ノッチングの対象となる周波数は、正弦波振動試験の加振周波数範囲内に複数存在する宇宙機の固有振動数近傍である。ノッチングの対象となる部位は、システムの全機重心相当点、タンク・太陽電池パドル・アンテナなどの大型機器の重心相当点、振動振幅の大きいアンテナ先端等が選ばれることが多い。ノッチングレベルは、設計仕様書等で規定されているレベルを上限として、ロケットと衛星の柔結合解析 (CLA) の結果に基づき、ロケット側との調整の上で設定される。設定されたノッチングレベルを基に、各ノッチング対象部位の応答がノッチングレベルを超えない入力加速度 (ノッチング後の加振レベル) をシステムの構造数学モデルを用いた解析 (試験前解析) により求める。試験前解析の結果より、振動試験時にかかる各部の負荷や、どの部位がどの周波数帯でノッチングにかかるかを確認する。

サブシステム及びコンポーネントの正弦波振動試験は、システム側から要求される試験レベル及びノッチング条件で加振される。加振周波数範囲内に固有振動数を持つ供試体に対しては、ノッチングが適用される場合もある。ノッチングを適用する場合の試験前解析の方法は、システムの場合と同じである。また、サブシステムやコンポーネントは、システムと比較して試験レベルが大きく、低周波数領域で加振機の変位制限または速度制限により、加振できない場合がある (詳細は 3.6 項参照)。この場合、低周波数領域で試験レベルを下げる必要があるが、多くのサブシステムやコンポーネントは 1 次固有振動数が高いため、試験実施上問題となることは少ない。

### 3.2.2 ランダム振動試験条件

ランダム振動試験の供試体は宇宙機のコンポーネントであることが多く、その周波数範囲は通常 20-2000Hz で、試験レベルは宇宙機システムより要求されるレベルである。宇宙機システム側はロケット側より規定される音響環境条件に基づきコンポーネントの取付けインタフェース部におけるランダム振動応答を解析や過去の音響試験データにより予測し、試験レベルはその予測値に基づき設定される。ランダム振動応答の解析方法については音響試験ハンドブックの 3 項を参照のこと。また、過去の音響試験データを用いたランダム振動スペクトラムの統計的予測方法を Appendix K に、同方法を用いた機器質量  $M=1, 10, 50\text{kg}$  のときの予測例を図 3.2.2-1 に示す。

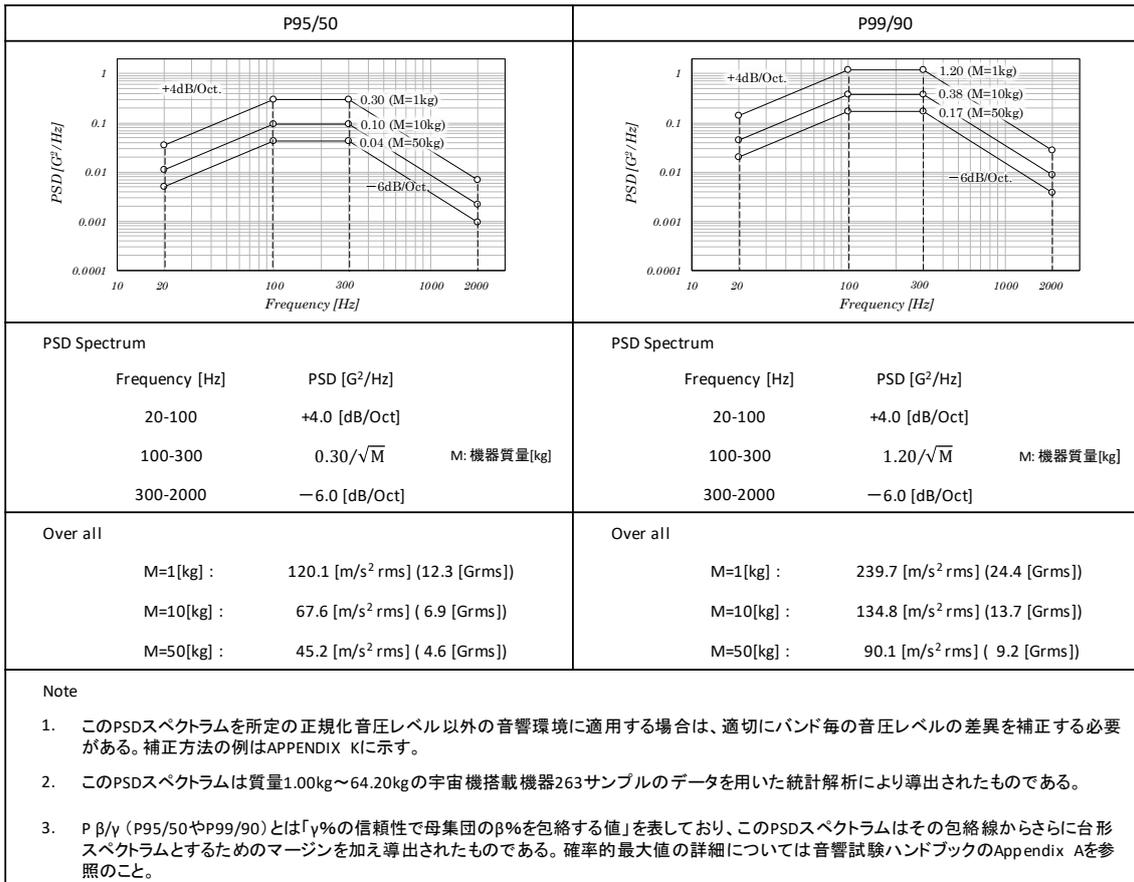


図 3.2.2-1 機器質量に応じた面外方向ランダム振動スペクトラムの予測例

コンポーネント内部の共振がクリティカルな場合は、ノッチングが適用される。ノッチングを適用する際の条件は、正弦波の場合（3.2.1 項）と同様に、構造数学モデルを用いて過負荷となる部位及びノッチングレベルを検討する必要がある。重心相当加速度（インタフェース部のフォース）に対するノッチングレベルを設定する方法としては、単純2自由度法や半経験式法などがある（詳細は、フォースリミット振動試験ハンドブック参照）。システムの構造モデルの音響試験結果がある場合は、試験結果に基づき過負荷となる固有振動数付近の試験レベルをあらかじめ下げて設定することもある。

累積疲労損傷管理が要求される場合、コンポーネントの開発モデルのランダム振動試験の試験時間は、フライト品の累積疲労損傷率を下げるために、認定試験（QT）時間より長く設定する場合がある。累積疲労損傷率については、音響試験ハンドブックの Appendix E を参照のこと。

### 3.3 ノッチング

本文 2.3 項で述べた通り、規定された試験レベルで振動試験を実施すると、供試体にとって必ず過負荷となる。宇宙機を設計する上で、この過負荷が非現実的な場合は、CLA 結果等に基づき適切なノッチング条件が設定される。ノッチング条件としては、振動試験時に過負荷となる部位、周波数及びノッチングレベルが設定される。

振動試験時のノッチング方法は、大別すると「オートノッチング」と「マニュアルノッチング」の2種類がある。オートノッチングとは、ノッチング対象部位の応答がノッチングレベルを超えないように設備の制御装置が自動的に加振レベルを下げる方法である。マニュアルノッチングとは、ノッチング対象部位の応答がノッチングレベルを超えないように、過負荷が生じる周波数範囲を事前に予測し、あらかじめ（手動で）試験レベルを下げておく方法である。各ノッチング方法の詳細は、3.3.1項及び3.3.2項にて述べる。

振動試験時における理想的なノッチングは、ノッチング対象周波数範囲において対象部位にノッチングレベルまで負荷することである。しかし、実際の試験においては、加振機の制御特性等により理想的なノッチングを達成することが困難な場合がある。ノッチングを実施する際には、供試体との連成を含む加振機の制御特性や、各ノッチング方法の特徴（3.3.1項及び3.3.2項参照）等を考慮しながら適切に設定することが重要である。

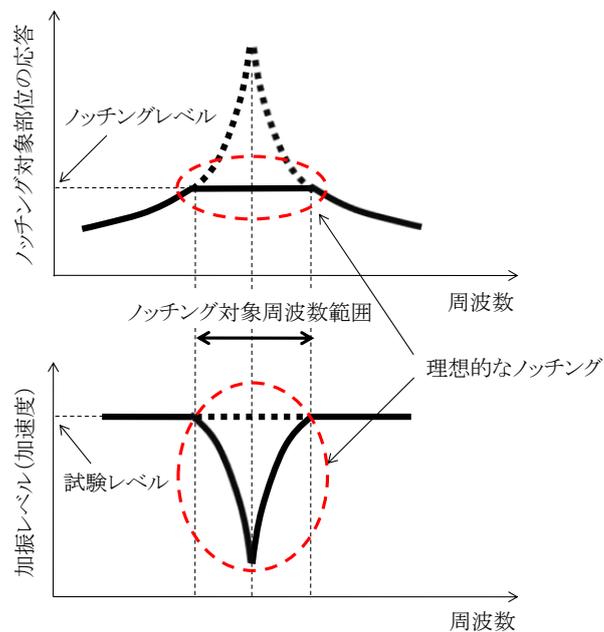


図 3.3-1 ノッチング条件が設定された際の理想的なノッチング

### 3.3.1 オートノッチング

オートノッチングとは、ノッチング対象部位の応答がノッチングレベルを超えないように設備の制御装置が加振レベルを制御する手法である。オートノッチングには、供試体の特定の部位の加速度応答による加速度リミットや、供試体と振動台とのインタフェースフォースによるフォースリミットがある。フォースリミットは、供試体の重心相当加速度に対する加速度リミットと同等である。フォースリミットを使用する場合の注意事項については、フォースリミット振動試験ハンドブックを参照のこと。

オートノッチングは、設備の加振制御系の追従性に依存した手法であり、制御装置で処理された計測値を制御ループへフィードバックすることにより、加振レベルを制御する手法

である。制御系の追従性が良い場合は、ノッチングを実施する上で最良の手法であるが、ノッチングの対象となる部位の応答の立ち上がりが急峻な場合は、制御が間に合わずノッチングレベルを逸脱（オーバーシュート）する可能性がある。オーバーシュートによる供試体への過負荷のリスクを低減するためには、予備加振を実施し、供試体と設備との連成を含めた制御特性を事前に把握しておく必要がある。予備加振の結果より得られる制御特性（オーバーシュート量）から、本加振時のオーバーシュート量を予測し、そのオーバーシュート量が許容されるか否かを判断する。本加振時に許容できないオーバーシュートの発生が予想される場合は、マニュアルノッチングを実施するか、オーバーシュートを見越して加振制御系に設定するノッチングレベルを低めの値とするなどの対処が必要となる。

### 3.3.2 マニュアルノッチング

マニュアルノッチングとは、ノッチング対象部位の応答がノッチングレベルを超えないように、過負荷が生じる周波数範囲を事前に予測し、あらかじめ（手動で）試験レベルを下げておく手法である。マニュアルノッチングを設定する際には、ノッチング対象周波数付近で試験目的を損なわぬように、できる限り理想的なノッチングに近づくようパラメータを設定することが基本である（図 3.3.2-1 参照）。

ノッチング条件が規定された場合のマニュアルノッチングの設定方法（一例）を、以下に示す[3-1]。設定に必要なパラメータを、表 3.3.2-1 に示す。表 3.3.2-1 中の No.1～6 は、事前に把握しておく必要のあるパラメータであり、No.7～9 は以下の通り、No.1～6 の値を用いて算出するパラメータである。

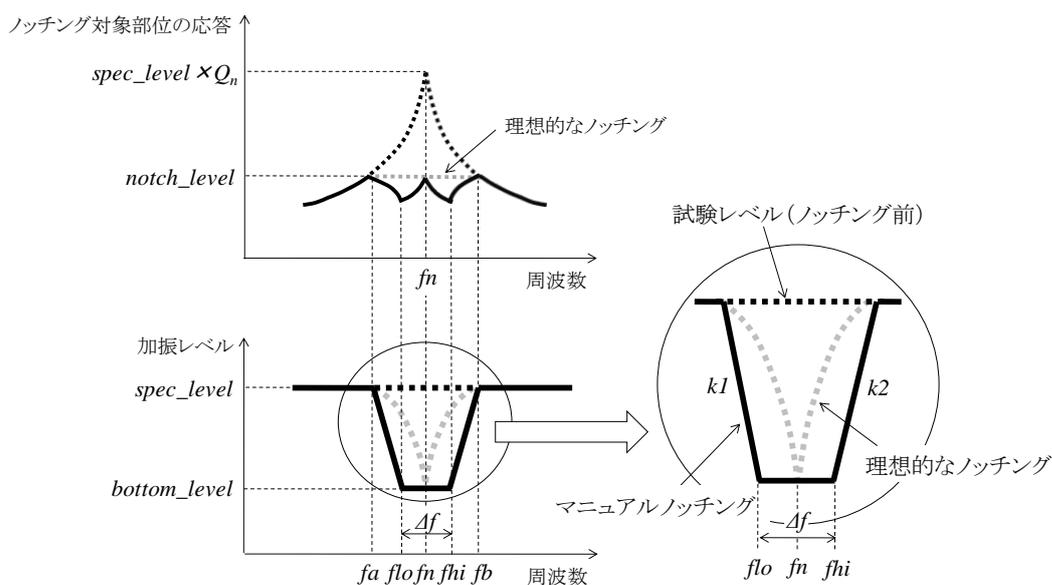


図 3.3.2-1 マニュアルノッチングの様式図

表 3.3.2-1 マニュアルノッチング設定に必要なパラメータ

No.	パラメータ	図 3.3.2-1 中の記号
1	試験レベル	<i>spec_level</i>
2	ノッチングレベル	<i>notch_level</i>
3	ノッチング対象の共振周波数	<i>fn</i>
4	ノッチング対象の Q 値	<i>Qn</i>
5	マニュアルノッチングの下限周波数	<i>fa</i>
6	マニュアルノッチングの上限周波数	<i>fb</i>
7	マニュアルノッチングの底の折れ点周波数及び周波数幅	<i>flo, fhi, Δf</i>
8	マニュアルノッチングの底のレベル	<i>bottom_level</i>
9	マニュアルノッチングの傾き	<i>k1, k2</i>

$$\Delta f = f_n / Q_n \quad (3.3.2-1)$$

$$f_{lo} = f_n - \Delta f / 2 \quad (3.3.2-2)$$

$$f_{hi} = f_n + \Delta f / 2 \quad (3.3.2-3)$$

$$bottom\_level = notch\_level / Q_n \quad (3.3.2-4)$$

$$k1 = \frac{\ln\left(\frac{bottom\_level}{spec\_level(f_a)}\right)}{\ln\left(\frac{f_{lo}}{f_a}\right)} \quad (3.3.2-5)$$

$$k2 = \frac{\ln\left(\frac{spec\_level(f_b)}{bottom\_level}\right)}{\ln\left(\frac{f_b}{f_{hi}}\right)} \quad (3.3.2-6)$$

式(3.3.2-1)～式(3.3.2-6)で示した計算式より、マニュアルノッチングの傾き (*k1*, *k2*) や、底の周波数幅及びレベル (*Δf*, *bottom\_level*) を計算することができる。本方法で設定した場合の負荷不足は、マニュアルノッチングの底の折れ点周波数 (*flo*, *fhi*) において最大となり、その負荷の不足の程度は 3dB である。負荷の不足の程度をより小さくする場合は、ノッチングの底の周波数幅 (*Δf*) を小さくする必要がある。

上記で計算されたマニュアルノッチングのパラメータは、供試体の固有振動数及び Q 値 (*fn*, *Qn*) に基づく計算結果であり、本加振を実施する前に (特性確認加振や予備加振により)、事前を取得しておく必要がある。しかし、特性確認加振や予備加振により計測された供試体の固有振動数及び Q 値 (*fn*, *Qn*) を用いて、本加振用のマニュアルノッチングのパラメータを計算すると、供試体の非線形性によって適切なノッチングを実施できない可能性がある。そのため、実際にノッチングを設定する際には、供試体の非線形による動特性の変化を考慮する必要がある。しかし、供試体の非線形による動特性の変化を解析で予測することは困難であるため、加振レベルを変えた予備加振を複数回実施し、供試体の非線形に

よる動特性の変化を実験的に把握する方法が一般的である。本加振時のノッチングは、予備加振（予備加振を実施しない場合は特性確認加振）で取得された動特性より求めたパラメータ(表 3.3.2-1)に対し、周波数幅を広げ、底のレベルを上げたマニュアルノッチング（図 3.3.2-2）を設定し、オートノッチングと併用する場合が多い。

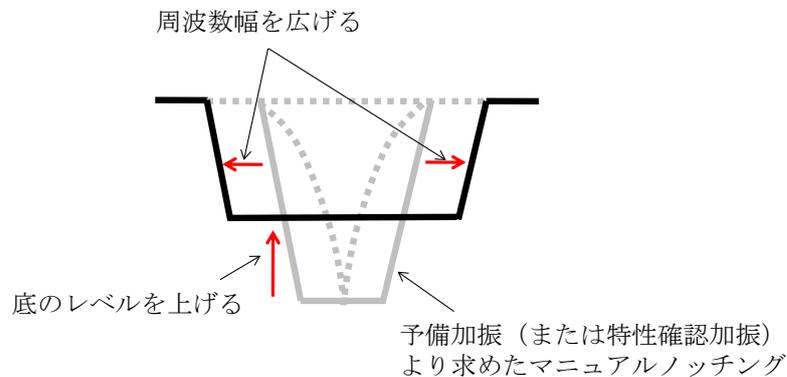


図 3.3.2-2 オートノッチングとマニュアルノッチングを併用する場合の設定例

### 3.4 試験コンフィギュレーション

試験コンフィギュレーションとして検討しておかなければならない事項は、試験時の境界条件と供試体のコンフィギュレーションである。

振動試験における供試体と設備（治具含む）とのインタフェース部は、剛結合（6自由度拘束）であることが基本である。宇宙機システムの試験では、打上げ時の宇宙機下端の機械インタフェースを模擬（ロケット側とのインタフェース部に発生する荷重分布を模擬）するため、実機相当の PAF を供試体の一部として使用する場合が多い。打上げ時と試験時（剛結合）の境界条件の違いにより発生する過負荷（本文 2.3 項参照）については、ノッチングにより対応する。

供試体のコンフィギュレーションについては、打上げ時のコンフィギュレーションとすることが基本である。しかし、構造モデル等の振動試験においては、供試体の一部をダミー構造で模擬する場合がある。また、宇宙機システム（FM また PFM）の振動試験においては、推薬タンク内の推進薬を模擬したダミー推薬を充填することが基本であるが、ダミー推薬の排出・乾燥作業の省略及び推薬配管系へのコンタミネーション混入のリスク低減の観点から、ダミー推薬を非充填とする場合がある。いかなる場合においても、振動試験において確認することが計画されている項目に対して、その試験コンフィギュレーションが適切であることを試験計画時に確認しておく必要がある。

以下では、供試体のコンフィギュレーションとして留意すべき事項として、機器の動作状態（3.4.1 項）、ダミー構造の使用（3.4.2 項）及びダミー推薬の充填・非充填（3.4.3 項）について述べる。

### 3.4.1 機器類の動作状態

宇宙機の故障モードには、振動負荷によりハードウェアが完全に機能しなくなり、振動試験後でもこれらの機能が回復しないハードフェールモードと、振動試験中（振動負荷中）にのみ機能しなくなり、振動試験後には機能が回復するソフトフェールモードがある。ソフトフェールモードを検出するためには、振動負荷中に機器の動作状態を監視する必要がある。従って、打上げ飛行中に運用する機器類は、打上げ時と同じ動作状態とし、誤動作がないことを監視することが重要である。ソフトフェールモードは、機構部分（ジャイロ等）や電気・電子・光学系に多い[3-2]。

### 3.4.2 ダミー構造の使用

供試体の一部にダミー構造を使用する場合は、実機とダミー構造の構造特性の違いにより、供試体の主要モードが変化しないよう留意する必要がある。供試体の主要モードが変化すると、供試体各部の振動応答が変化し、供試体全体に適切な負荷を与えることが困難となる場合があるため、打上げ環境に対する耐性確認を適切に実施することができない。また、実機に対する構造数学モデルの確認精度が低下する。ハーネスや配管等の計装類をダミー構造で模擬する場合においても、同様の理由により、計測対象となる周波数範囲内の供試体の主要モードに大きな影響を及ぼさないよう剛性や質量分布に留意する必要がある。ダミー構造の製作要領については、人工衛星機械設計基準マニュアルの第2部(3)項を参照のこと。

フライト品のシステムやサブシステムの振動試験において、やむを得ずダミー構造を使用する場合は、ダミー構造に置き換えた部位のワークマンシップの確認が実施できないことに注意すること。

### 3.4.3 ダミー推薬の充填・非充填

試験時における安全面を考慮すると、推薬タンク内に実際の推進薬を充填して試験を実施することは困難である。そのため、物性的に無害で供試体に悪影響を及ぼさない水やイソプロピルアルコールをダミー推薬として充填し、試験を実施することが基本である。ダミー推薬を充填して試験を実施する際には、実際の推進薬との密度（比重）の違いを考慮する必要がある。表 3.4.3-1 に、宇宙機に利用される一般的な推進薬と、ダミー推薬として利用されるイソプロピルアルコールの比重を示す。

表 3.4.3-1 推進薬として利用される燃料・酸化剤及びイソプロピルアルコールの比重

物質名	比重 (g/cm <sup>3</sup> )	備考
ヒドラジン (N <sub>2</sub> H <sub>4</sub> )	1.01	・ 1 液式及び 2 液式の燃料として利用
モノメチルヒドラジン (N <sub>3</sub> H <sub>3</sub> CH <sub>3</sub> )	0.875	・ 2 液式の燃料として利用
四酸化二窒素 (N <sub>2</sub> O <sub>4</sub> )	1.45	・ 2 液式の酸化剤として利用 ・ 水と混ざると硝酸となる
イソプロピルアルコール (C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> O)	0.78	・ 危険物第 4 類アルコール類であるため 取扱いには消防法の規制を受ける <sup>(※1)</sup>

推進薬タンク（推進薬含む）を模擬したダミー構造を搭載して試験を実施する場合については、3.4.2 項と同様に、実際の推進薬を充填した場合との動特性の違いによる振動応答への影響を事前に確認する必要がある。

宇宙機によっては推進薬の質量が全質量の約半分を占める場合（静止軌道衛星の場合）があり、ダミー推進薬非充填（推進薬タンク内を空）として試験を実施すると、充填時と比較して大きく動特性が異なることがある。ダミー推進薬を非充填とすることで、振動試験時に打上げ時の負荷を模擬できない部位がある場合は、必要に応じてその負荷を模擬するための試験（荷重試験など）を別途実施し、該当部位の打上げ時の振動環境に対する耐性を確認すること。

---

※1 危険物第 4 類アルコール類の取扱いと消防法

指定数量以上の危険物は、貯蔵所以外の場所でこれを貯蔵し、または製造所、貯蔵所及び取扱所以外の場所でこれを取り扱ってはならない（消防法第 10 条）。指定数量未満の危険物等の貯蔵又は取扱いの技術上の基準は市町村条例でこれを定める（消防法第 9 条の 3）。危険物第 4 類アルコール類の指定数量は、400 リットルであり、少量危険物取扱いの法規制は 80 リットル以上が対象である。筑波宇宙センターの振動試験施設は、消防法上の少量危険物取扱いの基準に適合していないため、80 リットル以上のイソプロピルアルコールを取扱うことはできない。

### 3.5 試験治具

供試体を振動台上に直接取付けられない場合は、振動台と供試体を取付けるための治具が必要となる。治具を設計・製作する上で、検討すべき事項を以下に示す。

#### (1) 剛性

治具は、供試体との動的な連成が無視でき、治具と供試体のインタフェース部に均一な振動負荷を与えられるよう剛性を高く設計することが基本である。ここでは、治具と供試体を1自由度振動系と仮定し、治具の剛性設計に対する目安を示す。

図 3.5-1 に、治具（1 自由度振動系：減衰比 $\xi$ ）の加速度応答と振動台の加速度応答の比を示す。図 3.5-1 の横軸は、治具の固有振動数で正規化（治具の固有振動数を 1）している。

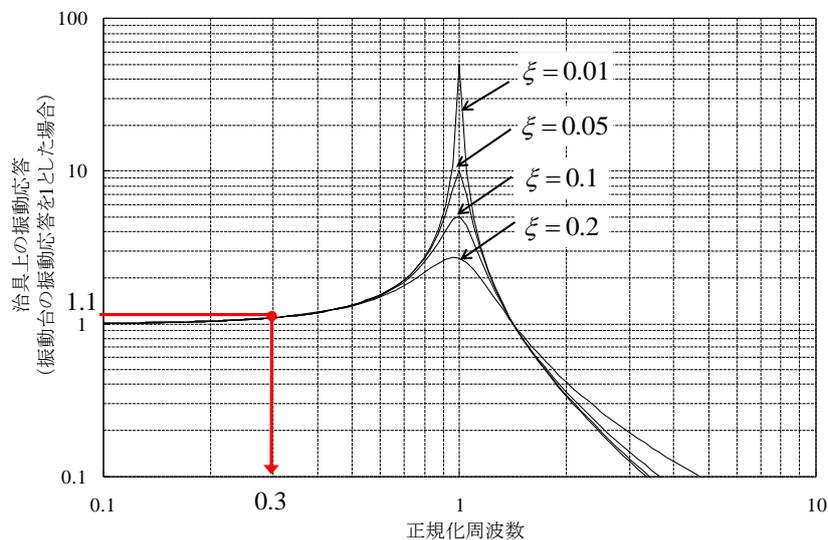


図 3.5-1 振動台上と治具上の加速度応答比（1 自由度振動系の伝達関数）

図 3.5-1 に示す通り、振動試験時における治具上の加速度応答と振動台上の加速度応答の差を 1.1 倍以内に抑えるためには、治具の固有振動数を加振周波数の上限値に対して約 3.3 倍以上に設計する必要がある。しかし、実際の振動試験時においては、治具上に供試体が設置され、治具と供試体が連成し、連成後の共振周波数は下がるため注意が必要である。振動台上に設置される治具と供試体をそれぞれ 1 自由度振動系とし、治具と供試体の全系を 2 自由度振動系とした場合（図 3.5-2 参照）、2 自由度振動系の低い方の固有振動数  $f_{tot}$  は、以下の式により簡易的に見積もることができる（Dunkerley 法[3-3]）。

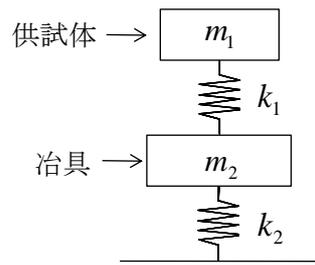


図 3.5-2 治具と供試体をそれぞれ 1 自由度振動系とした場合のバネマスモデル

$$\frac{1}{f_{tot}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \quad (3.5-1)$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad (3.5-2)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2}{m_1 + m_2}} \quad (3.5-3)$$

ここで、 $m_1$  及び  $k_1$  は供試体の質量及び剛性、 $m_2$  及び  $k_2$  は治具の質量及び剛性、 $f_1$  は供試体の固有振動数、 $f_2$  は供試体が剛体として作用した場合の全系（治具と供試体）の固有振動数である。ただし、治具と供試体の取付け部における局所的な剛性が、治具全体の剛性に対して極端に低い場合は、式(3.5-1)で見積もられた共振周波数より下がるため、その影響を考慮した解析を実施することが望ましい。

治具の剛性設計においては、以下に示す要素を考慮する必要がある。

- ① 治具の固有振動数は、少なくとも供試体の主要モード（有効質量が最も大きいモード）より高くすることが必要である。治具の固有振動数が、供試体の主要モードより十分に高くない場合、供試体の主要モードを規定レベルで負荷することができず、また、剛性要求を適切に評価することができない（供試体の剛結合条件における固有振動数を低く評価する恐れがある）。
- ② 治具の固有振動数が加振周波数範囲内に存在する場合は、その周波数において加振機の制御が乱れる場合がある（図 3.5-2 参照）。この場合、必要に応じて制御の乱れによる供試体に対する負荷への影響を評価すること（詳細は 4.4 項参照）。

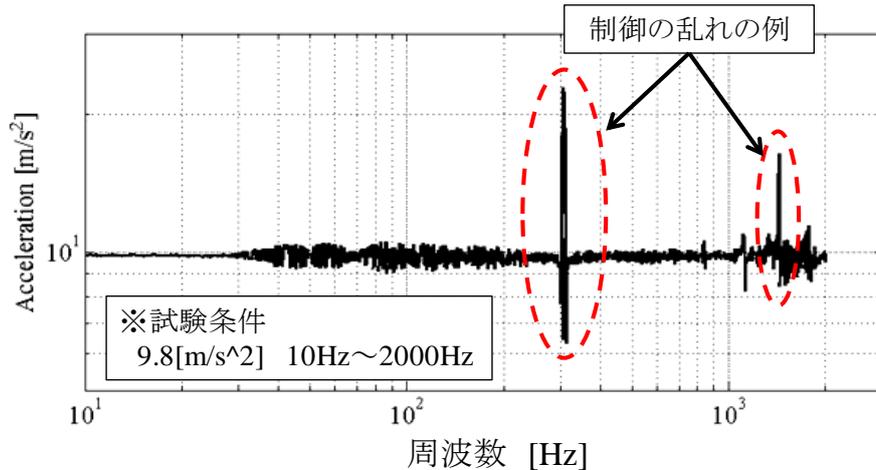


図 3.5-2 振動台上の供試体（治具含む）の共振による制御の乱れ（一例）

- ③ 上記②で示した制御の乱れは、材料減衰の大きな材料で治具を製作することにより抑制することが可能である。材料減衰が大きく、治具に適した材料としては Mg 合金（AZ31、AZ80 等）があり、振動台の材料として利用されている。一般的には、安価で加工性の良い Al 合金（A2000 系、A5000 系、A7000 系等）が利用される場合が多い。表 3.5-1 に、Mg 合金と Al 合金の減衰比を示す。Mg 合金は Al 合金とほぼ同等の強度を有しており、減衰比は Al 合金の約 30 倍である。しかし、Al 合金に比べ製作コストが高いという欠点がある。

表 3.5-1 Mg 合金と Al 合金の減衰比

	Mg 合金	Al 合金
減衰比	約 0.005	約 0.00015

- ④ ランダム振動試験において、制御範囲外の帯域で十分な減衰がある場合でも（加振機特性に依るが、例えば JIS では最終傾斜-24dB/oct. [3-6]や GETS では-40dB/oct. [3-9]等が規定されている）、治具共振の影響によっては予期せぬ負荷が供試体に印加されることがある。一部の電子部品等では 2000Hz 以上の帯域に無視できない応答感度をもつ場合があるため、過去事例等からそのような回避すべき周波数が明確である場合には、必要に応じて本加振前の予備加振において帯域外の減衰特性を確認すること。

## (2) 重心位置

供試体を含めた重心位置は可能な限り低く、振動台の中心に位置するよう設計することが重要である。振動台上に設置される供試体（治具を含む）の重心位置が加振機の中心軸か

らずれると、振動台に回転モーメントがかかり、クロストーク発生の原因となり、供試体に予期せぬ負荷がかかる可能性がある。また、加振機（振動台）には、回転モーメントに対する許容値（設計値）があり、加振中に加振機（振動台）へ負荷される回転モーメントが許容値（設計値）を超えると、加振機（振動台）が損傷する（Appendix H.1.3 項参照）。従って、極力回転モーメントがかからないように、供試体を含めた重心位置に配慮する必要がある。

### (3) 寸法・形状

供試体の寸法が大きく振動台からはみ出す場合（オーバーハングする場合）は、オーバーハングする箇所の剛性が十分に高くなるように設計すること。オーバーハングする箇所は、振動台と締結されないため、剛性が低いとローカルな共振が発生し、供試体に対する過負荷（または負荷不足）となる恐れがある。

### (4) フィッティング確認・治具加振

製作した治具のワークマンシップ（フィッティングなど）及び剛性を確認するため、振動試験を実施する前に、試験で使用する加振機（振動台）に治具を取付け、加振することが望ましい。また、供試体との連成による共振周波数の変化や、加振機の制御特性などを確認する場合は、供試体を模擬したダミー構造を搭載して治具加振を実施することが望ましい。ただし、ダミー構造が供試体の動特性を完全に模擬できていない場合は、上記で述べた事項を確認できない場合があることに注意すること。

## 3.6 加振系

宇宙機の振動試験では、加振力を広範囲に制御することができ、かつ高周波数帯域（数千 Hz 以上）まで加振することができる動電型加振機が広く利用されている。振動試験を実施するにあたっては、以下に示す加振機の持つ能力や制約を事前に確認した上で、試験が実施可能かどうかを判断する。動電型加振機の特徴や以下に示す各項目の詳細は Appendix H に示す。

### (1) 加振能力

試験に必要となる加振能力が、加振機の持つ加振能力の範囲内であること。加振機の加振能力は、加振機の最大変位  $d_{max}$  ・最大速度  $v_{max}$  ・最大加振力  $F_{max}$ （ランダム振動の場合は最大加振力の実効値  $F_{rms\_max}$ ）の制限を受ける。低周波数帯域（主に 20Hz 以下）における制限は、最大変位  $d_{max}$  及び最大速度  $v_{max}$  が支配的である。

以下に、試験に必要となる加振能力が、加振機の持つ加振能力の範囲内であることを確認するための簡易的な条件式を示す（Appendix H の H.1.1 項参照）。

## ①正弦波振動試験

$$A_{spec}(f) \leq \frac{F_{max}}{M_V + M_{jigu} + M_S + me_s \cdot Q} \quad (3.6-1)$$

$$A_{spec}(f) \leq 2\pi \cdot f \cdot v_{max} \quad (3.6-2)$$

$$A_{spec}(f) \leq (2\pi \cdot f)^2 \cdot d_{max} \quad (3.6-3)$$

## ②ランダム振動試験 (実効値の3倍をピーク値とする場合)

$$(M_V + M_{jigu} + M_S) a_{rms\_spec} + me_s \sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q PSD_{spec}(f_n)} \leq F_{rms\_max} \quad (3.6-4)$$

$$3 \sqrt{\sum_i \frac{1}{(2\pi f_i)^2} PSD_{spec}(f_i) \cdot \Delta f} \leq v_{max} \quad (3.6-5)$$

$$3 \sqrt{\sum_i \frac{1}{(2\pi f_i)^4} PSD_{spec}(f_i) \cdot \Delta f} \leq d_{max} \quad (3.6-6)$$

ここで、 $A_{spec}(f)$ は正弦波振動試験の試験レベル(加速度)、 $PSD_{spec}(f)$ はランダム振動試験の試験レベル(加速度 PSD)、 $a_{rms\_spec}$ はランダム振動試験の試験レベルの加速度実効値、 $M_V$ は加振機の駆動部(振動台・駆動コイル)質量、 $M_{jig}$ は治具の質量、 $M_S$ は供試体の質量、 $f_n$ は供試体の主要モード(有効質量が最大)の固有振動数、 $me_s$ は供試体の主要モードの有効質量、 $Q$ は供試体の主要モードのQ値、 $\Delta f$ はPSDの周波数分解能、 $f$ は周波数である。式(3.6-1)及び式(3.6-4)中の有効質量 $me_s$ が分からない場合は、供試体の質量と置き換えて概算することができる。

上記の条件式を満たしても、加振反力により加振機本体が振動するため、変位出力に損失が生じ、加振できない場合がある(特に供試体の質量が大きい場合)。供試体の質量が大きい場合は、式(3.6-7)に示す出力損失 $\gamma$ 分を差し引いても加振能力に余裕があることを、式(3.6-8)または式(3.6-9)より確認しておくことが重要である。ここで、 $M$ は加振機本体(駆動部の質量は除く)の質量、 $m$ は供試体や治具の質量を含む駆動部全体の質量である。詳細は、Appendix HのH.1.1項参照のこと。

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{M}{m}} \quad (3.6-7)$$

<正弦波振動>

$$A_{spec}(f) \leq (2\pi \cdot f)^2 \cdot d_{max} \times (1 - \gamma) \quad (3.6-8)$$

<ランダム振動>

$$3 \sqrt{\sum_i \frac{1}{(2\pi f_i)^4} PSD_{spec}(f_i) \cdot \Delta f} \leq d_{max} \times (1 - \gamma) \quad (3.6-9)$$

(2) 加振周波数

振動試験の周波数範囲が、加振機の加振可能周波数範囲内であること。

(3) 加振機の最大搭載質量

供試体（治具を含む）の質量が、加振機（振動台）に搭載可能な最大質量以下であること。水平加振の場合は、振動台の耐荷重（油圧ベアリング等の支持荷重）により決まる。垂直加振の場合は、駆動部を支持するバネ（通常空気バネ）の中立位置調整能力により決まる。加振機に搭載される供試体の質量が大きく、駆動部が中立位置から下がると、駆動可能範囲が狭まるため、上記(1)で示した最大変位による加振能力に対する制限が大きくなる（Appendix H の H.1.2 項参照）。

(4) 加振機の許容回転モーメント

振動試験時に振動台に負荷される回転モーメントが、設備の許容回転モーメント以内であること。振動台は、加振軸方向以外への振動（クロストーク）を抑制するため、油圧ベアリング等により支持されており、その油圧ベアリング等に対する回転モーメントの許容値が設定されている。振動試験時に振動台に負荷される回転モーメントを算出するためには、供試体及び治具の質量、供試体及び治具の重心位置、及び負荷する加速度レベル（供試体の重心相当加速度レベル）が必要となる（Appendix H の H.1.3 項参照）。

(5) 加振機の漏洩磁束

動電型加振機の場合、励磁コイル及び駆動コイルに流れる電流により磁界が生じる。一般的に、漏洩磁束を打ち消すため、振動台下部には消磁コイルが設けられているが、振動台上の全域で磁界を打ち消すことは難しく、数ミリテスラ（数ガウス）程度の漏洩磁束が存在する。磁力計などの磁気管理を必要とする機器を試験する場合には、振動試験時に発生する供試体設置位置における磁力を事前に確認すること（Appendix H の H.4 項参照）。

### 3.7 加振制御系

振動試験設備における加振制御系は、加振機、電力増幅器及び制御装置等により構成される。制御装置は、振動台上（若しくは治具上）に設置された制御用の加速度センサからの出力を参照値とし、その参照値が試験条件として設定された試験レベルに近づくよう加振機を制御（フィードバック制御）する。振動試験における制御信号の流れを図 3.7-1 に示す。

制御用加速度センサからの出力は、A/D 変換器を通った後、デジタル解析部において周波数解析（正弦波振動：周波数応答解析、ランダム振動：パワースペクトル密度解析）が行われる。デジタルサーボ部では、周波数解析結果と制御目標である試験レベルとの誤差を検知

し、その誤差を小さくするためのドライブ信号を生成する。生成されたドライブ信号は、D/A変換器及び電力増幅器を通して、加振機を駆動する。このように、加振時においては制御用加速度センサからの出力を逐次解析し、制御加速度と試験レベルに近づくよう加振機を駆動するためのドライブ信号を更新している。このドライブ信号の更新にか

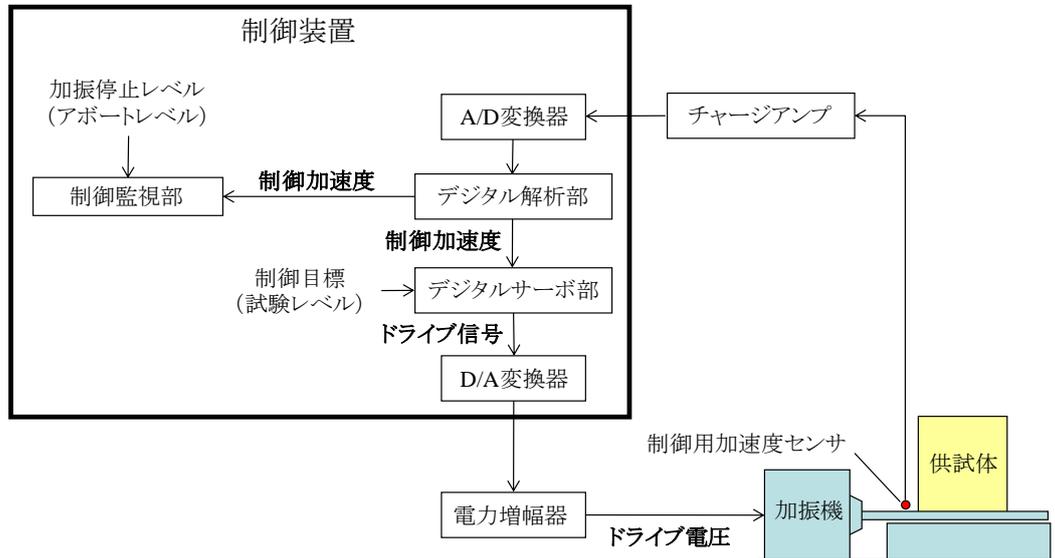


図 3.7-1 加振制御系の構成及び制御信号の流れ

かる時間を制御ループタイムといい、制御ループタイムが短いほど制御系の反応速度が速いことを意味する。振動試験設備の制御装置には、供試体への過負荷や、再試験が必要となるような試験条件公差の大きな逸脱を避けるための加振停止機能が備わっている。制御監視部では、デジタル解析部から出力される制御加速度とあらかじめ設定された加振停止レベルとの比較が行われ、加振停止に関する判断がなされる。

本項では、上記で述べた加振制御系を設定する際の注意点として、制御用加速度センサの設置 (3.7.1 項)、制御加速度の解析条件の設定 (3.7.2 項)、加振停止レベルの設定 (3.7.3 項) について示すとともに、振動試験時に発生する加振停止の主な原因と発生時の対応方法 (3.7.4 項) を示す。

### 3.7.1 制御用加速度センサ

振動試験時には、加振機を制御するための加速度センサ（以下「制御点」という）を振動台上（若しくは治具上）に設置する必要がある。以下に、制御点を設置する際の注意点を示す。

- (1) 供試体への入力加速度レベルが制御点における加速度レベルと一致するように、制御点は試験レベルが規定されているインタフェース部（例えば供試体と治具の結合部）

に極力近づけて取付けること。試験レベルが規定されているインタフェース部より離れた点に取付けると、振動台や治具の影響（弾性変形）により過負荷または負荷不足となる場合がある。

- (2) 制御点は一点ではなく複数点に取付け、その平均値を制御用のフィードバック信号として用いることが望ましい。制御点を一点とすることのリスク及び複数点とすることのメリットを以下に示す。
  - ① 制御点が一点の場合、制御点の計測ラインの不具合による供試体への過負荷のリスクが大きくなる。制御点を複数点とし、その平均値を制御する場合は、1つの計測ラインで不具合が発生したとしても過負荷の量を抑制することができる。
  - ② 高周波数帯域においては、供試体や加振機（駆動部）の共振による弾性変形により、治具や振動台上に反共振点が発生する場合がある（図 3.7.1-1 参照）。制御点を一点しか設置せず、その制御点が反共振点に設置された場合、供試体に過大な負荷（数十 dB 以上）を与える危険性がある。制御点が適切である（反共振点でない）か否かについては、特性確認加振時のドライブ信号により確認することができる。反共振点となる周波数では、加速度が急激に小さくなるため、それを補償するためにドライブ信号が大きくなる。制御点を反共振点に設置したことより発生するドライブ信号の異常なピークの例を、図 3.7.1-2 に示す。本事象の詳細については、Appendix J を参照のこと。
- (3) 振動試験を実施する前に、制御点の計測ラインのノイズレベルを確認すること。加振時に出力される信号レベルに対して、ノイズレベルが無視できない場合（S/N 比が 20dB 以下）、制御が不安定となる。

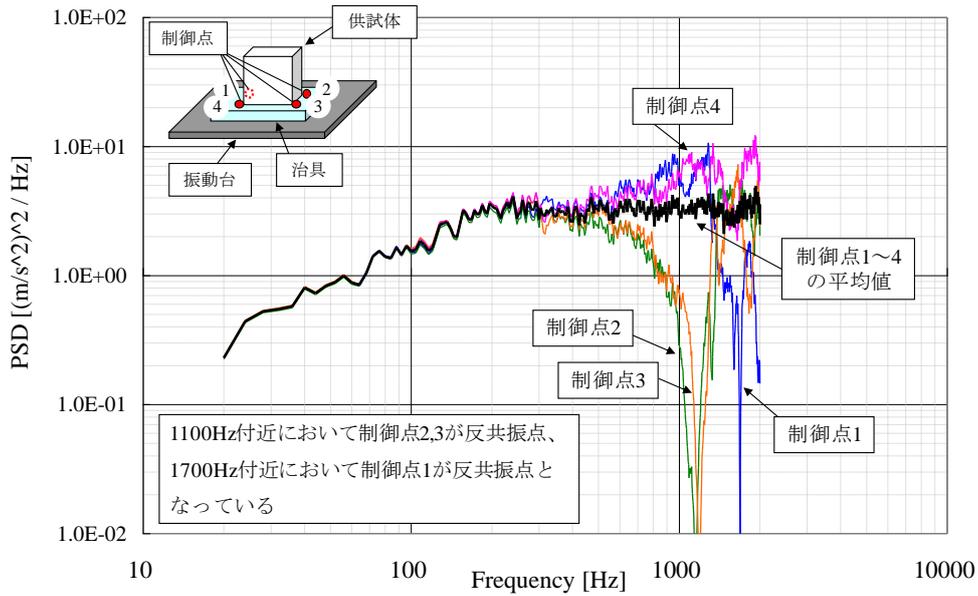


図 3.7.1-1 振動試験時における反共振点の例

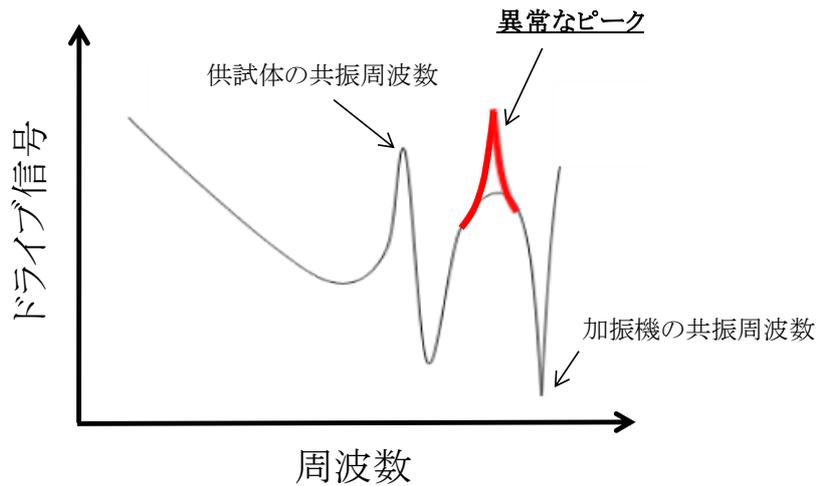


図 3.7.1-2 ドライブ信号に表れる異常なピークの例

### 3.7.2 制御加速度の解析条件

制御点からの出力を用いて加振機のフィードバック制御を実施する際には、制御点より計測される時系列データの周波数解析が行われる。正弦波振動試験においては、各時刻における加振周波数に対応する振幅の解析が行われ、ランダム振動試験においては、規定された周波数範囲（通常 20～2000Hz）のパワースペクトル密度(PSD)の解析が行われる。

各解析手法の詳細については本文 4.1 項で示す。以下では、各解析の解析条件が制御加速度の解析誤差及び制御ループタイムに与える影響について説明する。解析条件を設定する際には、解析誤差と制御ループタイムとの間のトレードオフが重要である。

### (1) 周波数応答解析

正弦波振動試験における加振波形は、設定された掃引速度により加振周波数が連続的に変化する非定常波形である。制御装置のデジタル解析部においては、加振周波数に対応した振幅が計算される。振幅の計算方法にはいくつかの方法があるが、制御系においては加振周波数以外の周波数成分を除去するため、トラッキングフィルタによる方法（詳細は本文 4.1.1 項(1)及び(2)参照）を選択することが望ましい。

トラッキングフィルタによる振幅計算の解析条件を設定する際には、用いるフィルタのバンド幅と平均処理時間に留意する必要がある。フィルタの反応時間 $T_R$ （応答の遅れ）はバンド幅 $B$ に反比例（ $T_R \approx 1/B$ ）する。図 3.7.2-1 に、 $T_E$  の時間幅を持つパルス波形を、バンド幅 $B$  のフィルタに入力した際の応答波形を示す。バンド幅を狭く設定すると加振周波数以外の周波数成分を小さくすることができるが、解析出力の時間遅れが大きくなり制御ループタイムが長くなる。同様に、平均処理時間を長く設定すると、加振周波数以外の周波数成分を小さくすることができるが、制御ループタイムが長くなる。

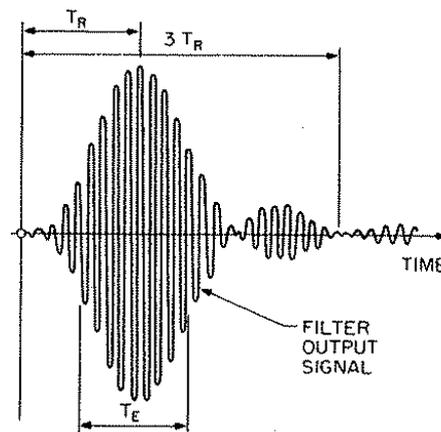


図 3.7.2-1 フィルタの反応時間 [3-4]

### (2) パワースペクトル密度解析（PSD 解析）

ランダム振動試験における加振波形はランダムであり、その PSD 解析結果には統計的性質があるため、加振機の制御のために実施される PSD 解析結果には統計誤差が含まれている。PSD の推定精度を上げる（統計誤差を小さくする）ためには、多くの平均回数が必要となるが、平均回数を増加させると制御ループタイムが長くなる。また、PSD 解析を実施する際には、窓関数の設定や平均処理を行う際のオーバーラップの設定が必要となる。ここでは、PSD 解析におけるこれらの解析条件を設定する際の注意点を示す。

#### (a) 自由度（平均回数）

一般的な制御装置においては、PSD の信頼区間に関するパラメータとして、自由度

( $DOF$ ) を設定する。自由度 ( $DOF$ ) とは、PSD の推定に用いるデータ量を表す値であり、推定に用いる平均回数  $n$  と  $DOF = 2n$  の関係がある。PSD の推定値を  $\hat{G}(f)$ 、自由度を  $DOF$  とした時、PSD の真値  $G(f)$  の  $(1-\alpha)$  信頼区間は、以下の通りとなる。

$$\frac{DOF}{\chi_{DOF, \alpha/2}^2} \leq \frac{G(f)}{\hat{G}(f)} \leq \frac{DOF}{\chi_{DOF, 1-\alpha/2}^2} \quad (3.7.2-1)$$

ここで、 $\chi_{a,b}^2$  は自由度が  $a$  のカイ二乗分布における  $100b$  パーセント点である。表 3.7.2-1 に、自由度に対する信頼区間の例を示す。例えば、95%の確率で信頼区間を 1dB 程度とするためには、自由度を 120 以上に設定する必要がある。自由度を設定する際の基本的な指針としては、試験条件公差に対して統計誤差が小さくなるように設定することである。

表 3.7.2-1 自由度と PSD の信頼区間(dB)の一例

自由度	信頼度			
	75%	90%	95%	99%
20	-1.36 / 1.85	-1.96 / 2.66	-2.33 / 3.19	-3.01 / 4.30
50	-0.91 / 1.10	-1.30 / 1.58	-1.55 / 1.89	-2.01 / 2.52
100	-0.66 / 0.76	-0.95 / 1.08	-1.12 / 1.29	-1.47 / 1.72
120	-0.61 / 0.69	-0.87 / 0.98	-1.03 / 1.17	-1.35 / 1.56
200	-0.48 / 0.52	-0.68 / 0.75	-0.81 / 0.90	-1.06 / 1.18
				単位: dB

#### (b) 周波数分解能

PSD の周波数分解能  $\Delta f$  [Hz] は、解析に必要となるデータ長  $T$  [sec] と反比例 ( $T = 1/\Delta f$ ) している。高い周波数分解能 (狭い帯域幅) は、分解能誤差を小さくすることが可能であるが、データ長が長くなるため制御ループタイムが長くなる。文献[3-5]や[3-6]では、周波数分解能を加振周波数の下限値の半分以下に設定することが推奨されている。つまり、加振周波数範囲が 20Hz~2kHz の場合は、10Hz 以下に設定することが推奨されている。

#### (c) 窓関数

時系列データを切り取って FFT 解析を実施する際には、つなぎ目の不連続による誤差を低減するため、窓関数をかける必要がある。窓関数には様々な種類があるが、定常ランダム信号の PSD 解析においては、サイドローブが小さい Hanning window が適切である[3-4]。

#### (d) オーバーラップ

短い時間で多くの平均回数を稼ぐために、通常、PSD解析を実施する際にはオーバーラップ処理が行われる。ランダム振動試験の制御においては、供試体への瞬時の過負荷を見逃さないようにするため、窓関数として Hanning window を設定する場合は、窓関数両端の裾部分の情報を得るために、50%程度のオーバーラップをかける必要がある。オーバーラップの詳細については、音響試験ハンドブックの 5.2 項を参照のこと。

### 3.7.3 加振停止レベル(アボートレベル)

試験設備の制御装置には、加振機や供試体の共振周波数付近で発生する制御の乱れ等による供試体への過負荷や、再試験が必要となるような試験条件公差を大きく逸脱する負荷不足を避けるための自動停止機能が備わっている。加振停止レベルとは、試験レベルに対して設定する上限値及び下限値であり、加振レベルがこの値を逸脱した場合に加振を停止させるレベルのことである(図 3.7.3-1(a))。オートノッチングを実施する場合は、オーバーシュートによる供試体への過負荷を避けるため、ノッチングレベルに対する上限値を加振停止レベルとして設定する(図 3.7.3-1(b))。

加振停止レベルは、基本的には試験条件として規定される試験条件公差、または設計仕様に基づいて設定する。

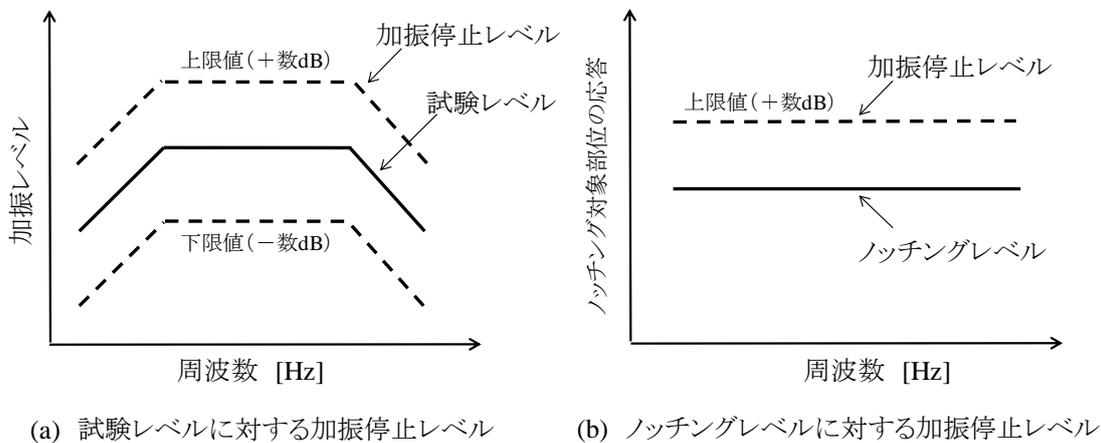


図 3.7.3-1 加振停止レベルの模式図

#### 3.7.4 アボート発生時の対応

振動試験時におけるアボートには、供試体側の異常により加振の継続が困難と判断した場合に設備運転者が手動で加振停止を行う「マニュアルアボート」と、制御点及びノッチング対象部位の振動応答が設定した加振停止レベル(3.7.3 項参照)を逸脱した場合に、制御装置が自動で加振停止を行う「オートアボート」がある。オートアボートが発生する周波数の

多くは、加振機の応答特性においてピークや谷となる周波数である（図 3.7.4-1）。加振機の応答特性とは、制御装置から出力されるドライブ信号に対する制御点の出力加速度の比であり、加振機（供試体含む）の応答特性を表すものである（詳細は Appendix H.2 項参照）。本項では、加振機の応答特性においてピークや谷となる周波数でオートアポートが発生する主な原因及び発生時の対応方法について示す。

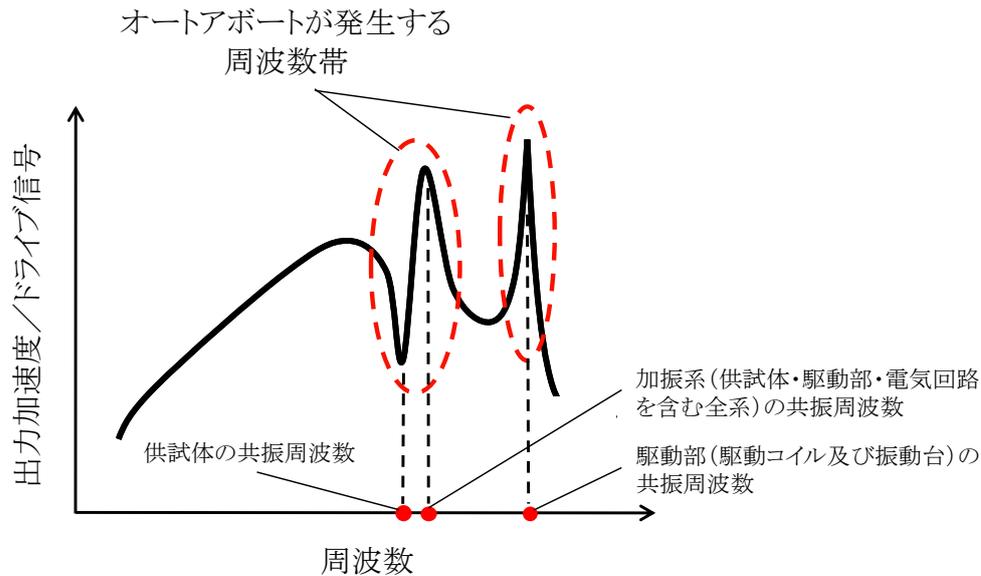


図 3.7.4-1 動電型加振機の応答特性の一例（供試体搭載時）

#### (1) ドライブ電圧の出力下限値の逸脱

加振機の応答特性においてピークとなる周波数では、小さなドライブ電圧で大きな加振レベルを達成することができる（図 3.7.4-1 参照）。加振機の応答特性においてピークとなる周波数は、駆動部や加振系の共振周波数である。従って、ドライブ電圧の出力を設備の最小値まで絞ったとしても、制御点の加速度レベルを規定された試験レベルに抑えることができず、アポートレベルの上側を逸脱する場合がある。図 3.7.4-2 に、ドライブ電圧の出力下限値の逸脱によるオートアポート発生事例を示す。本事象は、低レベルでの特性確認加振においてドライブ信号を確認することにより、事前に予測することが可能である。特性確認加振の結果、本加振時にアポートレベルを逸脱する恐れがある場合は、当該周波数における供試体への過負荷及び試験条件公差の逸脱が許容されるか否かを確認した上で、アポートレベルの範囲を広げることにより対処する。ランダム振動試験の場合は、周波数分解能を広げることにより対処することができる。周波数分解能を広げる場合は、3.7.2 項(2)に示した通り 10Hz 以下とすることが望ましい。

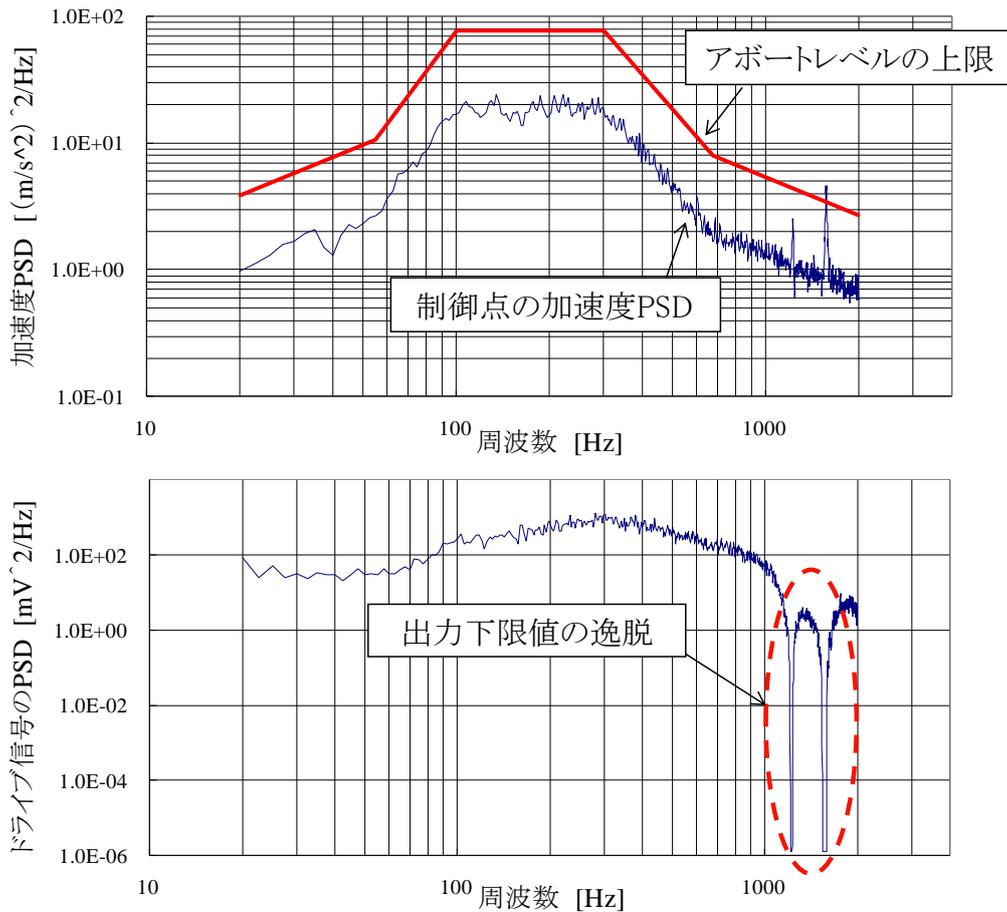


図 3.7.4-2 ドライブ電圧の出力下限値の逸脱によるアボートの例

## (2) 加振能力の上限値の逸脱

加振機の応答特性において谷となる周波数では、規定された試験レベルを達成するために、他の周波数よりも大きなドライブ電圧を必要とする。加振機の応答特性が谷となる原因は、供試体の動質量が供試体の共振周波数において大きくなるためである。従って、ドライブ電圧を設備の最大値まで上げたとしても、制御点の加速度レベルが規定された試験レベルに到達せず、アボートレベルの下側を逸脱する可能性がある。本事象は、加振機の加振能力不足が原因であるため、対処するためには設備を変更するか、若しくは試験目的を損なわないよう試験条件公差を広げる必要がある。加振機の加振能力については、3.6項(1)の計算式を用いて確認することができる。

また、制御点を反共振点に設置した場合にも同様の現象が発生する。反共振点に制御点を設置した場合の対策は、複数の制御点の使用や制御点の位置を変更することにより回避することができる（本文 3.7.1 項、Appendix J 参照）。

## (3) 制御系の追従性の不足

制御装置のデジタルサーボ部で実行される一般的な制御アルゴリズムは、設定された試験レベル（目標値）と計測される制御加速度レベルの差の比例制御であり、その差を修正するためのドライブ信号が以下の式より計算される（詳細は Appendix H.3 項参照）。

$$\begin{aligned} D_{i+1}(\omega) &= D_i(\omega) + \Delta D_{i+1}(\omega) \\ &= D_i(\omega) + Z(\omega)(R_i(\omega) - C_i(\omega)) \end{aligned} \quad (3.7.4-1)$$

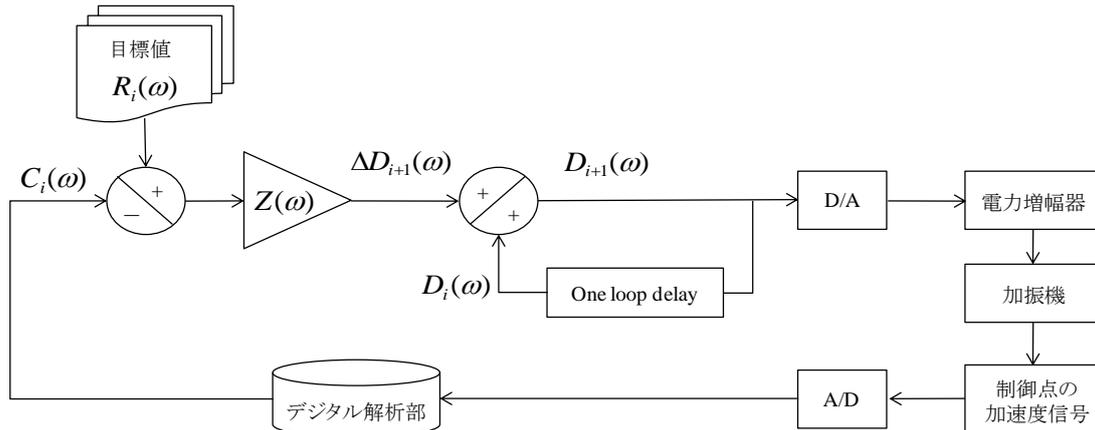


図 3.7.4-3 ドライブ信号の更新ループ ( $i \rightarrow i+1$ )

ここで、 $D(\omega)$  はドライブ信号、 $C(\omega)$  は制御加速度、 $Z(\omega)$  は制御点の加速度レベル  $C(\omega)$  とドライブ信号  $D(\omega)$  の比 ( $Z(\omega) = D(\omega)/C(\omega)$ )、 $R(\omega)$  は設定された試験レベル、 $\Delta D(\omega)$  はドライブ信号の修正量であり、下付き添え字  $i$  は  $i$  回目の更新ループである。式(3.7.4-1)に示す通り、ドライブ信号は加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  により計算される。一般的な制御装置においては、この  $Z(\omega)$  は加振を実施する前に低レベルでのランダム加振により取得される。加振系の非線形により、振動試験時の  $Z(\omega)$  が変化すると、ドライブ信号の修正量が大きくなるため制御系の追従性が不足し、加振レベルが試験条件公差を逸脱する。特に、加振機の応答特性においてピークや谷となる周波数領域においては、非線形の度合が小さくても  $Z(\omega)$  の変化率が大きくなるため（図 3.7.4.4 参照）、制御系の追従性が不足する。この制御系の追従性の不足によるアボートは、供試体の非線形性によるものであり、非定常加振である正弦波振動試験時に発生しやすい。

本加振時においてアボートレベルの上限値を逸脱し、供試体に過負荷がかかった場合は、外観検査や必要に応じて特性確認加振及び機能性能試験を行い、構造上及び機能性能上の異常がないことを確認する必要がある。構造上の異常がなく試験を続行する場合は、アボートが発生した周波数帯域においては負荷が印加されたものとして、アボートが発生した以降の周波数から加振を再開する。

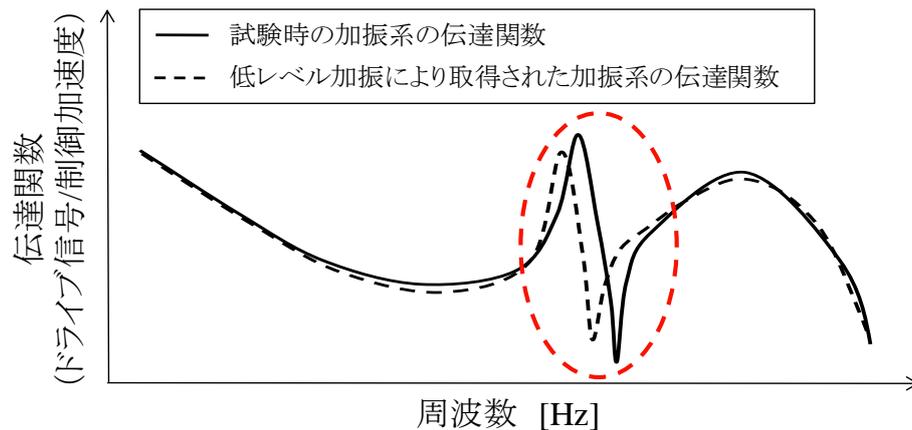


図 3.7.4-4 加振系の非線形による伝達関数  $Z(\omega)$  の変化の例

### 3.8 計測系

振動試験設備の計測系は、宇宙機の加速度応答及び歪応答を計測するための装置であり、センサ・増幅器・A/D コンバータ等から構成される。本項では、加速度及び歪計測を実施する際のセンサの選定、計測レンジの設定、サンプリング周波数の設定、及びセンサ・ケーブル類の設置を実施する際に考慮する事項を示す。

#### (1) センサの選定

- ① 加速度センサの選定においては、センサ自体の共振周波数に注意を払わなければならない。振動試験の評価周波数範囲（通常、正弦波振動試験では 100Hz、ランダム振動試験では 2kHz まで）において、周波数特性が概ねフラット（変動量<5%）である加速度センサを選定する。
- ② 歪ゲージの選定においては、被測定物の材質、線膨脹係数、形状などを考慮し、取扱説明書等を確認の上、選定する。一般的な金属材料等の歪を計測する場合は、箔歪ゲージの抵抗値が 120Ω、ゲージ長が 2mm～6mm のものが適している。
- ③ 歪ゲージの応答特性は、数十 kHz 以下の周波数帯域においては概ねフラット（変動量<5%）である[3-7]。
- ④ 被測定物の熱伝導率が低い場合は、ゲージ電流による自己発熱の影響を極力小さくするため、抵抗値の高いもの（例えば 350Ω）を選定した方が良い。
- ⑤ 被測定箇所の曲率が大きい箇所、または応力集中を測定する場合は、ゲージ長が短いもの（0.2mm～2mm 程度）を選定した方が良い。
- ⑥ 計測位置において想定される振動応答を考慮して、センサ（加速度センサ・歪ゲージ）の計測範囲を超えないよう、センサを選定する。

## (2) 計測レンジの設定

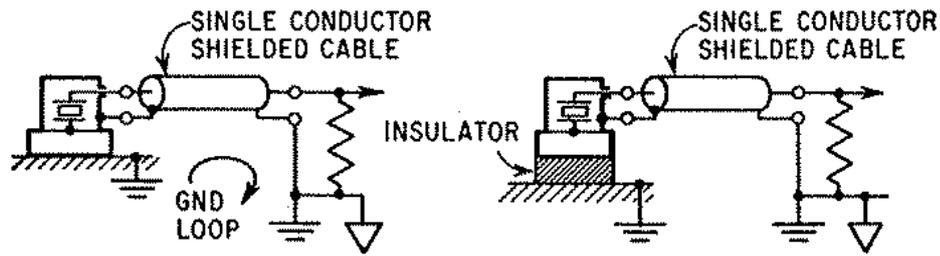
- ① 計測データが計測系の最大入力値を超えて飽和（サチレーション）を起こさぬよう、時系列データの最大値を包絡するような計測レンジ（ランダム振動試験時には時系列加速度データの実効値の+20dB程度）を設定する。各計測点における時系列データの最大値は、解析や特性確認加振の結果を利用して見積もる。ただし、計測レンジを広く設定すると S/N 比が悪くなるため、注意が必要である。

## (3) サンプリング周波数の設定

- ① 正弦波振動試験時のサンプリング周波数は、計測データの振幅（ピーク値）を評価するために、評価周波数の 10 倍以上に設定する。サンプリング周波数を評価周波数の 10 倍に設定した場合、標本化によるピーク値の誤差は 5%以内となる。
- ② ランダム振動試験時のサンプリング周波数については、評価周波数（上限）の 2 倍以上とする（ナイキストの標本化定理）。

## (4) センサ・ケーブル類の設置

- ① 熱制御材（MLI）等、振動試験中に大きく揺れるものの近くにセンサ及びケーブルを配置する場合は、振動試験中にセンサ及びケーブルに接触し、計測ノイズの原因とならないよう熱制御材（MLI）等を固定する。
- ② 振動試験中に加速度センサが外れると、供試体を損傷させる恐れがあるため、接着剤等により確実に取付ける。接着剤により加速度センサを取付ける際は、接着剤が乾燥するまで手でしっかりと押さえ、周囲に押し出された接着剤は乾燥前にきれいに拭き取る。これらに注意すれば、接着層による周波数特性への影響は 5kHz まで無視することができる[3-8]。
- ③ 供試体や治具上に配線するケーブルは、振動試験中に揺れると計測ノイズの原因（コネクタ部の接触抵抗の変化・周囲の静的な磁場との干渉による誘導電流の発生）となるため、確実に固定する。
- ④ ground loop による計測ノイズを避けるために、センサから計測装置までの計測ラインにおける接地は一点とすることが望ましい（図 3.8-1）。図 3.8-1(a)に示すように、センサと供試体が電氣的に絶縁されていない場合は、ground loop が生じる可能性があるため、センサ底面と供試体の間に絶縁抵抗の大きいテープ（カプトンテープ等）を張り付ける。絶縁処理がなされているセンサを用いる場合においても、供試体に接着剤が付着しないようにテープ（カプトンテープ等）を張り付けることが望ましい。



(a) センサと供試体間が絶縁されていない場合 (b) センサと供試体間が絶縁されている場合

図 3.8-1 供試体から計測装置までの接地系統図 [3-8]

- ⑤ プリアンプ（前置増幅器）を持たない圧電型加速度センサのような電荷伝送型の計測ラインにおいては、極力、ローノイズケーブルとチャージアンプの間に中継接続のない連続ケーブルを使用することが望ましい。接続部のがたつき等が計測ノイズの原因となる場合がある。
- ⑥ コンポーネント等の機器取付インタフェース部の加速度応答を計測する場合は、機器の取付インタフェース（取付フランジ等）に極力近づけて加速度センサを配置する。
- ⑦ ブロックを介して加速度センサを取付ける場合（3軸計測を実施する場合など）は、比剛性の高い材質（アルミ合金など）のブロックを使用する必要がある。ブロックの剛性を  $k$ 、センサとブロックの合計質量を  $m$  とし、センサとブロックにより形成される 1 自由度系を考えると、センサで計測されるブロック上の加速度  $\ddot{x}$  と計測対象面の加速度  $\ddot{u}$  の関係は計測対象周波数  $f$  に対して以下の通りとなる[3-8]。

$$\frac{\ddot{x}}{\ddot{u}} = \frac{k}{k - m(2\pi f)^2} \quad (3.8-1)$$

計測加速度  $\ddot{x}$  と計測対象面の加速度  $\ddot{u}$  との差を 10% 以内にするためには、センサとブロックにより形成される 1 自由度系の共振周波数を計測対象周波数の 3.3 倍以上とする必要がある。

- ⑧ 軽構造物にセンサやケーブル類を設置する場合は、センサやケーブル類の質量により構造物の動特性が変化するため、極力軽量のセンサやケーブルを使用する。
- ⑨ フライト品の試験では、試験後にアクセスすることができない箇所にセンサ類を設置しないことが望ましい。試験後にアクセスすることができない箇所にセンサを設置する場合は、事前にフライトに供してよいことの確認が必要となる。
- ⑩ 試験中にアクセスが困難な箇所を計測点とする場合は、可能な限り冗長系（センサを 2 つ設置するなど）を組むことが望ましい。
- ⑪ 歪ゲージの接着には専用の接着剤を用いる。接着方法は、使用する接着剤により異

なるため、取扱説明書等を確認すること。接着場所は、アセトンなどの溶剤を用いて脱脂・洗浄を行うこと。接着場所に錆び・メッキ等がある場合は、グラインダで落としてから、サンドペーパーで方向性をもたないように磨くこと。

- ⑫ センサ・ケーブル類の設置が完了した後、計測ラインに断線等の異常がないことをタップチェック※<sup>1)</sup>により確認する。

---

※<sup>1</sup> タップチェック

タップチェックとは、ハンマーなどで供試体を軽く振動させ、その振動波形を確認することで計測系の健全性を簡易的に確認すること。

### 3.9 試験時の異常監視

振動試験時に異常が発生した場合は、試験目的を達成できなかつたり、供試体や設備を損傷する可能性があるため、速やかに異常を検知し加振を停止する必要がある。

振動試験時に監視する項目を表 3.9-1 に示す。表 3.9-1 に示す事項を試験中に監視し、異常が発生した場合には、速やかに加振停止の判断を下すことのできる体制（人員配置）を整えることが望ましい。図 3.9-1 に、振動試験時の人員配置の一例を示す。

表 3.9-1 試験時の異常監視項目（一例）

監視対象	監視項目	備考（監視内容の一例）
供試体	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 外観</li> <li>・ 機器の作動状況</li> <li>・ 音</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ガタつき等による金属の打ちつけ音などの異音が発生していないか</li> <li>・ 機器の作動状況をモニタする信号に異常がないか</li> </ul>
計測系	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ センサ及びケーブル類</li> <li>・ 振動応答</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ センサの脱落がないか</li> <li>・ サチレーションが発生していないか</li> <li>・ 振動応答がノイズに埋もれていないか</li> </ul>
加振制御系	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 制御点の振動応答</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 各制御点の振動応答に異常がないか</li> </ul>

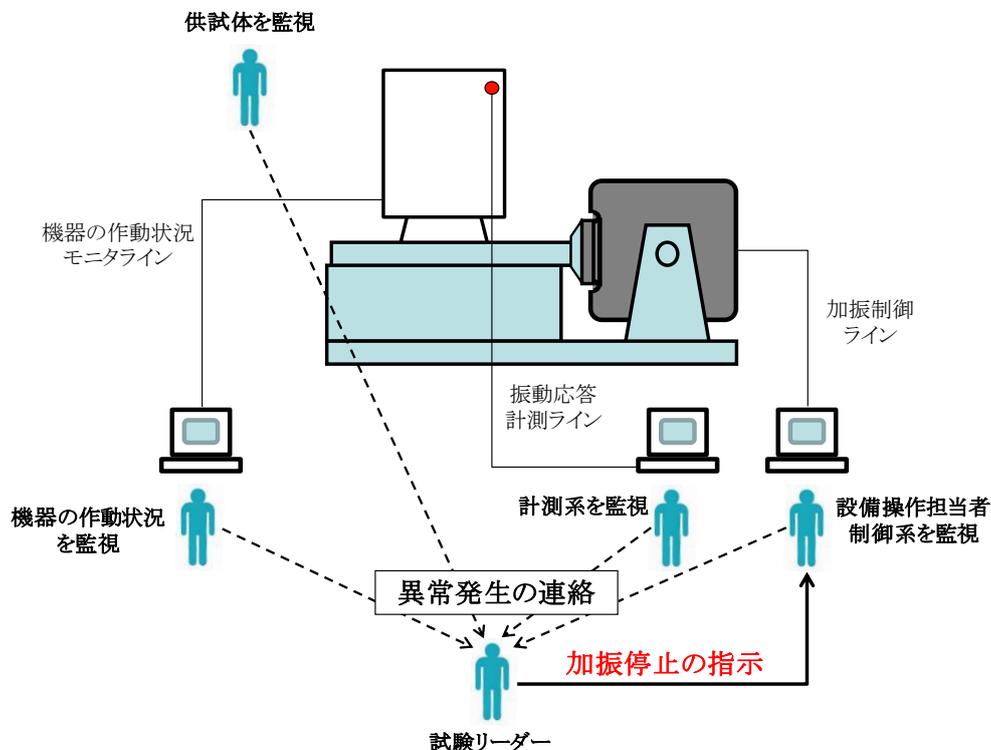


図 3.9-1 振動試験時の体制（人員配置）の一例

### 3.10 参考文献

- [3-1] J.Wijker, “Spacecraft Structures”, p86-93, Springer, 2008
- [3-2] NASA-HDBK-7005, DYNAMIC ENVIRONMENTAL CRITERIA
- [3-3] J.Wijker, “Spacecraft Structures”, p234-240, Springer, 2008
- [3-4] Cyril M. Harris, Allian G. Piersol, “Harris’ Shock and vibration Handbook 5<sup>th</sup> Edition”, Chapter 14, McGraw-Hill Handbooks, 2002
- [3-5] Thomas P. Sarafin, J.Wijker, “Spacecraft Structures and Mechanisms”, Chapter 12, KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 1995
- [3-6] JIS C 60068-2-64, 環境試験方法－電気・電子－広帯域ランダム振動試験方法及び指針
- [3-7] 上田和永, 梅田章, “ひずみゲージの衝撃応答特性の測定”, 日本機械学会第74期全国大会講演論文集 ( I ) p367～368, 1996
- [3-8] Cyril M. Harris, Allian G. Piersol, “Harris’ Shock and vibration Handbook 5<sup>th</sup> Edition”, Chapter 15, McGraw-Hill Handbooks, 2002
- [3-9] NASA Goddard Space Flight Center, “General Environmental Test Specification for Spacecraft and Components”, GETS(ELV)-1, S-320-G-1, pA-4, pB-4, pC-6 and pD-9, 1977

## 4. 振動試験結果の評価方法

振動試験結果を評価する際には、計測データの解析結果の確認、試験後の外観検査、試験中の機器の作動状況の確認及び試験後の機能性能試験などを行う。試験を実施する前に各項目の判定基準を明確にしておき、結果がその判定基準に合格しているか否かを判定する。

本項では、振動試験結果の評価を実施する上で重要となる項目として、計測データの解析手法（4.1 項）、重心相当加速度の評価方法（4.2 項）、特性確認加振結果の確認方法（4.3 項）、試験条件公差逸脱時の評価方法（4.4 項）、及び計測データの不確かさ（4.5 項）について述べる。

### 4.1 計測データの解析手法

振動試験結果を評価するために、計測データに対して行われる解析を表 4-1 に示す。正弦波振動試験では、計測データの周波数スペクトラムとして、加振周波数に対応した正弦波振幅を解析する。また、供試体の固有振動数や Q 値を確認するために伝達関数解析を実施する。ランダム振動試験においても同様に、計測データの周波数スペクトラムとして、パワースペクトル密度解析、供試体の共振周波数や Q 値を確認するための伝達関数解析が実施される。また、その伝達関数解析結果の信頼性を評価するための関連度関数解析がある。

本項では、表 4-1 に示した各種解析の定義や、解析時の注意点について述べる。

表 4-1 振動試験時に実施する解析の種類

区分	解析項目	備考
正弦波振動	周波数応答解析	4.1.1 項
	伝達関数解析	4.1.3 項
ランダム振動	パワースペクトル密度解析	4.1.2 項
	伝達関数解析	4.1.3 項
	関連度関数解析	4.1.4 項

#### 4.1.1 周波数応答解析

正弦波振動試験時の応答は、設定された掃引速度により周波数が時間的に変化する非定常な信号であるため、定常信号に対する周波数解析に広く利用されている FFT(Fast Fourier Transform)を適用して、その周波数スペクトラムを得ることは困難である。本項では、正弦波振動試験時の応答の周波数スペクトラムを解析するための方法を紹介する。

一般的な解析方法としては、トラッキングフィルタを用いる方法がある。トラッキングフ

フィルタによる方法には、中心周波数が加振周波数に追従する狭帯域のバンドパスフィルタを用いるもの（トラッキングフィルタ（バンドパスフィルタ方式））と、加振周波数と同期した変調信号を用いるもの（トラッキングフィルタ（相関方式））があり、それぞれ加振周波数における振幅と位相を検出するためのフィルタである。その他としては、加振周波数に対応した応答の実効値を計算し、その実効値を  $1.414 (\sqrt{2})$  倍することにより振幅を計算する方法や、加振周波数に対応した数周期分の時系列データのピーク値から振幅を計算する方法がある。以下では、上記で述べた4つの方法（トラッキングフィルタ（バンドパスフィルタ方式）・トラッキングフィルタ（相関方式）・実効値検出法・ピーク値検出法）の詳細について述べる。

#### (1) トラッキングフィルタ（バンドパスフィルタ方式）

トラッキングフィルタ（バンドパスフィルタ方式）は、振動応答の時系列データを中心周波数が加振周波数と同期する狭帯域のバンドパスフィルタ（図 4.1.1-1 参照）に通し、バンドパスフィルタ通過後の信号から振幅と位相を検出するものである。本方法は、設定されたバンドパスフィルタの通過帯域外の周波数成分を除去する方法であり、バンド幅を狭く設定することにより、ノイズを低減することができる。しかし、本文 3.7.2 項(1)でも示した通り、バンド幅を狭く設定するとフィルタの反応時間が長くなることに注意が必要である。

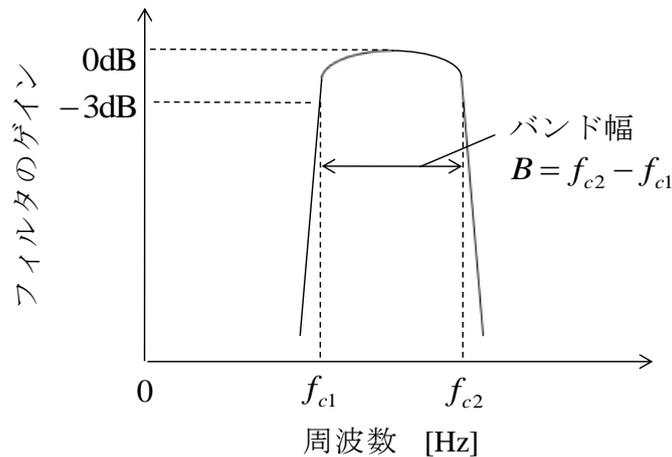


図 4.1.1-1 バンドパスフィルタとバンド幅

#### (2) トラッキングフィルタ（相関方式） [4-1]

トラッキングフィルタ（相関方式）による振幅と位相の検出フローを、図 4.1.1-2 に示

す。

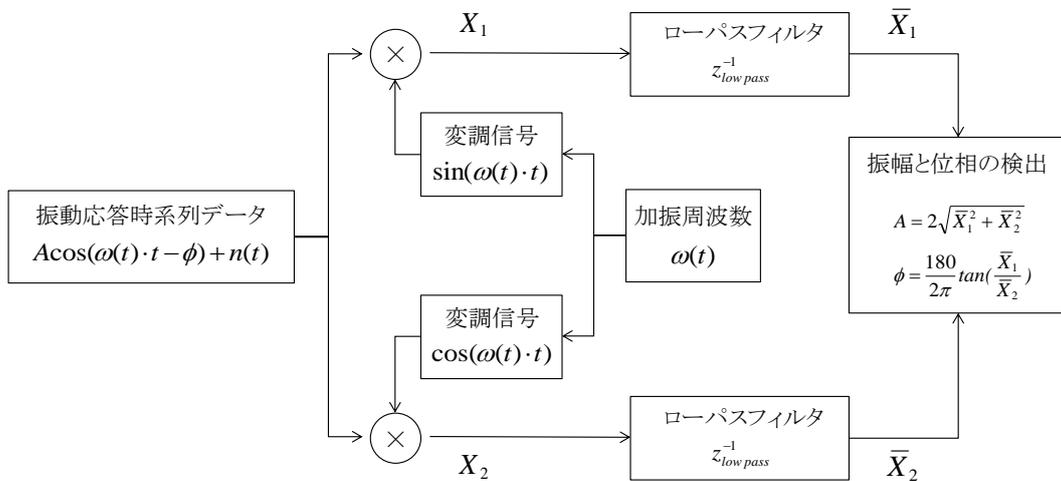


図 4.1.1-2 トラッキングフィルタによる振幅と位相の検出

トラッキングフィルタ（相関方式）は、加振信号の周波数と位相に同期した2つの変調信号（ $\sin(\omega(t) \cdot t)$ ,  $\cos(\omega(t) \cdot t)$ ）と2つのローパスフィルタで構成されている。解析対象である振動応答の時系列データを  $A\cos(\omega(t) \cdot t - \phi) + n(t)$  とすると、各変調信号を掛け算した後の信号（ $X_1, X_2$ ）は以下の通りとなる。

$$\begin{aligned} X_1 &= [A\cos(\omega(t) \cdot t - \phi) + n(t)]\sin(\omega(t) \cdot t) \\ &= \frac{A}{2}\sin(\phi) + \frac{A}{2}[\cos(\phi)\sin(2\omega(t) \cdot t) - \sin(\phi)\cos(2\omega(t) \cdot t)] + n(t)\sin(\omega(t) \cdot t) \end{aligned} \quad (4.1.1-1)$$

$$\begin{aligned} X_2 &= [A\cos(\omega(t) \cdot t - \phi) + n(t)]\cos(\omega(t) \cdot t) \\ &= \frac{A}{2}\cos(\phi) + \frac{A}{2}[\cos(\phi)\cos(2\omega(t) \cdot t) + \sin(\phi)\sin(2\omega(t) \cdot t)] + n(t)\cos(\omega(t) \cdot t) \end{aligned} \quad (4.1.1-2)$$

式(4.1.1-1)及び式(4.1.1-2)に示す通り、変調信号を掛け算した後の波形は、直流成分（第1項）、加振周波数の2倍の高調波成分（第2項）、及びノイズ成分（第3項）により表される。次に、変調信号を掛け算した後の波形をローパスフィルタに通し、高調波成分（第2項）を除去する。ローパスフィルタ通過後の波形は、以下の通りである。

$$\bar{X}_1 = \frac{A}{2}\sin(\phi) + z_{low\ pass}^{-1} [n(t)\sin(\omega(t) \cdot t)] \quad (4.1.1-3)$$

$$\bar{X}_2 = \frac{A}{2}\cos(\phi) + z_{low\ pass}^{-1} [n(t)\cos(\omega(t) \cdot t)] \quad (4.1.1-4)$$

ノイズ成分がない場合は、式(4.1.1-3)及び式(4.1.1-4)の第2項が0となるため、ローパスフィルタ通過後の波形は直流成分のみとなり、振幅及び位相を以下の式により求めること

ができる。

$$A = 2\sqrt{\bar{X}_1^2 + \bar{X}_2^2} \tag{4.1.1-5}$$

$$\phi = \frac{180}{2\pi} \tan\left(\frac{\bar{X}_1}{\bar{X}_2}\right) \tag{4.1.1-6}$$

ノイズ成分がある場合は、直流成分の他に変動成分（式(4.1.1-3)及び式(4.1.1-4)の第2項）が含まれるため、式(4.1.1-5)及び式(4.1.1-6)で求めた振幅及び位相には誤差が含まれる。この誤差は、平均処理またはローパスフィルタのバンド幅を狭く（カットオフ周波数を低く）設定することにより低減することができる。しかし、本文 3.7.2 項(1)でも示した通り、バンド幅を狭く設定するとフィルタの反応時間が長くなることに注意が必要である。

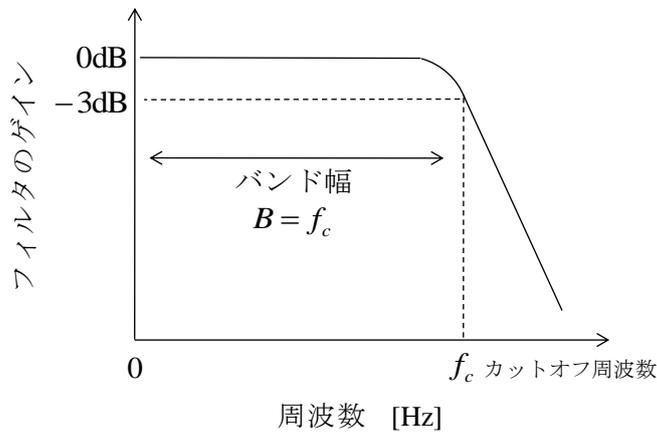


図 4.1.1-3 ローパスフィルタにおけるバンド幅及びカットオフ周波数の関係

(3) 実効値検出法[4-1]

実効値検出法による振幅の検出フローを、図 4.1.1-4 に示す。本方法は、実効値の時系列を計算する方法であり、変調信号を使用しないため位相を検出することはできない。

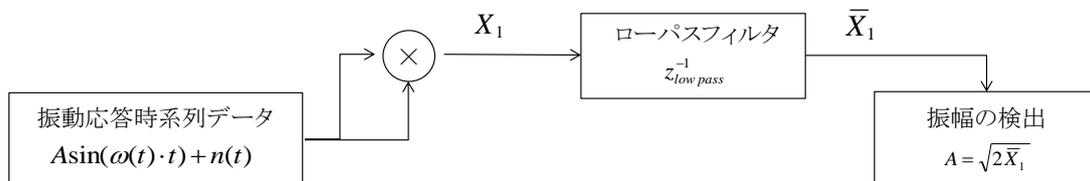


図 4.1.1-4 実効値検出法による振幅の検出

まず、計測される応答の 2 乗値を計算する。解析対象である応答の時系列データを  $A \sin(\omega(t) \cdot t) + n(t)$  とすると、その 2 乗値は以下の通りとなる。

$$\begin{aligned}
 X_1 &= A^2 \sin^2(\omega(t) \cdot t) + 2A \sin(\omega(t) \cdot t) n(t) + n^2(t) \\
 &= \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2} \cos(2\omega(t) \cdot t) + 2A \sin(\omega(t) \cdot t) n(t) + n^2(t)
 \end{aligned}
 \tag{4.1.1-7}$$

式(4.1.1-7)に示す通り、計算される2乗値は、直流成分（第1項）、加振周波数の2倍の高調波成分（第2項）、及びノイズ成分（第3項及び第4項）により表される。ノイズ $n(t)$ が小さければ、第4項は無視することができる。次に、2乗した後の波形をローパスフィルタに通し、高調波成分（第2項）を除去する。ローパスフィルタ通過後の波形は、第4項は無視すると以下の通りである。

$$\bar{X}_1 = \frac{A^2}{2} + z_{low\ pass}^{-1} [2A \sin(\omega(t) \cdot t) n(t)]
 \tag{4.1.1-8}$$

ノイズ成分がない場合は、式(4.1.1-8)の第2項が0となるため、ローパスフィルタ通過後の波形は直流成分のみとなり、振幅を以下の式により求めることができる。

$$A = \sqrt{2\bar{X}_1}
 \tag{4.1.1-9}$$

ノイズ成分がある場合は、トラッキングフィルタ（相関方式）と同様にノイズによる誤差が含まれるが、平均処理またはローパスフィルタのバンド幅を狭く（カットオフ周波数を低く）設定することにより低減することができる。

#### (4) ピーク値検出法

ピーク値検出法は、ある加振周波数で加振している時の時系列データから、その加振周波数により決まる数周期分の時系列データ $a(t)$ を抽出し、その最大値と最小値から振幅を計算する方法である（図4.1.1-5参照）。

計算式は、以下の通りである。本方法は、計測ノイズや高調波等の影響を受けやすく、上記(1)～(3)で示した方法より大きめの値が算出される。

$$A = \frac{\max(a(t)) - \min(a(t))}{2}
 \tag{4.1.1-10}$$

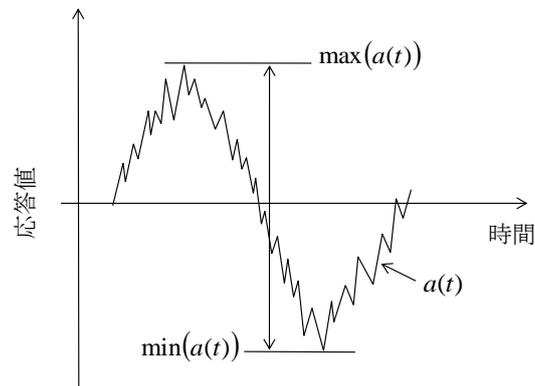


図 4.1.1-5 ピーク値検出法の模式図

#### 4.1.2 パワースペクトル密度解析

ランダム振動試験時の制御結果や供試体各部の応答の周波数特性及びレベルを評価するために、パワースペクトル密度解析（PSD 解析）が実施される。制御結果の PSD 解析においては、統計誤差と自由度（平均回数）の関係や、窓関数及びオーバーラップの設定に注意する必要がある。また、供試体の応答の PSD 解析結果において、共振によるピーク値を評価する際には、周波数分解能による誤差に注意が必要となる。統計誤差と自由度の関係（平均回数）、窓関数及びオーバーラップの設定については、本文 3.7.2 項(2)で示した。周波数分解能による誤差については、音響試験ハンドブックの 5.3 項を参照のこと。

#### 4.1.3 伝達関数解析

振動試験結果における伝達関数は、供試体への加振入力とその入力に対する応答（出力）の関係を表すものであり、入出力間の倍率や位相差を表すものである。以下では、伝達関数の定義式を説明するとともに、ランダム信号処理における統計誤差や、周波数分解能による誤差について述べる。

##### (1) 伝達関数の定義式

正弦波振動試験時及びランダム振動試験時の伝達関数の定義式は、以下の通りである。

< 正弦波振動 >

$$H_{sin}(\omega) = \frac{A_s e^{j\phi_s} e^{j\omega t}}{A_b e^{j\phi_b} e^{j\omega t}} \quad (4.1.3-1)$$

< ランダム振動 >

$$H_1(\omega) = \frac{W_{bs}(\omega)}{W_{bb}(\omega)} \quad (4.1.3-2)$$

ここで、 $A_s$  及び  $\phi_s$  は応答の正弦波振幅及び位相、 $A_b$  及び  $\phi_b$  は加振入力 of 正弦波振幅及び位相、 $W_{bs}(\omega)$  は加振入力と応答間のクロススペクトル密度関数、 $W_{bb}(\omega)$  は加振入力 of パワースペクトル密度関数である。上記の伝達関数 (式(4.1.3-1), 式(4.1.3-2)) は複素数であり、複素平面上における絶対値が応答倍率を、角度が位相差を表す。

ランダム振動試験における伝達関数には式(4.1.3-2)に示した  $H_1$  の他に、 $H_2$  や  $H_v$  などもあるが、これらは計測ノイズの影響を小さくしようという配慮からくるものであり、宇宙機のランダム振動試験のような大きな振動負荷を与える振動試験結果 (S/N 比を十分とることができている計測結果) に対しては、 $H_1$  (式(4.1.3-2)) を用いれば良い。

## (2) 伝達関数の信頼区間

ランダム振動試験における加振入力及び応答の時系列はランダムであるため、それらを用いて計算された伝達関数は統計的にランダムな性質があり、得られた伝達関数の信頼区間に留意する必要がある。

上記(1)でも示した通り、伝達関数は有限の計測データから計算されたパワースペクトル密度関数及びクロススペクトル密度関数の推定値より求められる。計算される伝達関数  $\hat{H}(f)$  は、推定値であり真値ではない。ここで、真の伝達関数を  $H(f)$  とすると、推定値  $\hat{H}(f)$  との関係は以下のように与えられる[4-2]。

$$1 - \hat{r}(f) \leq \frac{|H(f)|}{|\hat{H}(f)|} \leq 1 + \hat{r}(f) \quad (4.1.3-3)$$

$$\hat{r}(f) \equiv \sqrt{\frac{2}{DOF-2} F_{2, DOF-2; \alpha} (1 - \hat{\gamma}_{sb}^2(f))} \quad (4.1.3-4)$$

ここで、 $DOF$  は推定に用いられた自由度数、 $\alpha$  は  $F$  分布の上限確率、 $F_{2, DOF-2; \alpha}$  は自由度  $n_1 = 2$ ,  $n_2 = DOF - 2$  の  $F$  分布の  $100\alpha$  パーセント点、 $\hat{\gamma}_{sb}^2(\omega)$  は関連度関数の推定値である。関連度関数については、4.1.4 項で述べる。 $DOF$  は推定に用いるフーリエ変換の平均回数  $n$  と  $DOF = 2n$  の関係がある[4-2]。式(4.1.3-3)は、 $(1 - \alpha)$  信頼区間における伝達関数の推定誤差を表す式であり、式(4.1.3-4)に示す通り、伝達関数の推定誤差は、平均回数と関連度関数の値に影響を受ける。すなわち、伝達関数の推定誤差を所定の値以内に抑えるためには、関連度関数の値が高く、かつ十分な平均回数を確保する必要がある。例えば、関連度関数の値が 0.9 の時、推定誤差を 5% 以内に抑えるためには、95 回程度の平均回数が必要となる (図 4.1.3-1 参照)。ただし、4.1.4 項でも述べるが、関連度関数の値は構造の非線形性や計測データ S/N 比により低下するため、伝達関数の推定誤差は十分な平均回数を確保しても低減することができない場合がある。

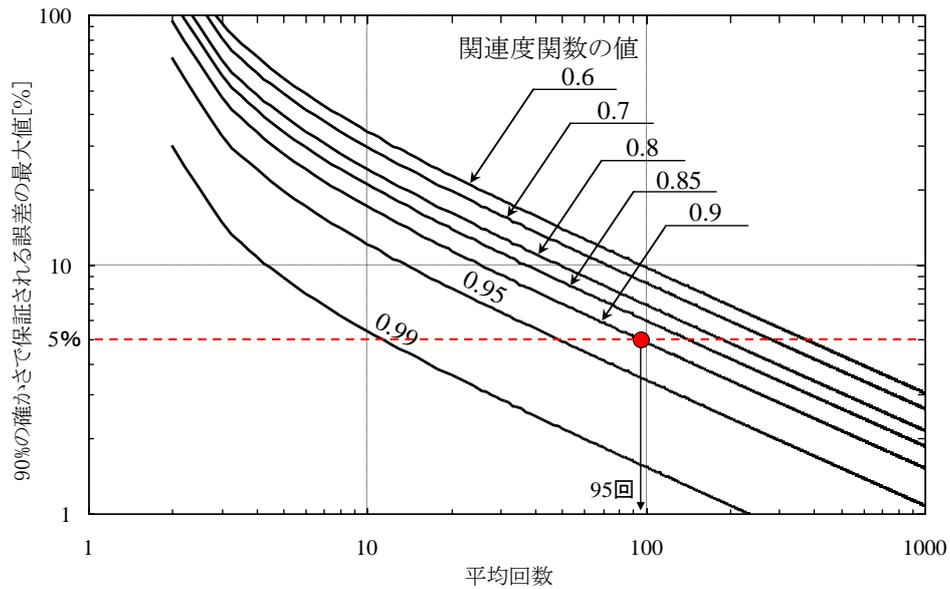


図 4.1.3-1 伝達関数の推定誤差と関連度関数値及び平均回数の関係

### (3) 伝達関数の分解能誤差

ランダム振動試験における伝達関数は、式(4.1.3-2)に示すように、パワースペクトル密度関数とクロススペクトル密度関数から求められる。パワースペクトル密度関数やクロススペクトル密度関数は、振動試験時に計測された有限の加速度時系列データから離散フーリエ変換により求められるため、周波数に対して連続ではなく離散的な値をとり、必然的に分解能誤差が発生する。伝達関数の分解能誤差を生じさせる要因は様々なものがあるが、その中で特に注意を要するものは、伝達関数の計算に用いられるパワースペクトル密度関数やクロススペクトル密度関数のピーク周波数において発生する分解能誤差である。本件については、音響試験ハンドブックの 5.3 項を参照のこと。

#### 4.1.4 関連度関数解析

関連度関数解析（コヒーレンス解析）は、ランダム振動試験の結果より得られる伝達関数解析結果の信頼性を評価するための手段として用いられる。関連度関数は、以下の式により定義されている。

$$\gamma_{sb}^2(\omega) = \frac{\|W_{bs}(\omega)\|^2}{W_{bb}(\omega)W_{ss}(\omega)} \quad (4.1.4-1)$$

ここで、 $W_{bs}(\omega)$ は加振入力と応答間のクロススペクトル密度関数、 $W_{bb}(\omega)$ 及び $W_{ss}(\omega)$ は加振入力及び応答のパワースペクトル密度関数である。関連度関数 $\gamma_{sb}^2(\omega)$ は、周波数領域で定義された相関係数の自乗であり、0 から 1 の範囲で変化する。すなわち、関連度関数 $\gamma_{sb}^2(\omega)$ は、入力と出力の関係の強さを表わし、入力と出力が互いに無関係であれば 0、反対に出力が入力だけによって一義的に決定されるならば 1 となる。振動試験におけるベース加速度と応答加速度の関連度関数 $\gamma_{sb}^2(\omega)$ は、以下に示す場合において、1 より低下する。

- (1) 系が線形でない場合。
- (2) 応答の計測中に系以外から外部雑音（ノイズ）が混入した場合。
- (3) 対象とする入力以外にも他の入力があり、出力がこれら両方の影響を受ける場合。
- (4) 応答が計測系のダイナミックレンジを超えるなど、正しく計測が行われなかった場合。

図 4.1.4-1 に、ある構造物を加振した際の入力（加振力）と出力（振動応答）間の関連度関数解析結果を、伝達関数解析結果と併せて示す。伝達関数において谷となっている周波数において関連度関数が大きく低下しているのは、S/N 比が低下していることに起因する。

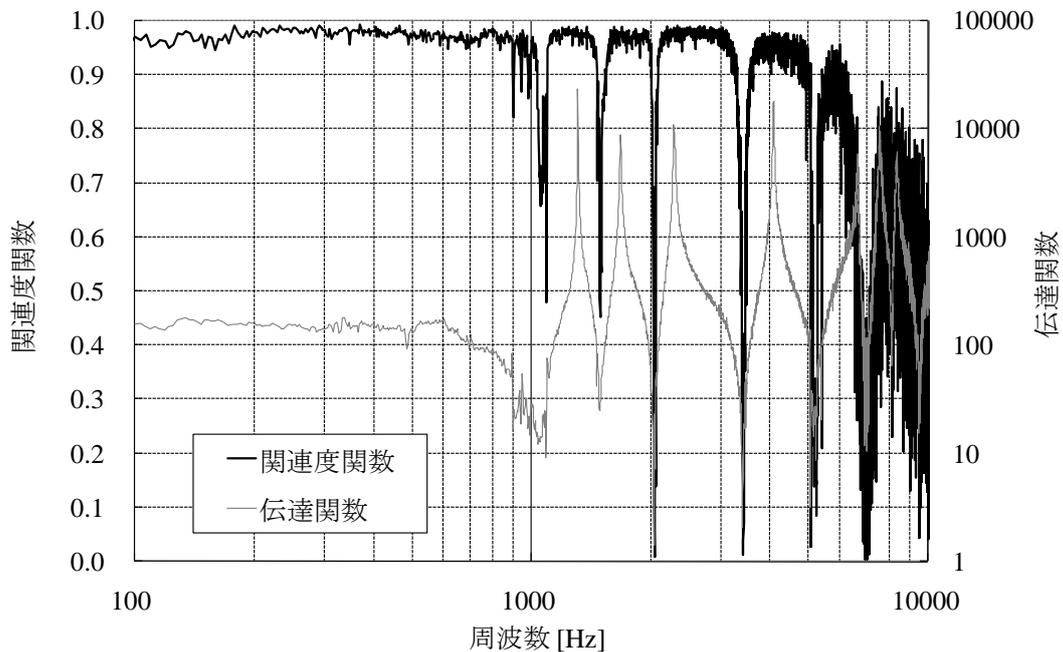


図 4.1.4-1 関連度関数解析結果及び伝達関数解析結果の一例

## 4.2 重心相当加速度の評価方法

重心相当加速度 $a_{CG}$ とは、供試体のインタフェース部のフォース値 $f_b$ と関連する値であ

り、実際には存在しない仮想的な点における加速度である。ここで、 $M_{\text{rig}}$  を供試体の剛体質量とすると、重心相当加速度  $a_{\text{CG}}$  は以下の通りとなる。

$$a_{\text{CG}} = \frac{f_b}{M_{\text{rig}}} \quad (4.2-1)$$

式(4.2-1)に示す通り、振動試験時にインタフェースフォースを計測しなければ、重心相当加速度を直接計測することはできない。従って、重心相当加速度がノッチング条件として規定され、かつインタフェースフォースを計測しない場合（フォースリミット振動試験を実施しない場合）は、解析等により供試体上の計測データから重心相当加速度を推定する必要がある。

### 4.3 特性確認加振結果の確認方法

本加振による振動負荷により、供試体に構造上の不具合が発生していないことを確認するため、試験後には外観検査が行われる。しかし、供試体の内部など外観検査のみでは確認することができない部位があるため、外観検査の補助的手段として本加振の前後に供試体の動特性が変化していないことを確認するための特性確認加振が実施される。特性確認加振で得られる伝達関数を比較することにより、供試体に構造上の異常が発生していないことを評価する。

本加振の負荷前後の特性確認加振で得られる伝達関数を比較する際には、伝達関数の形状、低周波の主要なモードにおける共振周波数や応答倍率に、構造上の異常を表す変化がないことを確認することが重要である。

一例ではあるが、文献[4-3]の試験では、低周波の主要なモードにおける共振周波数の変化率に対しては 5%以内、応答倍率の変化率に対しては 20%以内が許容される変化率として設定されており、伝達関数の比較結果がその範囲内であることの確認が行われている。筑波宇宙センターで実施された衛星システム・サブシステムの特性確認加振結果より得られた伝達関数の変化率（共振周波数・応答倍率）の整理結果を、表 4.3-1 に示す。表 4.3-1 に示す通り、各変化率を累積分布関数で表わした場合、累積分布関数の値が 2.5%~97.5%となる範囲は、応答倍率に関しては-17.7%~36.0%、共振周波数に関しては-3.2%~0.0%である。このように、本加振前後の伝達関数に若干の差異が生じる原因としては、供試体の非線形挙動（詳細は本文 2.5 項参照）等によるものと考えられる。

表 4.3-1 特性確認加振における伝達関数の応答倍率と共振周波数の変化率

	変化率 *2)	
	応答倍率	共振周波数
累積分布関数の値が 5%～95%となる範囲 (全サンプルの 90% : 479 サンプル/532 サンプル *1)	-17.4%～32.6%	-1.4%～0.0%
累積分布関数の値が 2.5%～97.5%となる範囲 (全サンプルの 95% : 505 サンプル/532 サンプル *1)	-17.7%～36.0%	-3.2%～0.0%
平均値	1.71%	-0.25%
標準偏差	13.8%	0.63%

\*1) ここで整理された 532 サンプルは、衛星システム 4 機、衛星サブシステム 4 機の各軸の特性確認加振結果を基に、応答倍率が 20 以上のピークを抽出して整理した結果である。

\*2) 変化率の定義は、以下の通りである。

$$\text{変化率} = (\text{本加振後の値} - \text{本加振前の値}) / \text{本加振前の値} \times 100 [\%]$$

#### 4.4 試験条件公差逸脱時の評価方法

振動試験結果の可否を判断する際には、加振レベルが試験条件公差の範囲内に入り、かつ振動負荷中及び負荷後の供試体に異常がないことを確認することが基本である。しかし、加振機の制御特性等のために、供試体や加振機の共振周波数付近において試験条件公差を逸脱する場合がある。本項では、試験条件公差の逸脱が生じた場合の供試体に対する振動負荷への影響を評価する方法の一例を示す。なお、以下に示す方法は、予備加振等により本加振時に試験条件公差の逸脱が予測される場合の事前評価にも利用することができる。

##### (1) 正弦波振動試験

正弦波振動試験は、加振周波数を掃引しながら周波数ごとに負荷をかける試験であるため、逸脱が生じた周波数が供試体にとってクリティカルな共振周波数でなければ、供試体に対する負荷への影響は小さく問題となることは少ない。

逸脱が生じた周波数が供試体にとってクリティカルな共振周波数の場合は、供試体に対する負荷への影響が大きい。上限公差逸脱（過負荷の方向へ逸脱）の場合は、供試体の設計仕様以上の負荷がかかっていないことを確認し、供試体に構造及び機能上の異常がないことを確認した上で判断する。下限公差逸脱（負荷不足の方向へ逸脱）の場合は、負荷不足となるため、試験目的を損なわないか否かを別途評価する必要がある。

## (2) ランダム振動試験

ランダム振動試験は、加振周波数範囲内の周波数成分を同時に負荷する試験であるため、全加振周波数成分が同時に作用した際の供試体の負荷を評価する必要がある。ランダム振動試験時における供試体の負荷を見積もる方法として、RRS（ランダム応答スペクトラム）解析がある。RRS 解析とは、一自由度振動系にランダム振動加速度が作用した際の応答の実効値を計算する解析であり、供試体に加わる荷重の実効値を簡易的に見積もる解析である（詳細は音響試験ハンドブック 5.4 項参照）。供試体のクリティカルな共振周波数が特定できる場合は、「試験結果」と「試験条件として設定されている試験レベル」の共振周波数における RRS 解析値を比較することにより、試験条件公差逸脱の影響の度合いを把握することができる。逸脱が生じた周波数が供試体のクリティカルな周波数に近い場合や、逸脱による供試体への負荷の影響が明らかに小さいと過去の実績等により判断することが難しい場合は、RRS 解析値が供試体に対する負荷を見積もる上での参考指標となる。

図 4.4-2 に、試験条件公差を逸脱した試験結果の RRS 解析結果と、試験条件として設定されている試験レベルの RRS 解析結果の比較を示す。図 4.4-2 に示す通り、逸脱が生じた周波数と供試体のクリティカルな共振周波数が異なれば、試験結果と試験レベルの共振周波数における RRS 解析結果はほぼ等しく（ $\pm 0.5\text{dB}$  程度）、供試体に対する負荷の違いはほとんどないと判断することができる。逸脱が生じた周波数が供試体にとってクリティカルな共振周波数である場合は、より詳細な評価が必要となる。上限公差逸脱（過負荷の方向へ逸脱）の場合は、供試体の設計仕様以上の負荷がかかっていないことを確認し、供試体に構造及び機能上の異常がないことを確認した上で判断する。下限公差逸脱（負荷不足の方向へ逸脱）の場合は、負荷不足となるため、試験目的を損なわないか否かを別途評価する必要がある。

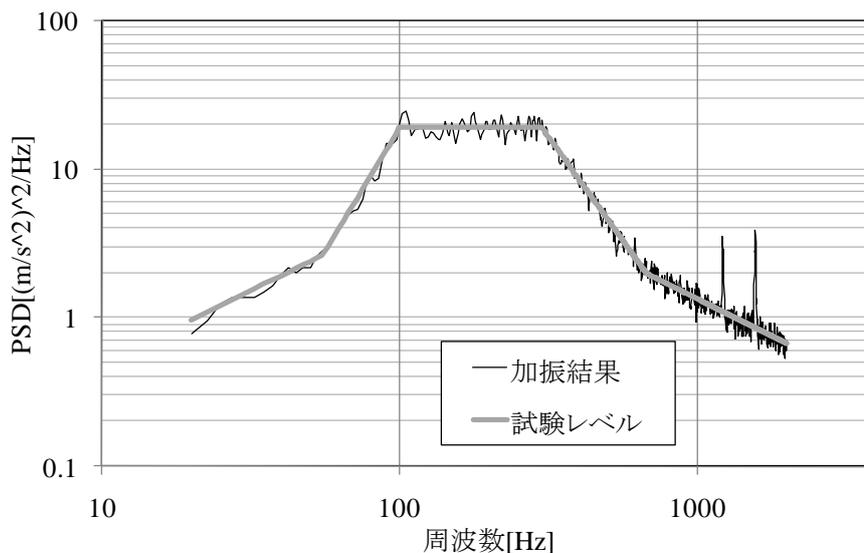


図 4.4-1 加振結果と試験レベルの比較

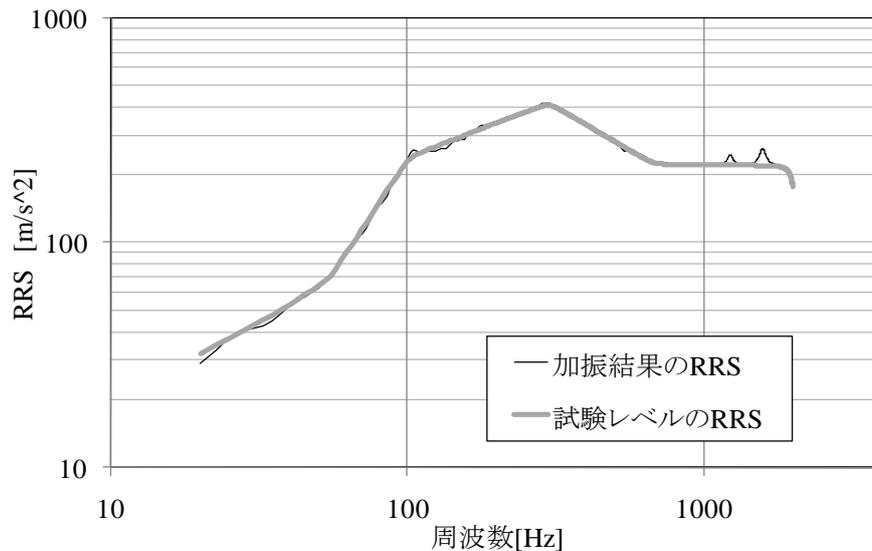


図 4.4-2 加振結果と試験レベルの RRS 解析結果の比較

## 4.5 計測データの不確かさ

### 4.5.1 不確かさとは

計測値の信頼性を表す指標としてこれまで「誤差」が用いられてきたが、国際的には誤差の概念が否定されつつある。正確には知り得ない「真の値」からの差を示す「誤差」という表現ではなく、元々測定できない「真の値」が計測値からどの程度のバラツキの範囲内にあるかを示す、計測値の不確かさを表記する方法へ移行しつつある。

バラツキの統計的な表現は、標準偏差 $\sigma$ であり、この標準偏差は標準不確かさとなる。計測対象の「真の値」は、計測値の確率分布の信頼区間内に存在する。例えば、計測値の確率分布として正規分布を想定し、信頼区間を $\pm 2\sigma$ の範囲（包含係数(Converage Factor):  $k = 2$ ）とすると、その信頼水準は 95%である。

不確かさの一例として、加速度センサの不確かさを示す例を図 4.5.1-1 に示す。この例では、校正により得られた 100Hz の感度は  $0.136568 \text{ pC}/(\text{m}/\text{s}^2) \pm 1.1\%$  (Uncertainty Estimate : 95% Confidance,  $k = 2$ )であることがわかる。

不確かさによる表現は世界的に計量標準[4-4]となっているが、不確かさという概念が一般的に広く認知されていないのが実情である。これまで使用してきた計測システムを全て不確かさで表現し直すのには時間と労力を伴うが、世界の動向に合わせて今後順次見直ししていく必要がある。

# Calibration Certificate

Transverse Sensitivity (%): 2.7

Document number: 47963

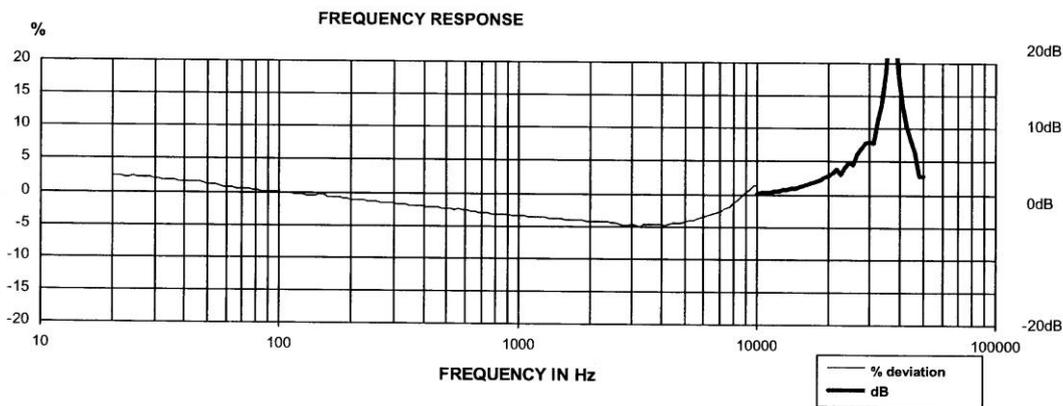
Temperature (°C): 24.9  
Relative Humidity (%): 50.7

Manufacturer: ENDEVCO  
Model Number: 2222C  
Serial Number: 11542

Resonance Frequency (Hz): 37222

Sensitivity: 0.136568 pC/ ( m/s<sup>2</sup> ) @ 100 Hz, 97.9 m/s<sup>2</sup> pk

Capacitance at ref freq (pF): 505.42



Endevco, a division of Meggitt, located at 30700 Rancho Viejo Road, San Juan Capistrano, CA, certifies that the above instrument was tested using comparison calibrations per ANSI S2.2 using Endevco IM68357. This calibration is traceable to the National Institute of Standards and Technology and is in accordance with ANSI/NCSL Z540-1-1994 (MIL-STD 45662A).

Console serial number: AC21  
NIST traceability #: 822/271199-05  
Equipment used: 2901  
Test definition: FOR AES

Uncertainty estimate (95% confidence, k=2)	
+/- 1.1 %	100.0 Hz Sensitivity
+/- 5.0 %	10.0 < f <= 20.0 Hz
+/- 1.5 %	20.0 < f <= 2000.0 Hz
+/- 2.5 %	2000.0 < f <= 10000.0 Hz
+/- 4.0 %	10000.0 < f <= 20000.0 Hz

By: \_\_\_\_\_  
Operator Name and Title  
Date: 8/28/2006

Courtesy of Endevco

図 4.5.1-1 加速度センサの校正結果（不確かさ表現）

## 4.5.2 計測データの厳密な評価

振動試験の最終評価は、厳密には計測データに異常がない場合でも計測系によって異なる結果が得られる。なぜならば、計測には不確かさが存在し、計測データは実際発生している加速度を近似したものに過ぎないからである。従って、計測結果を厳密に評価するような場合は、計測や解析処理による不確かさを考慮する必要がある。

計測データの不確かさは、センサ、コンディショナ、AD コンバータなどを含めた不確かさの和（合成不確かさ）の平方根である。計測データの不確かさは式(4.5.2-1)によって計算できる。

$$U_{sys} = (U_{SENSOR}^2 + U_{CON}^2 + U_{DAS}^2)^{1/2} \tag{4.5.2-1}$$

ここで、 $U_{SENSOR}$ 、 $U_{CON}$ 、 $U_{DAS}$  は、それぞれ、センサ、コンディショナ、及び AD コンバータ等デジタル処理系の不確かさである。

#### 4.6 参考文献

- [4-1] Pelletier, M. P., and Underwood, M. A., “Multichannel Simultaneous Digital Tracking Filters for Swept Sine Vibration Control”, Proc. Institute of Environmental Sciences and Technology, Vol.2, p.338, April 1994
- [4-2] Bendat, J.S. and Piersol, A.G., *Random Data: Analysis and Measurement Procedures, 3rd ed.*, (2000), John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [4-3] Terry Scharton, and Michael Vujcich, “Combined Loads, Vibration, and Modal Testing of the Quikscat Spacecraft”, Journal of the IEST, Vol 42, Number 5, September-October 1999, P36-42
- [4-4] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, (1993, corrected and reprinted 1995), International Organization for Standardization (ISO), Geneva, Switzerland.

## Appendix A 正弦波振動環境条件の設定に関する一手法

宇宙機に対してロケット側から規定される正弦波振動環境条件は、周波数範囲、加速度レベル及び掃引速度である。正弦波振動環境条件の加速度レベル及び掃引速度は、打上げ時の低周波振動環境により生じる宇宙機の振動応答と等価な負荷を与えることのできる値を計算し、打上げ時の振動環境の不確定性（フライト毎のばらつき等）を考慮した上で設定される。

本項では、正弦波振動環境条件として設定される加速度レベルと掃引速度の設定に関する一手法について紹介する。

### A.1 加速度レベルの設定

本文 2.2.1 項でも述べた通り、正弦波振動試験は打上げ時の低周波振動環境に対する宇宙機の耐性を検証する試験である。打上げ時の振動環境は、打上げシーケンスの主要なイベント（リフトオフ・遷音速飛行・1/2 段分離・POGO 発生時など）毎に発生するものであり、同時に発生するわけではなく、それぞれ異なった周波数成分を持つ。正弦波振動試験は、加振周波数を掃引して供試体に正弦波入力を負荷する試験であり、過渡振動に対する耐性を検証する方法として確立された手法<sup>※1</sup>である。

正弦波振動環境条件における加速度レベルは、主要な振動環境が発生するイベント毎には設定せず、これらの異なるイベント毎の振動環境を包絡するように設定する。各イベントにおける振動環境の包絡値として設定することにより、一つの正弦波振動環境条件として規定している。以下では、打上げ時の低周波振動環境の時系列データを、正弦波振動における加速度レベルに置き換える方法の一つである SRS/Q 解析について説明する。SRS/Q 解析により求められる加速度レベルは、宇宙機を 1 自由度振動系と仮定し、打上げ時の低周波振動環境により生じる 1 自由度振動系の応答と等価な応答を発生させるための入力加速度レベルである。

SRS/Q 解析とは、衝撃環境の規定に用いられている SRS（衝撃応答スペクトラム）を、SRS を計算する際に設定した Q 値で割ったものであり、時系列データを 1 自由度振動系に

---

※1 正弦波振動試験（掃引加振）

高速フーリエ変換（FFT）が確立される 1970 年代以前は、トラッキングフィルタと積分器を用いてアナログ的に信号を処理していたため、アナログ変換器が定常応答に達するまでに時間がかかり、波形をゆるやかに掃引せざるをえなかった[A-1]。

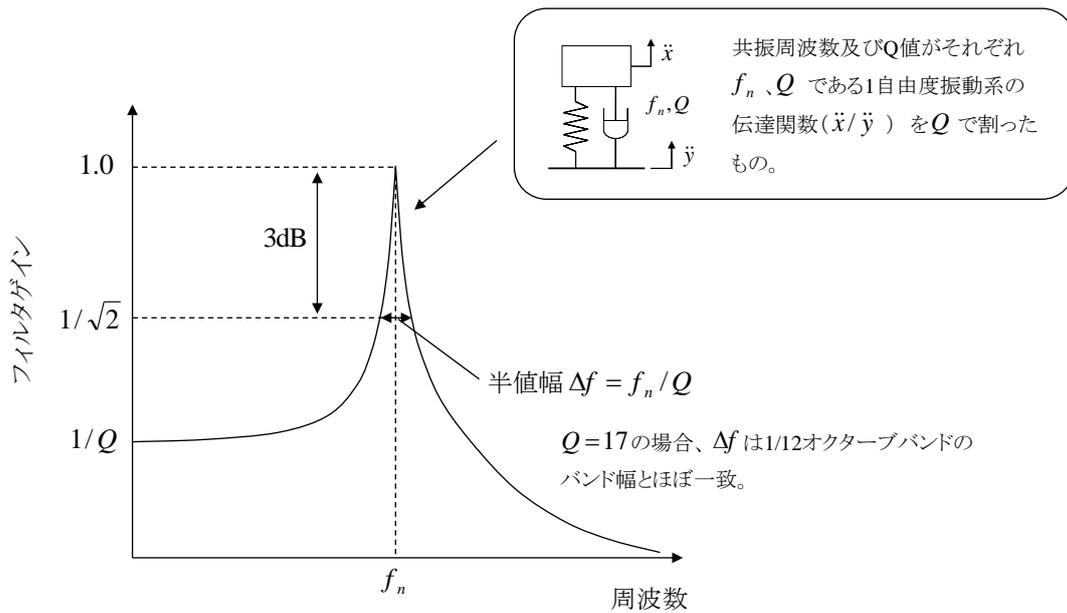


図 A.1-1 SRS/Q フィルタの特性

おける加速度の伝達関数（ベース加速度に対する応答加速度の比）と同じ形状を持つフィルタに通すことを意味する（図 A.1-1 の参照）。従って、SRS/Q 解析は、時系列データのフィルタ処理の一種であり、各周波数成分を抽出することを意味している。SRS/Q 解析で用いる Q 値は、フィルタのバンド幅を意味し、Q 値を大きく設定するほどバンド幅が狭くなる。Q 値を小さく設定すると、バンド幅が広くなり求められる加速度レベルは大きくなる。

上記で述べた SRS/Q 解析を用いて、主要なイベント毎の等価な加速度レベルを周波数毎に求め、その全てを包絡する値を求める（図 A.1-2 参照）。このようにして求められた等価な加速度レベルの包絡値に対し、不確定性（フライト毎のばらつき等）を考慮した統計的な上限値を算出し、そのピーク値を包絡するよう、周波数方向に平滑化（谷を無視し直線的な包絡線を引く処理）を施すことにより正弦波振動環境条件としての加速度レベルを設定することができる。フライト毎のばらつきに関する統計処理方法については、音響試験ハンドブックの Appendix A を参照のこと。

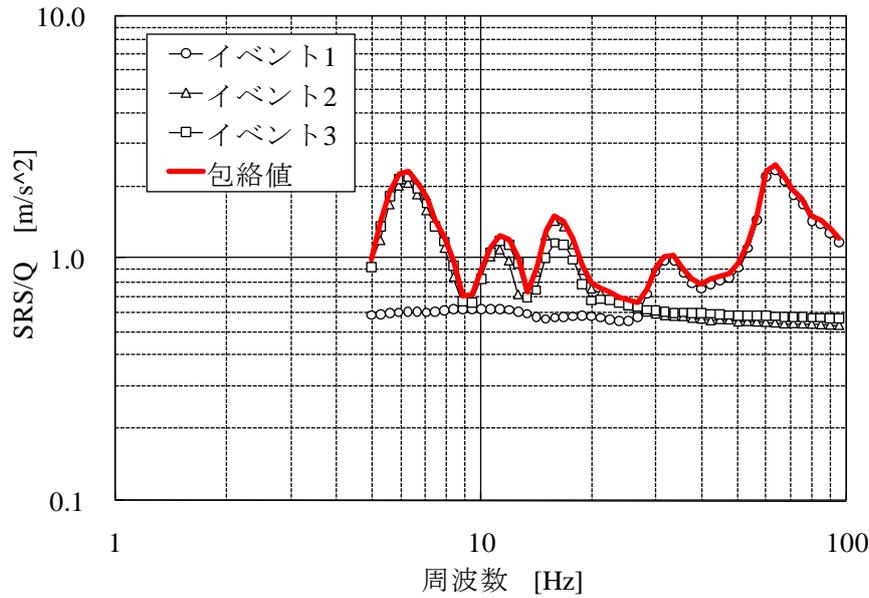


図 A.1-2 各イベントの SRS/Q 計算結果の包絡値

## A.2 掃引速度の設定

A.1 項でも述べた通り、正弦波振動試験は打上げ時の低周波振動環境と等価な振動負荷を模擬する試験であり、打上げ時と比較して同等以上の負荷（発生応力）がかかるよう、正弦波振動環境条件（加速度レベル及び掃引速度）を設定することが基本である。

発生応力が打上げ時と同等となるように掃引速度を設定する際の考え方は、A.1 項でも示した通り、供試体を 1 自由度振動系と仮定し、その応答が等価となるように設定することである。A.1 項で算出される加速度レベルは、供試体（1 自由度振動系）の共振による応答が定常に達した際の応答が打上げ時と等価となるように計算された入力加速度レベルである。従って、掃引速度を設定する際には、供試体の各共振周波数における応答が定常に達するように設定する。掃引加振時の供試体（1 自由度振動系）の共振周波数における応答の成長率  $R\%$ （定常に達した際の応答に対する割合）は、式 (A.2-1) に示す通り、供試体（1 自由度振動系）の  $Q$  値及び半値幅内の加振サイクル数  $N$  より簡易的に見積もることができる（詳細は Appendix B.1 項参照）。

$$R = 100 \left( 1 - \exp \left( -\frac{\pi N}{Q} \right) \right) \quad (\text{A.2-1})$$

以下では、半値幅内のサイクル数と掃引速度の関係、及び供試体（1 自由度振動系）の共振

周波数における応答の成長率と掃引速度の関係について述べる。

掃引速度を  $\beta$ 、供試体（1 自由度振動系）の  $Q$  値を  $Q$  とした場合、 $Q$  値により決まる半値幅内の周波数範囲で加振されるサイクル数は、以下の通りである[A-2]。

$$N_{liner} = \frac{60f^2}{Q \cdot \beta} \quad (\text{A.2-2})$$

$$N_{log} = \frac{60f}{Q \cdot \beta \cdot \ln 2} \quad (\text{A.2-3})$$

$N_{liner}$  は線形掃引 ( $\beta[\text{Hz}/\text{min}]$ ) の場合のサイクル数、 $N_{log}$  は対数掃引 ( $\beta[\text{Oct}/\text{min}]$ ) の場合のサイクル数である。式(A.2-1)に示す通り、線形掃引の場合のサイクル数は、周波数の 2 次関数となっており、対数掃引に比べて高周波数帯でサイクル数が極端に増加する（図 A.2-1 参照）。

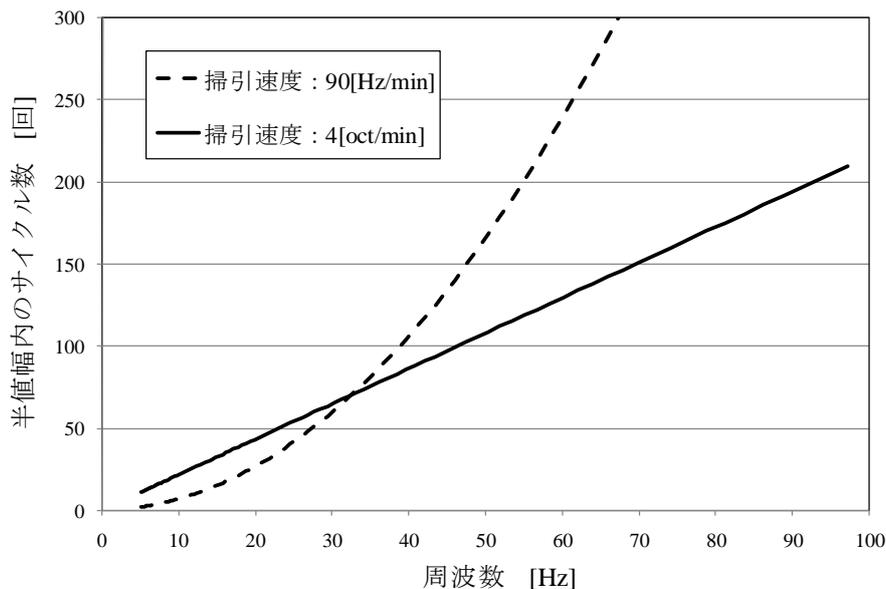


図 A.2-1 線形掃引と対数掃引の負荷サイクル数の比較 ( $Q=10$  の場合)

正弦波振動環境条件の掃引速度は、高周波数帯での不必要な負荷を抑えるため対数掃引 ( $f(t) = f_0 e^{Kt}$ ) で設定されるが、この場合、単位周波数当たりのサイクル数が一定となる（式(A.2-3)参照）。

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{f(t)}{K f(t)} = \frac{1}{K} = \text{const.} \quad (\text{A.2-4})$$

式(A.2-1)中の  $N$  に、式(A.2-3)で示した掃引加振時における半値幅内の加振サイクル数を代入すれば、正弦波振動試験時における供試体の共振周波数における応答の成長率  $R\%$  を計算することができる。図 A.2-2 に、掃引速度を 2, 4, 6[Oct/min]、供試体の  $Q$  値を 10 とした時の応答の成長率を示す。

図 A.2-2 に示す通り、掃引速度が 4[oct/min] の場合、正弦波振動環境の周波数範囲である 5Hz 以上の周波数帯域で 95% 以上の成長率を得ることができる。正弦波振動環境条件 (AT) の掃引速度 4[oct/min] は、正弦波振動試験時に供試体の共振周波数において十分は負荷を与えることができ、かつ負荷のサイクル数が極力少なくなるように設定されている。掃引速度を 4[oct/min] より遅く設定すると、応答の成長率  $R$  はほぼ同じ ( $Q=10$  の場合、 $R$  は 95% 以上) であるが、負荷のサイクル数が増加する。掃引速度を 4[oct/min] より速く設定すると、低周波数帯域において十分な負荷を与えることができない ( $Q=10$ 、掃引速度 6[Oct/min] の場合、5Hz における  $R$  は 90%)。

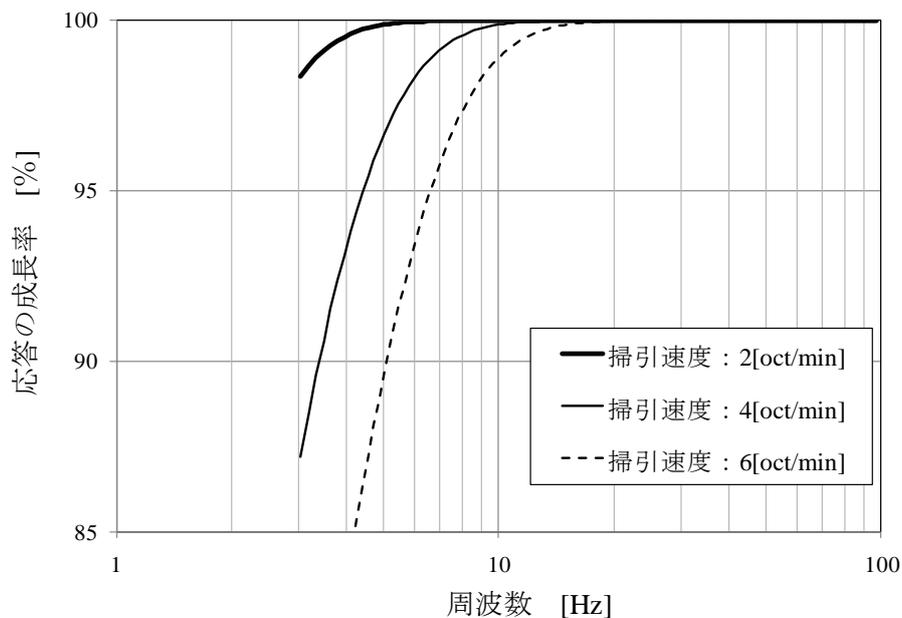


図 A.2-2 掃引速度と供試体の共振時における応答の成長率 ( $Q=10$  の場合)

### A.3 参考文献

[A-1] モード解析入門, 長松昭男、コロナ社

[A-2] J.A.Lollock, THE EFFECT OF SWEPT SINUSOIDAL EXCITATION ON THE RESPONSE OF A SINGLE-DEGREE-OF-FREEDOM OSCILLATOR, AIAA-2002-1230

## Appendix B 掃引速度及び掃引方向と応答の関係

周波数を掃引せずに供試体の共振周波数で正弦波定常加振を実施した場合、供試体の振動応答は次第に成長し、ある一定時間以上加振を続けると、供試体の振動応答は  $Q$  値 ( $Q = 1/2\zeta$ ) に応じた値に飽和する (図 B-1 参照)。

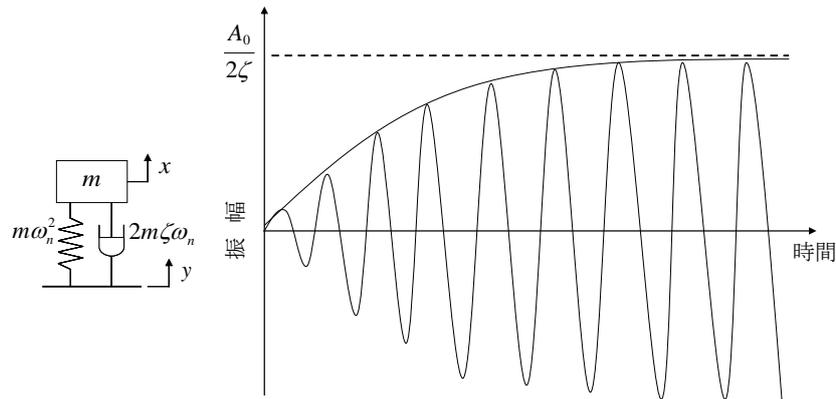


図 B-1 正弦波定常加振時の過渡振動

つまり、完全共振に達するまでには時間を要し、その間は過渡振動状態である。減衰比  $\zeta$ 、非減衰角固有振動数  $\omega_n$  を持つ一自由度振動系に、ベース変位  $y = A_0 \sin \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t$  を与えた場合の一自由度振動系の絶対変位  $x$  は、初期変位及び初期速度を 0 とすると、以下の式で表される。

$$x = \frac{A_0}{4 - 3\zeta^2} \left[ -\left(1 + e^{-\zeta\omega_n t}\right) \sin \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t + \frac{2\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \left(1 - e^{-\zeta\omega_n t}\right) \cos \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t \right] + A_0 \sin \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t \quad (\text{B-1})$$

式(B-1)は、減衰比が  $\zeta \ll 1$  の場合、第二項が支配的となり、 $\zeta$  の 2 次以上の項を無視すると、以下のようなになる。

$$x = \frac{A_0}{2\zeta} \left(1 - e^{-\zeta\omega_n t}\right) \cos \omega_n t \quad (\text{B-2})$$

式(B-2)より、定常加振時の振幅は、 $(1 - e^{-\zeta\omega_n t})$  に支配されており、 $\zeta\omega_n t$  に依存することが分かる。 $\zeta\omega_n t$  は、供試体の  $Q$  値と負荷サイクル数 ( $N = \omega_n t / 2\pi$ ) に関係する量である。

定常加振時の振幅が、共振振幅 ( $A_0/(2\zeta)$ ) の  $R\%$  になるのに要する時間は、式(B-2)より  $1 - e^{-\zeta\omega_n t} = R/100$  になる時であるから、

$$\omega_n t = \frac{1}{\zeta} \log_e \left( \frac{100}{100 - R} \right) \quad (\text{B-3})$$

となる。 $\zeta$  をパラメータとして式(B-3)を図示すると、図 B-2 の通りとなる。定常加振時の過渡振動状態においては、供試体の  $Q$  値や負荷のサイクル数により応答振幅が決まる。

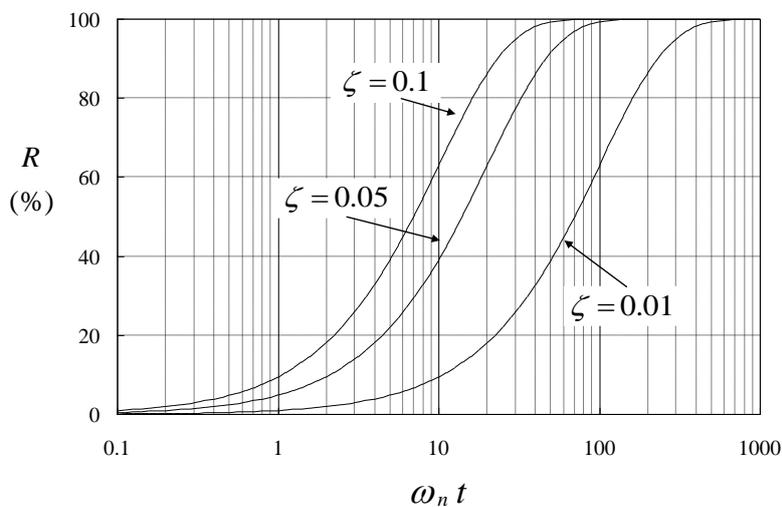


図 B-2 過渡振動状態における振幅 ( $R\%$ ) と  $\omega_n t$  との関係

正弦波振動試験時の供試体の応答も過渡応答であり、供試体の  $Q$  値や掃引速度により、振動応答が変化する。横軸を正弦波振動試験時の加振周波数、縦軸を振動応答のピーク値とした時の掃引速度の違いによる振動応答の違いの模式図を図 B-3 に示す。図 B-3 に示す通り、掃引速度が速い場合は、共振による供試体の振動応答が十分に成長せず、ピーク値が掃引速度に応じて小さくなり、また、ピーク値の周波数が、実際の供試体の共振周波数よりシフトする。低周波数側から高周波数側へ掃引 (UP 掃引) した場合は、高周波数側へシフトし、高周波数側から低周波数側へ掃引 (DOWN 掃引) した場合は、低周波数側へシフトする。従って、正弦波振動試験時の振動応答のピーク値を基に、供試体の共振周波数及び  $Q$  値を見積もる際や、正弦波振動試験時のマニュアルノッチングを決定する際には、掃引速度及び掃引方向による供試体応答への影響を考慮する必要がある。

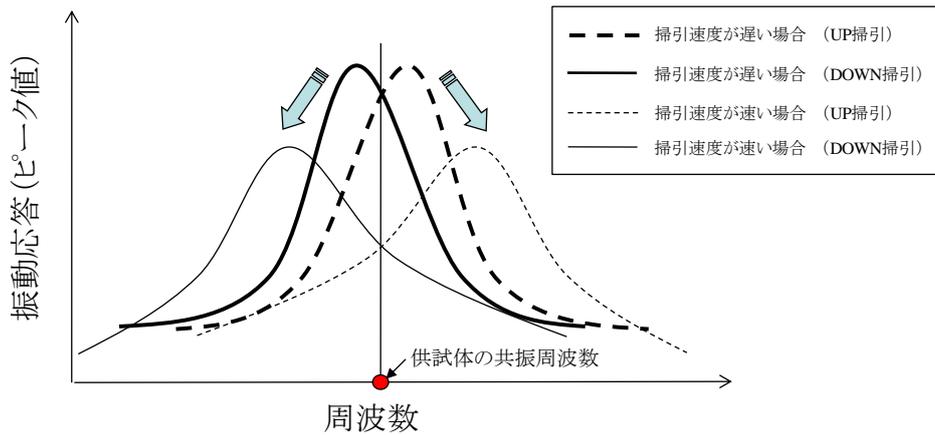


図 B-3 掃引速度及び掃引方向の違いによる応答の変化

正弦波振動試験時の掃引速度による振動応答への影響は、以下に示す無次元パラメータ  $\eta$  を用いて、簡易的に見積もることが可能である[B-1]。

$$\frac{A_{sweep}}{A_0} = 1 - \exp(-2.86\eta^{-0.445}) \quad (\text{B-4})$$

$$\frac{|f_{sweep} - f_0|}{f_0} \cdot Q = 0.518\eta^{0.576} \quad (\text{B-5})$$

$$\eta \equiv \frac{\ln 2}{60} \cdot \frac{\beta Q^2}{f_0} \quad (\text{B-6})$$

ここで、 $A_{sweep}$  は正弦波振動試験時の振動応答のピーク値、 $A_0$  は共振による振動応答が完全に飽和した時の振幅、 $f_{sweep}$  は正弦波振動試験時のピーク周波数、 $f_0$  は供試体の共振周波数、 $\beta$  は掃引速度[Oct/min]、 $Q$  は供試体の  $Q$  値である。式(B-4)は、掃引速度による振動応答のピーク値の変化率 ( $A_{sweep} / A_0$ ) を求める式であり、式(B-5)は、掃引速度による振動応答のピーク周波数のシフト量 ( $|f_{sweep} - f_0| \cdot Q / f_0$ ) を求める式である。

宇宙機の正弦波振動試験で実施される掃引速度において発生する応答値(ピーク値)の変化率及びピーク周波数の変化率を表 B-1 に示す。表 B-1 に示す通り、正弦波振動試験結果から供試体の  $Q$  値及び共振周波数を見積もると、数パーセント程度誤差を含むことがあるため、注意が必要である。

式(B-4)及び式(B-5)は、1自由度振動系を用いて過渡振動応答を計算した結果から、近似曲線を適合(フィッティング)することにより導出された半経験式である。B.1項にて、式(B-4)及び式(B-5)の導出に関する理論背景を示す。B.2項にて、簡易実験による式(B-4)及び式(B-5)の検証結果を示す。

表 B-1 応答値（ピーク値）の変化率及びピーク周波数の変化率の一例

掃引速度 [oct/min]	共振周波数 [Hz]	$Q$ 値	$\eta$	応答値の 変化率 [%] ( $A_{sweep} / A_0$ )	ピーク周波数の 変化率 [%] ( $ f_{sweep} - f_0  / f_0$ )
4	10	20	1.85	89%	3.7%
2	10	20	0.92	95%	2.2%
4	30	20	0.62	97%	1.6%
2	30	20	0.31	99%	0.9%
4	50	20	0.37	99%	1.1%
2	50	20	0.18	100%	0.6%

## B.1 理論背景

### B.1.1 無次元パラメータによる一般化

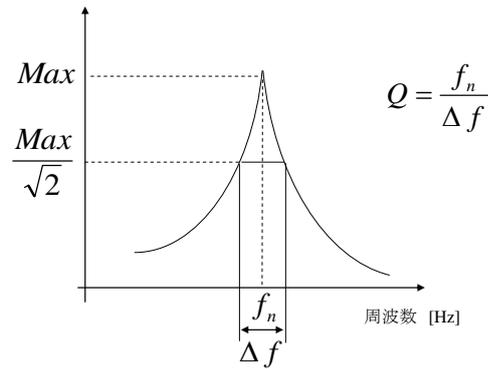
式(B-2)で示した通り、定常加振時の過渡振動状態における振幅は $\zeta\omega_n t$ に依存し、供試体の $Q$ 値と負荷のサイクル数 $N$ で決まる。ここで、 $\zeta\omega_n t$ を以下のように変形し、無次元パラメータ $\eta$ を導入する。

$$\zeta\omega_n t = \frac{\pi N}{Q} \propto \frac{N}{Q} \quad (\text{B.1-1})$$

$$\eta = \frac{Q}{N} \quad (\text{B.1-2})$$

正弦波振動試験時の $\eta$ を定量的に評価することができれば、 $\eta$ により正弦波振動試験時の応答を評価することができる。正弦波振動試験時の $\eta$ を以下の手順で算出する。

- (1) 供試体の $Q$ 値は、低レベルでの加振（特性確認加振動）結果より、着目する振動モードの共振周波数 $f_n$ と半値幅 $\Delta f$ より求めることができる。（図 B.1-1 参照）
- (2) 正弦波振動試験時のサイクル数 $N$ は、供試体の共振周波数 $f_n$ 及び $Q$ 値より求められる半値幅内（ $\Delta f = f_n / Q$ 内）のサイクル数とする。

図 B.1-1 応答と  $Q$  値の関係

- (3) 半値幅内の周波数帯域を加振する時間  $\Delta t$  (sec) は、その間の掃引速度を一定と仮定し、供試体の共振周波数通過時の掃引速度  $\dot{f}$  を用いて、以下の通り算出する。

$$\Delta t = \frac{\Delta f}{\dot{f}} = \frac{f_n}{Q\dot{f}} \quad (\text{B.1-3})$$

$\dot{f}$  は、 $\beta$  を掃引速度 (oct/min) とすると以下の式で表される。

$$\dot{f} = \frac{\beta \ln 2}{60} f_n \quad (\text{B.1-4})$$

以上より、半値幅内の周波数帯域を加振する時間  $\Delta t$  (sec) は、以下の通りとなる。

$$\Delta t = \frac{\Delta f}{\dot{f}} = \frac{f_n}{Q\dot{f}} = \frac{60}{Q\beta \ln 2} \quad (\text{B.1-5})$$

- (4) 供試体の共振周波数  $f_n$  で、式(B.1-5)にて求めた時間  $\Delta t$  の間加振されたと考えると、サイクル数  $N$  は以下の通りとなる。

$$N = f_n \Delta t = \frac{60 f_n}{Q\beta \ln 2} \quad (\text{B.1-6})$$

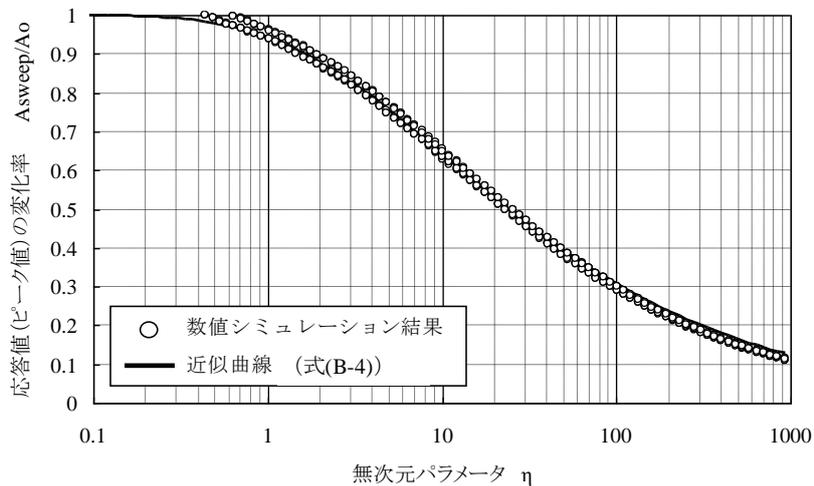
式(B.1-2)に式(B.1-6)を代入すると、以下の通りとなる。

$$\eta = \frac{\ln 2}{60} \cdot \frac{Q^2 \beta}{f_n} \quad (\text{B.1-7})$$

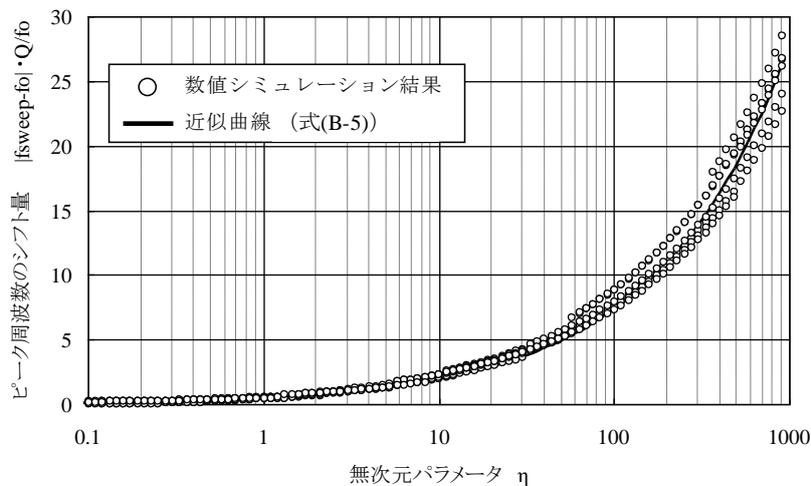
参考文献[B-1]では、上記の $\eta$ をパラメータとすることにより、正弦波振動試験時の振動応答の変化を表すことが可能であることを数値シミュレーションにより示している。

### B.1.2 1自由度振動系を用いた数値シミュレーション

1自由度振動系を用いて、加速度応答のピーク値の変化率及び周波数の変化量を数値シミュレーションにより整理した結果を図B.1.2-1に示す。本数値シミュレーション結果は、1自由度振動系の $Q$ 値をパラメータとして、 $\eta$ を0.1~1000に変化させて得た結果である。本数値シミュレーション結果より、最小二乗法を用いて近似曲線（式(B-4)及び式(B-5))を導出している。ピーク周波数のシフト量については、 $\eta$ が大きくなるにつれバラツキが大きくなる傾向がある。



(a) 応答値（ピーク値）の変化率 ( $A_{sweep} / A_0$ )



(b) ピーク周波数のシフト量 ( $|f_{sweep} - f_0| \cdot Q / f_0$ )

図 B.1.2-1 1自由度振動系による数値シミュレーション結果

## B.2 簡易実験による検証結果

式(B-4)及び式(B-5)の精度を検証するために実施した簡易実験結果を示す。供試体の共振周波数及び $Q$ 値を表 B.2-1、実験のコンフィギュレーションを図 B.2-1 に示す。

表 B.2-1 供試体の共振周波数及び $Q$ 値

共振周波数 [Hz]	$Q$ 値
19.8	415

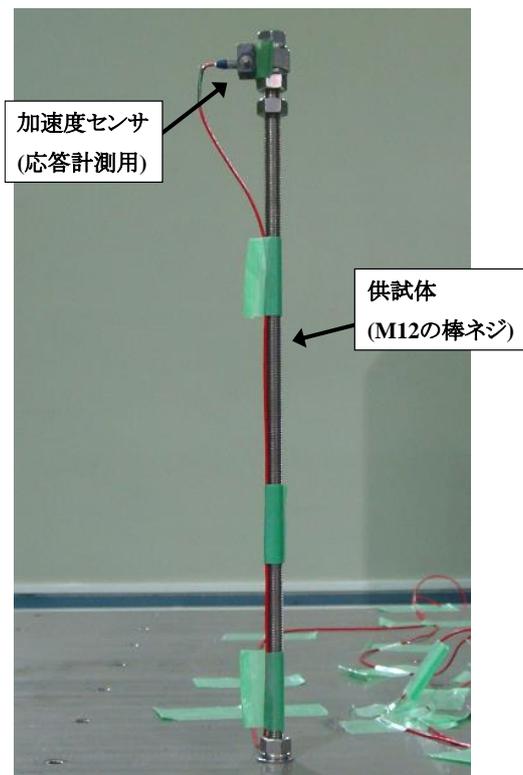
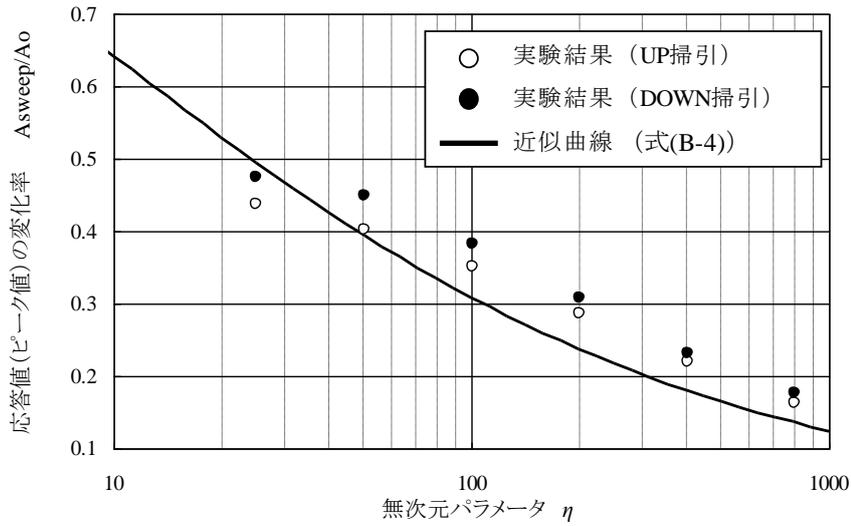


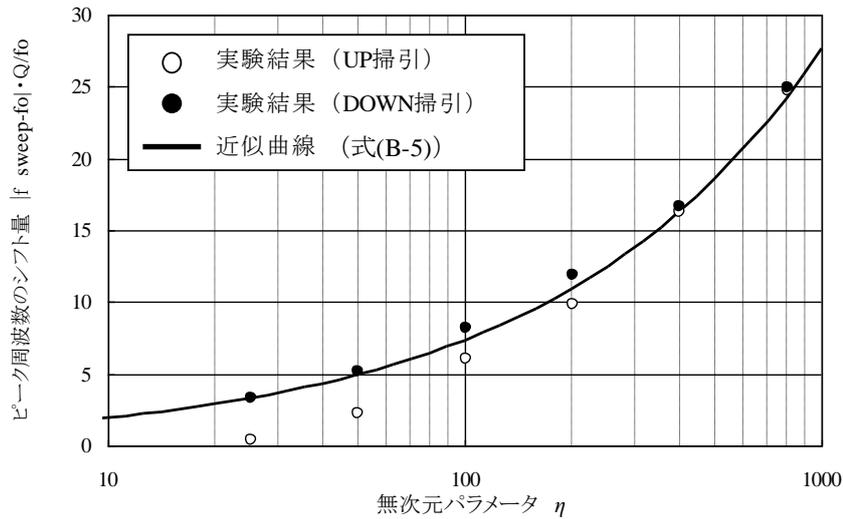
図 B.2-1 実験コンフィギュレーション

本簡易実験では、表 B.2-1 に示した動特性を持つ供試体を用いて、6 種類の掃引速度 (0.25,0.5,1,2,4,8 [oct/min]) により加振を行い、応答値の変化率及びピーク周波数のシフト量を取得した。掃引方向は、UP 掃引と DOWN 掃引の両方を実施した。

実験で得られた結果と式(B-4)及び式(B-5)による計算値をプロットしたグラフを、図 B.2-2 に示す。図 B.2-2 に示す通り、実験結果と式(B-4)及び式(B-5)による計算値は概ね一致しており、応答値の変化率は最大で 0.075 程度、周波数のシフト量は最大で 2.9 程度の誤差となっている。実験結果と計算値の誤差は、供試体の動特性 (共振周波数・ $Q$  値) の誤差、及び大変形による供試体の非線形性によるものと考えられる。



(a) 応答値 (ピーク値) の変化率 ( $A_{sweep} / A_0$ )



(b) ピーク周波数のシフト量 ( $|f_{sweep} - f_0| \cdot Q / f_0$ )

図 B.2-2 実験結果と式(B-4)及び式(B-5)による計算値の比較

### B.3 参考文献

- [B-1] J.A.Lollock, THE EFFECT OF SWEEPED SINUSOIDAL EXCITATION ON THE RESPONSE OF A SINGLE-DEGREE-OF-FREEDOM OSCILLATOR, AIAA-2002-1230

## Appendix C 最小ワークマンシップレベル

コンポーネントの中に潜在する欠陥（材料・部品の欠陥）及び製造時のワークマンシップエラーを検出する目的で実施される試験は、環境ストレススクリーニング（Environmental Stress Screening）と呼ばれる試験であり、コンポーネントに負荷（ストレス）を与え、潜在する欠陥を検査によって検出可能な状態にまで促進することにより、欠陥を洗い出す試験である。負荷（ストレス）の与え方には様々な方法があるが、最も一般的な方法として温度サイクル負荷及び振動負荷がある[C-1]～[C-3]。

本項では、海外の各機関で規定されているコンポーネントに対するランダム振動試験の最小ワークマンシップレベルについて調査した結果を述べる。C.1項では、各機関で規定している最小ワークマンシップレベルの基になっている文献[C-3]の概要を紹介する。C.2項では、各機関において設定されている最小ワークマンシップレベルについて紹介する。C.3項では、参考としてランダム振動試験条件の等価関係について紹介する。

### C.1 振動負荷によるワークマンシップエラーの検出効果

文献[C-3]では、振動負荷によるワークマンシップエラーの検出効果を実験的に整理した結果が示されており、ワークマンシップエラー検出に必要とされる「試験レベル」及び「試験時間」に関する要求がまとめられている。本文献は、振動負荷によるワークマンシップエラーの検出効果が定量的に示されている唯一の文献であり、世界的に広く認められている。以下では、文献[C-3]に示されている結果の概要を紹介する。

文献[C-3]で示されている結果の基となる実験は、Apollo 月着陸船（Lunar Module）のコンポーネントの受入試験（AT）において確認された代表的な欠陥（ワークマンシップエラー）を人為的に混入したコンポーネントを用いて実施されている。文献[C-3]では、各加振手法におけるスクリーニング効力（潜在している欠陥を検出可能な故障にまで促進する確率）の比較結果の一例として、図 C.1-1 が示されている。図 C.1-1 によると、ランダム加振（6Grms）が最もスクリーニング効力が高いことが示されている。また、スクリーニング効力の曲線が加振時間にして約 10 分付近で折れ曲がっており、短時間で最大のスクリーニング効果をあげるために必要な加振時間は 10 分程度であると結論付けられている。図 C.1-2 に、実験に用いられた 6Grms ランダム加振の PSD を示す。実験に用いられた PSD（図 C.1-2）は、Apollo 計画時代に NASA が適用していたコンポーネントに対するランダム振動試験条件（AT）であり、Apollo 計画の成功を受けて、現在の海外宇宙機関における最小ワークマンシップレベルの基礎となったものである。

以上より、文献[C-3]では、図 C.1-2 に示す試験レベルで少なくとも 10 分程度（3 軸とも加振する場合は 5 分程度）の加振を実施すべきであると提案されている。

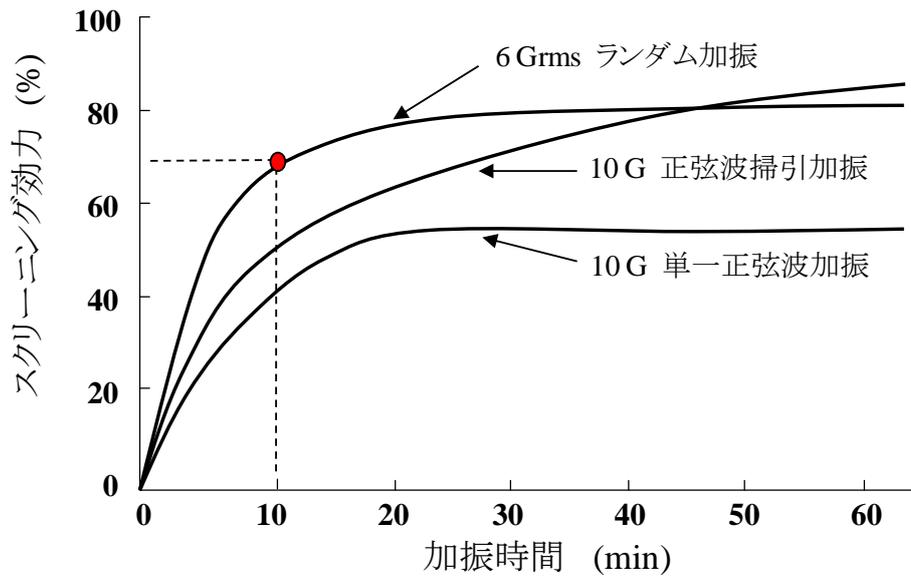


図 C.1-1 各加振手法におけるスクリーニング効果の比較 (一例)

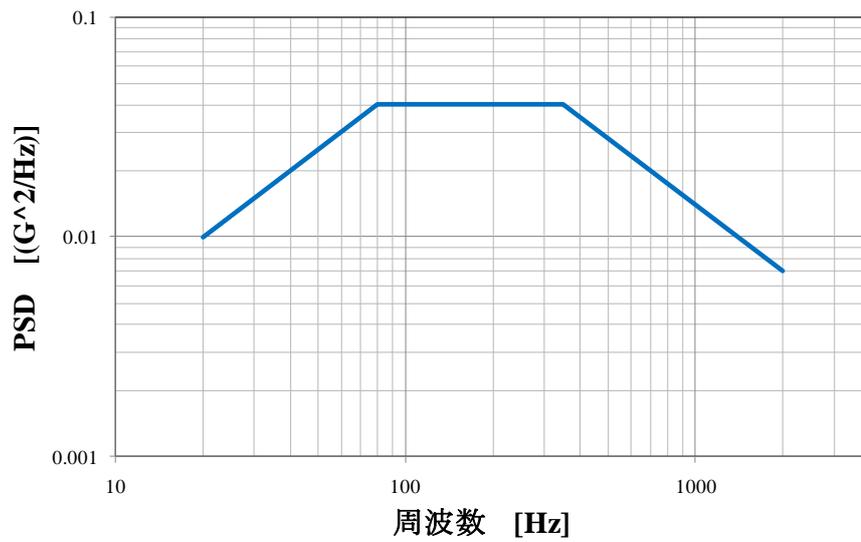


図 C.1-2 6Grms ランダム加振に用いられた PSD (文献[C-3])

## C.2 海外の各機関における最小ワークマンシップレベル(ランダム振動)

海外の各機関においては、打上げ時のランダム振動環境が低い場合であっても、ランダム振動試験時に一定のワークマンシップエラー検出効果を得るために、最小ワークマンシップレベルが設定されている(図 C.2-1、表 C.2-1 参照)。これは、受入試験(AT)におけるランダム振動試験の目的として、「ワークマンシップの確認」が含まれているためである。

海外の各機関の標準文書[C-4]~[C-7]では、コンポーネントに対するランダム振動試験レベル(AT)を、表 C.2-1 に示す最小ワークマンシップレベルを包絡するよう設定することが規定されている。ただし、試験時に設計荷重を超える負荷がかかる場合においては、ノッチングを実施しても良いことが記されている[C-4]~[C-7]。また、表 C.2-1 に示す通り、各機関の最小ワークマンシップレベルは図 C.1-2 が基礎となっはいるものの、微妙な差異がある。これは、最小ワークマンシップレベルの設定根拠が、あくまで過去の経験に基づいていることが原因であると推測される。

試験時間については、表 C.2-1 に示す通り、各軸 1 分~2 分程度と規定されている。試験時間の設定に関する技術的な根拠については不明であるが、過去に成功したプロジェクトにおいて適用されていた試験時間が、成功実績として積み重ねられ、現在にまで引き継がれていると推測される。Apollo 計画におけるランダム振動試験(AT)の試験時間は 1min/axis、Gemini 計画・Spacelab 計画においては 2min/axis が規定されていた[C-8]~[C-9]。

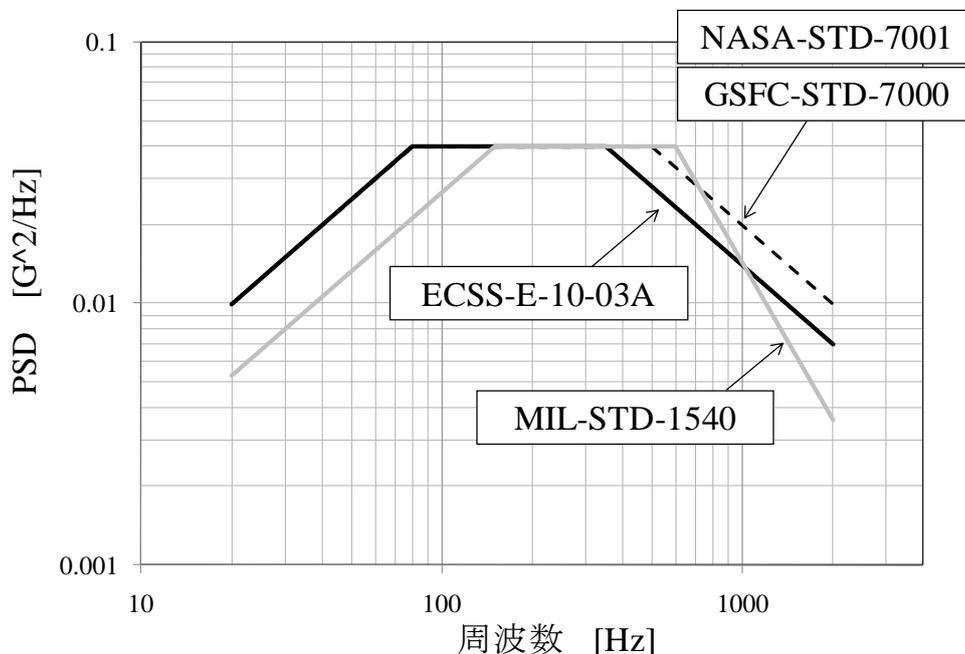


図 C.2-1 海外の各機関の最小ワークマンシップレベル (ランダム振動)

表 C.2-1 各機関の最小ワークマンシップレベル

機関	文書番号	周波数 [Hz]	PSD [G <sup>2</sup> /Hz]	実効値	時間	備考
NASA	NASA-STD-7001	20 20-80 80-500 500-2000 2000	0.01 3dB/OCT 0.040 -3dB/OCT 0.01	6.8 Grms	1min/axis	50kg以下のコンポーネント
	GSFC-STD-7000	20 20-80 80-500 500-2000 2000	0.01 3dB/OCT 0.040 -3dB/OCT 0.01	6.8 Grms	1min/axis	45.4kg以下のコンポーネント
		20 20-FL FL-FH FH-2000 2000	0.01 3dB/OCT $\alpha$ -3dB/OCT 0.01	—	1min/axis	45.4kg超182kg以下のコンポーネント <Wkgの場合> FL=80×(45.4/W)、FL=500×(W/45.4)、 $\alpha=0.04\times(45.4/W)$
ESA	ECSS-E-10-03A	20 20-80 80-350 350-2000 2000	0.01 3dB/OCT 0.04 -3dB/OCT 0.007	6.0 Grms	2min/axis	50kg以下のコンポーネント
		20 20-80 80-350 350-2000 2000	3dB/OCT $\alpha$ -3dB/OCT	—	2min/axis	50kg超のコンポーネント $\alpha=0.05\times(M+50)/(M+1)/(1.5)^2$
米国(MIL)	MIL-STD-1540E	20 20-150 150-600 600-2000 2000	0.0053 3dB/OCT 0.04 -6dB/OCT 0.0036	6.1 Grms	1min/axis	23kg以下のコンポーネント
		20 20-100 100-1000 1000-2000 2000	0.002 3dB/OCT 0.01 -6dB/OCT 0.0025	3.8 Grms	1min/axis	サブシステム/システム

### C.3 (参考)ランダム振動試験条件の等価関係

試験目的としてワークマンシップエラー検出を含めた宇宙機の「ランダム振動試験」を実施する場合は、試験時間を適切に設定することが重要である。試験時間は、規定されている試験レベルを基に、以下に示す逆パワー則から導出されるランダム振動の PSD と加振時間の等価関係（音響試験ハンドブックの Appendix D.2.1 項参照）を用いて設定することが可能である。

$$T_{spec} = T_0 \left( \frac{PSD_0(f)}{PSD_{spec}(f)} \right)^{b/2} \quad (C.3-1)$$

$PSD_{spec}(f)$  は規定されている試験レベル、 $T_{spec}$  は求める加振時間であり、 $PSD_0(f)$  及び  $T_0$  はスクリーニングに必要とする試験レベルと加振時間である。 $b$  は統計上経験的に決まる値であり、複雑なコンポーネントに対し、打上げ時の非定常ランダム負荷を定常ランダム試験により模擬する場合は、 $b = 4$  が使用されている[C-10]。また、文献[C-11]では、式(C.3-1)を疲労関係式(Fatigue Relationship)と呼び、 $b = 8$  とされている。式(C.3-1)を用いて試験時間を調整する場合においては、過去の実績や経験に基づき等価関係の基となる試験レベル ( $PSD_0(f)$ ) と加振時間 ( $T_0$ ) を設定する必要があるが、妥当な値がない場合においては、C.1 項で紹介した文献[C-3]で提案されている試験レベル (図 C.1-2) と加振時間 (1 軸の場合：10 分、3 軸の場合：各 5 分) を参考値として利用しても良い。NASA では、宇宙機を Pegasus ロケット※1 に搭載して打上げる際のランダム振動試験条件 (PFT) の試験時間を、式(C.3-1)及び C.1 項で紹介した文献[C-3]の結果を用いて設定している[C-12]。

---

※1 Pegasus ロケット

アメリカの OSC 社が開発した空中発射式の人工衛星打上げ用ロケット。Pegasus ロケットの打上げ環境は、航空機 (Orbital Carrier Aircraft) による輸送中のランダム振動環境が支配的であり、また、さらされる時間が長い (数十分～数時間) という点において特徴がある。

#### C.4 参考文献

- [C-1] MIL-HDBK-344A, Environmental Stress Screening for Electronic Equipment, (1993-8)
- [C-2] RADC-TR-86-149, Environmental Stress Screening, Rome Air Development Center (1986-9)
- [C-3] NAVMAT P-9492, Navy Manufacturing Screening Program, (1979-5)
- [C-4] GEVS-STD-7000, GENERAL ENVIRONMENTAL VERIFICATION STANDARD  
(GEVS) For GSFC Flight Programs and Projects
- [C-5] NASA-STD-7001, Payload Vibroacoustic Test Criteria, (1996-6)
- [C-6] ECSS-E-10-03A, Space Engineering Testing, (2002-2)
- [C-7] MIL-STD-1540E, Test Requirements for Launch Upper-Stage and Space Vehicles
- [C-8] NASA TN D-8271, APOLLO EXPERIENCE REPORT ENVIRONMENTAL  
ACCEPTANCE TESTING, (1976-6)
- [C-9] ESA-CR(P)-1722-V-2, Study on Spacelab AIV program generally applicable to other  
spacecraft programs. Volume 2 : Technical Report, (1982-12)
- [C-10] Meeker, D.B. and Piersol, A.G., Accelerated Reliability Testing Under Vibroacoustic  
Environments, Kana, D.D. and Butler, T.G. ed., *Reliability Design for Vibroacoustic  
Environments*, AMD Vol. 9, (1974), ASME, NY.
- [C-11] MIL-STD-810F, *Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests*, (2000).
- [C-12] ELVL-2000-0021229, KSC Engineering Review Board ELV-Pegasus-1999-03 Decision on  
Pegasus Captive Carry Random Vibration Testing Requirements, (2000-11)

## Appendix D サインバースト試験

サインバースト試験[D-1]は、打上げ時の準静的な振動環境に対する耐性を確認するための試験であり、静荷重試験や旋回腕型加速度試験の代替として実施される試験である。サインバースト試験は、加振機により負荷を与える試験であるため、正弦波やランダム振動試験と同じ設備や治具を用いて実施可能であり、静荷重試験や旋回腕型加速度試験と比較して試験スケジュールや試験費を抑えることができる。

サインバースト試験は、NASAのGoddard Space Flight Center (GSFC)で開発された手法であり、その主目的は、供試体各部に均一な加速度負荷を与え、規定された準静的加速度環境に対する供試体の強度を検証することである。サインバースト試験の一般的な加速度波形を図D-1に示す。図D-1に示す通り、加速度波形は正弦波であり、試験レベルにまで加速度を上昇させる立ち上げ領域、試験レベルでの負荷を与える試験領域、及び加速度をゼロまで下降させる立ち下げ領域で構成される。この波形のことをサインバースト波形と呼ぶ。

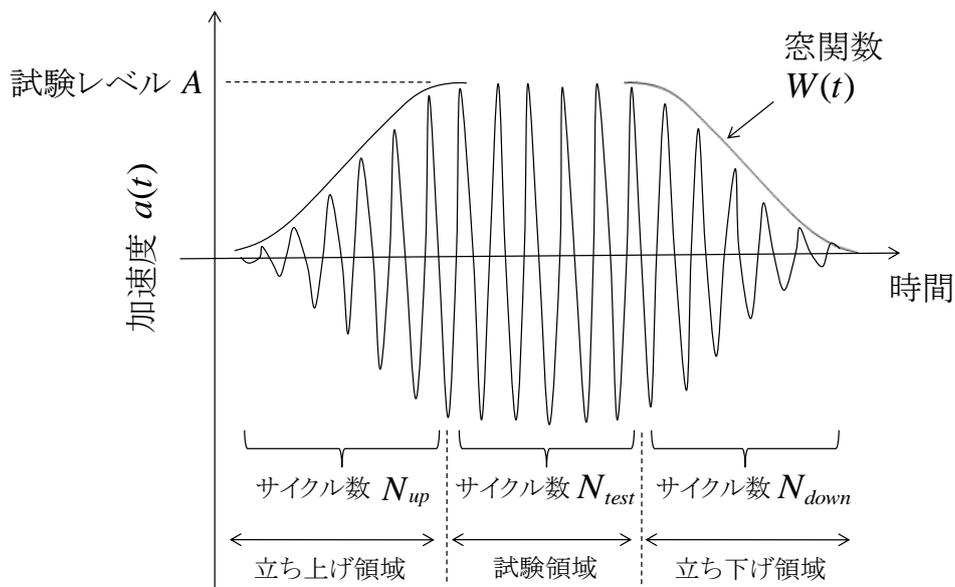


図 D-1 サインバースト振動試験時の加速度波形（図中の記号：表 D.1-1 参照）

試験領域におけるサイクル数は、供試体への累積疲労損傷を極力小さくするため、加振機の制御特性などを考慮した上で最小化する必要がある。通常、5～10サイクル程度で実施される。加速度波形の周波数は、供試体へ均一な加速度負荷を与えるために、最低次固有振動数の1/3以下に設定する。最低次固有振動数が低い大型の供試体は、設備の加振周波数の制約や加振能力の制約により、サインバースト試験の実施が困難な場合がある。

本項では、サインバースト試験を実施する際の注意点を示す。

## D.1 試験の実施方法

以下に、サインバースト試験を実施する際に注意すべき項目として、(1)加振条件の設定、(2)設備の選定、(3)加振時の注意事項、及び(4)加振結果評価時の注意事項を示す。

### (1) 加振条件の設定

準静的加速度環境は、直交3軸若しくは直交する2軸の各軸に対する重心相当加速度として規定される。

各軸に対する重心相当加速度が独立して作用するものとして規定されている場合は、規定された軸及び重心相当加速度に基づき、加振方向及び試験レベルを設定する。

各軸に対する重心相当加速度が同時に作用するものとして規定され、かつ直交する2軸で規定された場合（例えば静荷重試験として実施する場合は、想定される様々な加速度ベクトルの組み合わせの中で、供試体への負荷が最も厳しい組み合わせを解析により選定し、その合成ベクトルを加振方向とする。この合成された加速度ベクトル（レベル及び方向）で試験を実施する場合は、1軸のみの試験で目的を達成することができ、供試体への過剰な負荷を抑えることができる。

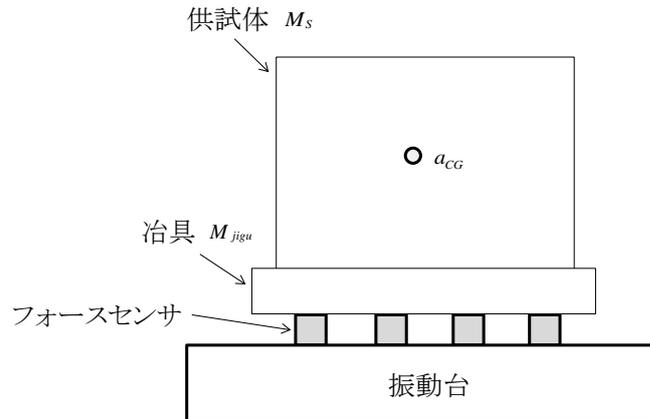
規定された2軸を分けて試験を実施する際は、供試体にとって最も厳しい方向を選定した上で、準静的加速度環境が標定となる部位を選定し、その部位に複合荷重をかけた場合と等価な負荷がかかるよう、解析により試験レベルを計算する必要がある。その他の部位（試験時に標定としていない部位）については、構造数学モデルの不確定性によるマージンを考慮した上で、解析による確認を実施する必要がある。

### (2) 設備の選定（加振能力の確認）

冒頭でも述べた通り、サインバースト試験の加振周波数は、供試体の最低次固有振動数の1/3以下に設定する必要がある。低周波数での加振機の加振能力は、加振機の変位制限や速度制限による制約があるため、注意が必要である。加振能力の確認方法は、Appendix H.1項を参照のこと。

加振機の制約により、供試体の最低次固有振動数の1/3以下で加振ができない場合は、供試体の共振による重心相当加速度の増幅を利用して試験を実施することができる[D-2]。この場合は、供試体の重心相当加速度を評価する必要がある。試験時の重心相当加速度をインタフェースフォースを計測して求める場合は、以下に示す式により算出することができる。図D.1-1に示す通り、供試体（質量： $M_S$ ）が治具（質量： $M_{jigu}$ ）を介してフォースセンサの上に設置される場合、計測されるフォース値（合力）を $F$ 、加振加速度を $a_b$ とすると、供試体の重心相当加速度 $a_{CG}$ は以下の通りとなる。

$$a_{CG} = (F - M_{jigu}a_b) / M_S \quad (D.1-1)$$



図D.1-1 インタフェースフォースを計測する際のコンフィグレーション（一例）

### (3) 加速度波形の設定

サインバースト試験時の加速度波形は、設定した加振周波数における正弦波波形に窓関数を掛けることにより生成することができる。加速度波形を設定する上で必要となるパラメータは、表D.1-1に示す通りである。

表D.1-1 加速度波形の設定に必要なパラメータ

パラメータ	記号	備考
加振周波数	$f$	通常、供試体の最低次固有振動数の1/3以下
試験レベル	$A$	規定された重心相当加速度に基づき設定
立ち上げ領域のサイクル数	$N_{up}$	任意に設定 *1)
試験領域のサイクル数	$N_{test}$	通常、5~10サイクル
立ち下げ領域のサイクル数	$N_{down}$	任意に設定 *1)
窓関数	$W(t)$	通常、ハニング関数またはランプ関数

\*1) 制御特性を考慮した上で極力少ないサイクル数を設定

加速度波形を数式で表現すると、以下の通りである。

<窓関数としてランプ関数を適用した場合>

$$a(t) = \frac{A}{(N_{up} / f)} t \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad (0 \leq t \leq N_{up} / f) \quad (D.1-2)$$

$$a(t) = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad (N_{up} / f \leq t \leq (N_{up} + N_{test}) / f) \quad (D.1-3)$$

$$a(t) = \frac{A}{(N_{down} / f)} \left\{ (N_{up} + N_{test} + N_{down}) / f - t \right\} \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad (D.1-4)$$

$$((N_{up} + N_{test}) / f \leq t \leq (N_{up} + N_{test} + N_{down}) / f)$$

<窓関数としてハニング関数を適用した場合>

$$a(t) = \cos^2 \left( \frac{\pi(t - N_{up} / f)}{N_{up} / f} \right) \cdot A \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad (0 \leq t \leq N_{up} / f) \quad (D.1-5)$$

$$a(t) = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad (N_{up} / f \leq t \leq (N_{up} + N_{test}) / f) \quad (D.1-6)$$

$$a(t) = \cos^2 \left( \frac{\pi(t - (N_{up} + N_{test}) / f)}{N_{down} / f} \right) \cdot A \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad (D.1-7)$$

$$((N_{up} + N_{test}) / f \leq t \leq (N_{up} + N_{test} + N_{down}) / f)$$

#### (4) 加振時の注意事項

サインバースト試験実施時の加振制御は、開ループ制御であるため、加振レベルは加振機の制御特性を確認しながら、徐々にレベルを上げること。供試体の質量が大きい場合は、設備との連成が強くなり、制御が乱れる場合がある。加振機の制御特性は、重心位置を合わせたダミー質量を用いた加振を実施することにより、事前に確認することができる。

#### (5) 加振結果評価時の注意事項

高調波や加振系の共振周波数など高周波成分が乗っている場合、加速度波形のピーク値及び周波数成分を解析し、供試体への過負荷を評価する。周波数成分の解析手法は、バンドパスフィルタやSRS/Q（Appendix A参照）がある。

## D.2 参考文献

[D-1] NASA/GSFC, “Sine-burst load test”, Practice No. PT-TE-1420, P1-3

[D-2] Terry Scharon, and Michael Vujcich, “Combined Loads, Vibration, and Modal Testing of the Quikscat Spacecraft”, Journal of the IEST, Vol 42, Number 5, September-October 1999, P36-42

## Appendix E モーダルサーベイ試験

モーダルサーベイ試験とは、宇宙機構造の動特性を表すモードパラメータ（固有振動数・モード減衰比・モード形状）の取得を目的とした試験である。一般的には、単一または複数の小型加振機を用いて供試体を加振し、加振入力（フォース）に対する供試体各部の応答（加速度）の伝達関数より、モードパラメータを同定する。この方法では、多数の小型加振機や剛な床などの専用設備を必要とする上、適切な加振点を検討する必要があるなど、試験に相応の時間が必要となる。そのため、環境試験として実施される振動試験の結果を用いた方法（ベース加振によるモーダルサーベイ試験）が検討されている。しかし、ベース加振によるモーダルサーベイ試験にはいくつかの制約があるため、その特徴を理解した上で適用の可否を判断する必要がある。小型加振機によるモーダルサーベイ試験は、試験に相応の時間及びコストを費やすが、モードパラメータの同定精度が高く、一般的な方法として広く適用されている。

本項では、主に小型加振機を用いたモーダルサーベイ試験時に留意すべき事項や構造数学モデルの検証要求について述べる（E.1項）。また、上記で述べた2種類のモーダルサーベイ試験の特徴（長所・短所など）について述べる（E.2項）。



図 E-1 モーダルサーベイ設備の一例（文献[E-1]）

## E.1 モーダルサーベイ試験の概要

本項では、宇宙機のモーダルサーベイ試験を実施する際の留意事項や要求事項について紹介する。

### E.1.1 モーダルサーベイ試験時の留意事項

モーダルサーベイ試験時の主な留意事項を以下に述べる。

#### (1) 供試体コンフィギュレーション

供試体の境界条件は、ロケット荷重の伝達自由度を拘束することが望ましい。また、搭載機器類をダミー構造で模擬する場合は、質量特性（質量・重心位置・慣性モーメントなど）を合わせたダミー構造を用いること。ただし、軽量の機器やケーブル・配管など、モーダルサーベイの対象とするモードへの影響が小さいものは設置しなくても良い。

#### (2) 加振点の位置及び数

加振点の位置及び数は、対象となる全てのモードが均一に加振されるように選定する必要がある。加振点の位置は、対象モードの腹に近い位置（モード形状の絶対値が大きい位置）に設置することが目安となるが、加振点付近のローカルなモードだけが大きく加振され、他のモードが埋もれてしまうことを避けるために、剛性が極端に小さい位置は避けるべきである。反対に、剛性が極端に高い位置（結合部や補強リブが設置されている箇所など）は、モードの節となる可能性があるため避けるべきである。通常、一つの加振点では、上記で述べた理由により、対象モード全てを均一に加振することが困難であるため、複数点を選択する場合が多い。複数点同時加振の場合は、MIMO(Multiple Input, Multiple Output)に対応したカーブフィットソフトが必要となる。

確実に全ての対象モードが均一に加振されるように加振点の位置及び数を検討するためには、構造数学モデルより求められるモード刺激係数 MPF (modal participation factor) を用いた事前検討を行うことが有効である。モード刺激係数 MPF については、E.2.1 項にて説明する。

#### (3) 計測点の位置及び数

計測点の位置及び数の選定に際しては、計測自由度における縮退モデルと完全モデル（全自由度）が良く一致するよう選定することが重要である。すなわち、縮退モデルと完全モデルの固有振動数の変化が小さく（3%以内）、モード形状の直交性が良い（直交行列 XOM の対角項の絶対値が 0.95 以上、非対角項の絶対値が 0.05 以下）ことを確認するが重要である[E-2]。縮退モデルの作成及び精度の確認方法については、E.1.3 項を参照のこと。

## (4) 加振機の設置方法

加振機を設置する際は、供試体に対して加振方向以外の力が働かないように配慮する必要がある。供試体に加振方向以外の力が働き、その影響を無視すると、試験結果に誤差が生じる。通常、加振方向以外の拘束を逃がすように、柔軟な細い棒（鋼線、高分子材料の棒など）を介して供試体と加振機を接続する。柔軟かつ細い棒は、棒の軸方向では剛性が非常に高く、直交方向では剛性が低いいため良く用いられる[E-3]。

## (5) 加振信号

モーダルサーベイ試験に用いられる主な加振信号としては、定常ランダム（純ランダム、擬似ランダムなど）、バーストランダム、及び正弦波掃引が良く使用される。これらの特徴（長所・短所）を表 E.1.1-1 に示す。

表 E.1.1-1 各加振信号の特徴 [E-4]

加振信号	長所	短所
ランダム	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 広帯域の周波数成分を有しており、同時に多数のモードを加振することが可能であるため、試験時間が短い。</li> <li>・ ピーク値と実効値の差が大きくなり、非線形性の影響を受け難い。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 漏れ誤差*1が問題となる（窓関数*2による低減が必要）。</li> <li>・ 各周波数成分に対する入力エネルギーが小さく、「正弦波掃引」に比べ S/N 比が悪い。</li> </ul>
バーストランダム	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 「ランダム」と同様</li> <li>・ 漏れ誤差が小さい</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 「ランダム」と同様だが、軽減衰構造物では漏れ誤差が問題となる。</li> </ul>
正弦波掃引	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 全周波数において入力エネルギーが大きく、S/N 比が良い。</li> <li>・ 非線形性の確認ができる。</li> <li>・ 漏れ誤差が比較的小さい。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ランダムに比べ試験時間が長い。</li> </ul>

\*1 漏れ誤差：離散フーリエ変換によって生じる誤差の一つ。時系列波形を切り取り、これを周期波形として時間軸へ拡張する際に生じる継ぎ目の不連続により、実際には存在しない周波数成分が誤差として発生する[E-3]。この誤差のエネルギーは、本来の周波数成分から他の周波数成分へ移っているため、本来の周波数成分の値は小さくなる。

\*2 窓関数：切り取った時系列波形の始点と終点の両端を徐々に小さくすることにより、漏れ誤差を低減（継ぎ目の不連続を解消）するための重み付け関数のこと[E-3]。波形によって最適な窓関数は異なる。

## (6) 計測データの確認

モーダルサーベイ試験においては、加振機から入力された力（フォース）に対する各計測点の加速度応答の伝達関数を計測する。伝達関数の計測精度に影響を及ぼす要因としては、信号処理上の誤差（量子化誤差、分解能誤差、漏れ誤差など）や計測系に存在するノイズがあり、必要な計測精度を達成するよう対策を実施する必要がある[E-3]。伝達関数の計測精度を簡易的に確認するためには、関連度関数（コヒーレンス）の値を確認する方

法がある（正弦波掃引の場合は不可）。通常、関連度関数（コヒーレンス）の値が 0.8 以上であることを確認する。ただし、関連度関数（コヒーレンス）の値が 0.8 以上であっても、解析時の平均回数が少ない場合は伝達関数の誤差が大きくなるため、注意が必要である。1 点加振の場合の、伝達関数解析時の平均回数及び関連度関数については、本文 4.1.3 項及び 4.1.4 項を参照のこと。複数点同時加振の場合の関連度関数については、文献[E-4]を参照のこと。

#### (7) 計測モード形状の確認

計測の自由度（計測点）、加振方法、及び同定アルゴリズムの妥当性などを確認する代表的な指標として、MAC（Modal Assurance Criteria）がある。MAC 以外にも様々な確認指標がある[E-5]。MAC 値の計算式は以下の通りである。

$$\text{MAC} = \frac{|\{\phi_i\}^T \{\phi_j\}|^2}{(\{\phi_i\}^T \{\phi_i\})(\{\phi_j\}^T \{\phi_j\})} \quad (\text{E.1.1-1})$$

ここで、 $\{\phi_i\}, \{\phi_j\}$  は計測結果より得られた  $i, j$  次モードのモード形状である。MAC 値は、2 つのモード形状  $\{\phi_i\}, \{\phi_j\}$  の類似性を示す指標であり、モードの直交性を示す指標ではないことに注意すること。MAC 値の計算で使用するモード形状  $\{\phi_i\}, \{\phi_j\}$  は、異なる加振点や加振方法または異なるアルゴリズムで求められた同一モード、若しくは異なるモードなどが使用される。一般的には、 $i = j$  の場合は 0.9 以上、 $i \neq j$  の場合は 0.1 以下であることを確認する。 $i = j$  において、MAC 値が極端に小さい場合は、計測データに大きい相関性のあるノイズがある、若しくはモード形状の同定アルゴリズムの不適切などが考えられる。 $i \neq j$  において、MAC 値が 1 に近い値となる場合は、計測自由度が少なく本来異なるモード形状を分離できていないためである。

#### (8) その他

- ① モード減衰を測定すること。ただし、類似構造の経験値がある場合は、経験値を使用してもよい。
- ② 供試体の非線形性を把握するために、加振レベルを変更した際の伝達関数の変化や、相反性（Reciprocity：加振点と応答点を入れ替えて取得した伝達関数が等しい）を確認すること。

### E.1.2 構造数学モデルの検証要求

モーダルサーベイ試験結果に対する一般的な構造数学モデルの検証要求事項は、以下の通りである。

- (1) モーダルサーベイ試験において対象とするモードは、対象周波数範囲外に存在するモードの影響が少なくなるよう、要求されている周波数範囲以上（通常、上限周波数の約1.4倍）にある供試体のモードまで含めること。
- (2) 構造数学モデルの精度検証パラメータは、対象モードの固有振動数及びモード形状である。
  - ① 対象モードに対する固有振動数の目標精度（構造数学モデルによる解析結果と試験結果の差異）は、5%以内とすること。ただし、有効質量の小さいモードについては10%以内とすること[E-6]。
  - ② 対象モードに対するモード形状の目標精度としては、直交行列（Cross-orthogonality matrix : XOM）の対角項の絶対値が0.9以上、非対角項の絶対値が0.1以下であること[E-7]。XOMの計算方法は、以下の通りである。

$$\text{XOM} = [\Phi_{test}]^T [\bar{M}_{FEM}] [\bar{\Phi}_{FEM}] \quad (\text{E.1.2-1})$$

ここで、 $[\Phi_{test}]$ は試験で求められたモード形状行列、 $[\bar{M}_{FEM}]$ と $[\bar{\Phi}_{FEM}]$ は縮退した構造数学モデルの質量行列及びモード形状行列である。直交行列XOMの計算では、行列の次元を一致させなければならない。しかし、試験で得られるモード形状の自由度（数十～数百程度）は、一般的に構造数学モデルの自由度（通常、数万以上）よりはるかに少ないため、構造数学モデルの解析自由度の縮退が必要となる（（注）解析自由度から計測自由度に対応する成分を抜き取ってXOMを計算してはいけない）。構造数学モデルの縮退方法については、E.1.3項で述べる。

XOMが直交性の要求（対角項の絶対値が0.9以上、非対角項の絶対値が0.1以下）を満たさない原因としては、以下の3つが挙げられる。この要求の達成が困難な場合、通常、構造数学モデルに対して不確定性係数が課せられる[E-8]。

- ① 求められたモード形状の精度が悪い
- ② 構造数学モデルの質量行列が物理モデルの質量分布を正確に表わしていない
- ③ 構造数学モデルの縮退方法や自由度の選定が不適切

### E.1.3 構造数学モデルの縮退方法

通常、構造数学モデルは、膨大な自由度を有する（完全モデルと称する）。構造数学モデルのモード形状の精度検証を行うため、直交行列（XOM）を計算する際には、解析自由度と計測自由度を一致させる必要がある。従って、完全モデルの自由度を削減する（縮退する）ことが要求される。構造数学モデルの自由度の削減方法には、様々な方法（[E-9]～[E-11]）があるが、ここでは代表的な方法の一つであるGuyan静縮退[E-9]を紹介する。

全自由度の内、残留自由度を下付き記号 $a$ 、削除自由度を下付き記号 $e$ で表わし、 $x_a$ 、 $x_e$ をそれぞれ残留自由度と削除自由度の変位とし、残留自由度に作用する力を $f_b$ とする。削除自由度に作用する力を $0$ とすると、非減衰の運動方程式は式(E.1.3-1)となる。

$$\begin{bmatrix} M_{aa} & M_{ae} \\ M_{ae}^T & M_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_a \\ \ddot{x}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ae} \\ K_{ae}^T & K_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a \\ x_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_a \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{E.1.3-1})$$

ここで、添字 $T$ は行列の転置、 $M_{aa}$ 、 $K_{aa}$ は構造残留自由度の質量行列及び剛性行列、 $M_{ae}$ は残留自由度と削除自由度の質量連成行列、 $K_{ae}$ は剛性連成行列である。式(E.1.3-1)中の行列は、構造数学モデルの質量行列と剛性行列の並べ替えにより得られ、特別な計算を要さない。式(E.1.3-1)中の残留自由度の質量 $M_{aa}$ が、他の質量（ $M_{ae}$ 、 $M_{ee}$ ）より遥か大きく、慣性力が弾性力より無視できる場合においては、式(E.1.3-1)の2行目の方程式から、残留自由度と削除自由度の変位関係を以下のように表すことができる。

$$x_a = -K_{aa}^{-1} K_{ae} x_e \quad (\text{E.1.3-2})$$

$$T_G = -K_{aa}^{-1} K_{ae} \quad (\text{E.1.3-3})$$

式(E.1.3-2)～式(E.1.3-3)及び完全モデルの質量行列 $[M]$ と剛性行列 $[K]$ より、縮退自由度に対応する縮退後のモデルは、質量行列 $[\bar{M}] = T_G^T [M] T_G$ 、剛性行列 $[\bar{K}] = T_G^T [K] T_G$ となり、このモデルの固有角振動数 $\bar{\omega}_k$ 及びモード形状 $\{\bar{\phi}_k\}$ は、以下の式より求められる。

$$\{[\bar{K}] - \bar{\omega}_k^2 [\bar{M}]\} \{\bar{\phi}_k\} = \{0\} \quad (\text{E.1.3-4})$$

$\{\bar{\phi}_k\}$ の自由度数は、残留自由度 $a$ と一致する。

次に、縮退自由度のモード形状 $\{\bar{\phi}_k\}$ が求められると、完全モデルの全自由度に対応するモード形状 $\{\phi_k\}$ は、式(E.1.3-5)を用いて計算できる。

$$\{\phi_k\} = \begin{pmatrix} I \\ T_G \end{pmatrix} \bar{\phi}_k \quad (\text{E.1.3-5})$$

縮退モデルの固有角振動数とモード形状が完全モデルと一致するためには、残留自由度の選択が重要である。残留自由度の選択指針は、対象とするモードのモード形状が表現できること、及び残留自由度の慣性力が支配的となるように質量の大きい自由度を選択することである。目安としては、残留自由度に対応する質量と剛性の対角項を  $m_{ii}$  及び  $k_{ii}$ 、解析周波数の上限値を  $f_{\max}$  とすると、以下の通りである[E-12]。

$$\frac{k_{ii}}{m_{ii}} \leq (2\pi f_{\max})^2 \quad (\text{E.1.3-6})$$

また、Allenは式(E.1.3-6)に基づき、残留自由度を自動的に選択する方法を提案している[E-9]。モード形状の確認指標としては、MAC及びXOM (Cross-Orthogonality Matrix) が使用されている。MAC及びXOMの計算式は、以下の通りである。

$$\text{MAC} = \frac{([\Phi_c]^T [\Phi_r])^2}{([\Phi_c]^T [\Phi_c])([\Phi_r]^T [\Phi_r])} \quad (\text{E.1.3-7})$$

$$\text{XOM} = [\Phi_c]^T [M] [\Phi_r] \quad (\text{E.1.3-8})$$

ここで、 $[\Phi_c]$  は完全モデルのモード形状であり、 $[\Phi_r]$  は縮退モデルのモード形状から式(E.1.3-5)より求めた完全モデル自由度に対応するモード形状である。MACは数学的なベクトルの直交性（相似性）を示す計算であり、XOMは物理的な意味の直交性、すなわち、両手法で求めたモード形状が一致し、質量行列（及び剛性行列）に直交性が保たれ、対角上の値はモード質量となることを意味する。モード形状は、モード質量を1.0とする正規化を行ったものを使用しなければならないことに注意すること。

## E.2 小型加振機による加振とベース加振の違い

本項では、小型加振機を用いたモーダルサーベイ試験とベース加振によるモーダルサーベイ試験の基本的な違いを理論的に説明するとともに、それぞれの特徴（長所・短所・注意点）について述べる。

### E.2.1 基礎理論

#### (1) 小型加振機による加振

小型加振機を用いて供試体の各部を加振することによるモーダルサーベイ試験により得られる伝達関数  $H_{pq}(\omega)$ （計測点の加速度応答  $\ddot{x}_p(\omega)$  / 加振点の加振力  $F_q(\omega)$ ）は、計測点を  $p$ 、加振点を  $q$  とすると、式(E.2.1-1)のように表すことができる。

$$H_{pq}(\omega) = \frac{\ddot{x}_p(\omega)}{F_q(\omega)} = \sum_{k=1}^n \frac{-\omega^2 / \omega_k^2 \phi_{kp} \phi_{kq}}{m_k (1 - \omega^2 / \omega_k^2 + j2\xi_k \omega / \omega_k)} \quad (\text{E.2.1-1})$$

$$= \sum_{k=1}^n \bar{H}_k(\omega) \frac{\phi_{kp} \phi_{kq}}{m_k}$$

$$\bar{H}_k(\omega) = \frac{-\omega^2 / \omega_k^2}{(1 - \omega^2 / \omega_k^2 + j2\xi_k \omega / \omega_k)} \quad (\text{E.2.1-2})$$

ここで、 $\phi_{kp}$  は  $k$  次モードにおける計測点  $p$  のモード形状、 $\phi_{kq}$  は  $k$  次モードにおける加振点  $q$  のモード形状、 $\omega_k$  は  $k$  次モードの固有角振動数、 $m_k$  は  $k$  次モードのモード質量である。 $p$  点の加速度応答  $\ddot{x}_p(\omega)$  は、モード加速度応答  $\ddot{q}_k(\omega)$  を用いると、以下のように表すことができる。

$$\ddot{x}_p(\omega) = \sum_{k=1}^n \phi_{kp} \ddot{q}_k(\omega) \quad (\text{E.2.1-3})$$

式(E.2.1-3)を式(E.2.1-1)に代入し整理すると、 $k$  次モードのモード加速度応答  $\ddot{q}_k(\omega)$  は、以下の通りである。

$$\ddot{q}_k(\omega) = \bar{H}_k(\omega) \frac{\phi_{kq} F_q(\omega)}{m_k} = \bar{H}_k(\omega) MPF_{kq} \quad (\text{E.2.1-4})$$

$$MPF_{kq} = \frac{\phi_{kq} F_q(\omega)}{m_k} \quad (\text{E.2.1-5})$$

$MPF_{kq}$  は、 $k$  次モードのモード刺激係数 (MPF:modal participation factor) と呼ばれる係数であり、加振点  $q$  における  $k$  次モードの加振効率を表すパラメータである。つまり、 $MPF_{kq}$  の値が大きいほど、 $k$  次モードが大きく励起されることを意味する。従って、加振点  $q$  のモード形状  $\phi_{kq}$  が小さい程、モードが大きく励起され難いため、計測精度が劣化する。

計測した伝達関数から求められるモード形状は、 $\{\hat{\phi}_k\} = \{\phi_{k1}, \phi_{k2}, \dots, \phi_{kn}\} \phi_{kq} / m_k$  となり、構造数学モデルのモード形状  $\phi_{ki}$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) に対して、 $\phi_{kq} / m_k$  が掛かっている。構造数学モデルのモード質量を 1.0 に正規化しておき、駆動点インピーダンス (加振点における伝達関数) の計測を行えば、 $\phi_{kq}$  を求めることができるため ( $\phi_{kq} = \sqrt{H_{qq}(\omega \approx \omega_k)}$ )、モード形状のスケールを構造数学モデルのモード形状とスケールの一致したモード形状を求めることができる。

## (2) ベース加振

宇宙機の振動試験時と同様に、供試体を剛性の高い振動台上に設置し、振動台からのベース加速度を供試体へ負荷（ベース加振）する試験により得られる伝達関数  $H_{pb}(\omega)$ （計測点の加速度応答  $\ddot{x}_p(\omega)$  / ベース加速度  $\ddot{U}_b(\omega)$ ）は、計測点を  $p$  とすると、式(E.2.1-6)のように表すことができる。

$$H_{pb}(\omega) = \frac{\ddot{x}_p(\omega)}{\ddot{U}_b(\omega)} = \phi_{Rp} + \sum_{k=1}^n \frac{-\omega^2 / \omega_k^2 \phi_{kp} T_{kb}}{(1 - \omega^2 / \omega_k^2 + j2\xi_k \omega / \omega_k)} \quad (\text{E.2.1-6})$$

ここで、 $\phi_{Rp}$  は計測点  $p$  の剛体モード形状であり、 $T_{kb}$  は振動台（ベース）の剛体運動と供試体の  $k$  次モード加速度応答との連成度合を表すパラメータである（Appendix F.1 項参照）。供試体の有効質量を  $me_{kb}$ （ $k$  次モード）とし、モード質量を 1.0 に正規化すると、 $T_{kb}$  は以下の通りに表すことができる。

$$T_{kb}^2 = me_{kb} \quad (\text{E.2.1-7})$$

剛体の影響を無視し、式(E.2.1-4)と同様に  $k$  次モードのモード加速度応答  $\ddot{q}_k$  を式(E.2.1-6)より導出すると、以下の通りとなる。

$$\ddot{q}_k(\omega) = \bar{H}_k(\omega) T_{kb} \quad (\text{E.2.1-8})$$

すなわち、 $T_{kb}$ （有効質量  $me_{kb}$ ）が大きいほど加振され易く、 $T_{kb}$ （有効質量  $me_{kb}$ ）の小さいモードには計測精度が劣化する。

計測される伝達関数から求めたモード形状は  $\{\tilde{\phi}_k\} = \{\phi_{k,1}, \phi_{k,2}, \dots, \phi_{k,n}\} T_{kb}$  となり、構造数学モデルのモード形状  $\phi_{k,i}$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) にスケール項  $T_{kb}$  が掛かっていることに注意すること。このスケール項  $T_{kb}$  は、別途取得（例えば、動質量の計測値より求める）する必要がある。

## E.2.2 各加振方法による構造数学モデル確認方法の特徴

E.2.1項で示した通り、各加振方法で得られる伝達関数の計測精度及び加振されるモードは、加振点の位置（小型加振機使用の場合）や、供試体の有効質量（ベース加振の場合）に影響されることが分かる。実際には、E.2.1項で示した理論的な違いの他に、加振機との連成やクロストークなど設備の影響についても考慮する必要がある。

各加振方法によるモーダルサーベイ試験方法の特徴（長所・短所）及び注意点を、表E.2.2-1に示す。試験方法の採用については、構造数学モデルに対して要求される精度に応じて選

択する必要がある。

表 E.2.2-1 各加振方法によるモーダルサーベイ試験の特徴

	小型加振機による加振	ベース加振
特徴	<ul style="list-style-type: none"> <li>励起されるモードは加振点に依存する。</li> <li>構造数学モデルを用いて加振点を適切に選定することにより、対象とするモードのモードパラメータを取得することが可能である。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>励起されるモードは加振軸に対する有効質量に依存する。</li> <li>加振軸に対する有効質量が極端に小さいモードのモードパラメータは取得が困難である。</li> </ul>
長所	<ul style="list-style-type: none"> <li>加振点を適切に選定することにより、精度良く構造数学モデルを確認することが可能である。</li> <li>モード形状のスケールを計測することが可能である。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>振動試験結果を利用することが可能であるため効率的である。</li> <li>加振軸に対する有効質量が大きいモードに関しては精度良く構造数学モデルを確認することが可能である。</li> </ul>
短所	<ul style="list-style-type: none"> <li>小型加振機や剛な床などの専用設備が必要となる。</li> <li>試験に相応の時間が必要となる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>加振軸に対する有効質量が極端に小さいモードに関しては構造数学モデルを確認することができない。</li> <li>振動試験設備のクロストークが大きい周波数では精度が低下する。</li> <li>モード形状のモード質量に対する正規化ができない。</li> </ul>
注意点	<ul style="list-style-type: none"> <li>大型構造物に関しては、加振エネルギーが構造全体に伝わらない場合があるため、複数点を同時に加振することが望ましい。</li> <li>加振入力が微小であるため、供試体が加振力に対する強い非線形性を持つ場合は、得られたモードパラメータが実環境（打上げ環境）に対するものと異なる場合がある。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>正弦波試験結果を用いる場合は掃引速度による応答の変化を考慮する必要がある。 (Appendix B 参照)</li> </ul>

### E.3 参考文献

- [E-1] Scott Gordon, NASA/GSFC, Extraction of Modal Parameters from Base-Driven Vibration Test, Spacecraft and Launch Vehicle Dynamics Environments Workshop, June 23, 2005, Aerospace Corp.
- [E-2] J. Wijker, Mechanical Vibrations in Spacecraft, Springer, p.193, 2004.
- [E-3] 長松昭男、モード解析入門、コロナ社、ISBN4-339-08225-2、2006年12月。
- [E-4] 機械学会編、モード解析の基礎と応用、丸善（株）、1986年
- [E-5] Randall J. Allemang, The modal Assurance criterion – twenty years of use and abuse, Sound and vibration, Aug. 2003, pp.14-21
- [E-6] NASA-NSTS 14046 (Rev.D), Payload Verification Space Shuttle Program, July 1997
- [E-7] NASA-STD-5002, LOAD ANALYSES OF SPACECRAFT AND PAYLOADS, 1996
- [E-8] NASA-HDBK-7005, DYNAMIC ENVIRONMENTAL CRITERIA
- [E-9] Guyan, R.J., “Reduction of Stiffness and Mass Matrices”, AIAA Journal, Vol.3, No.2, 1968.
- [E-10] Roy R. Craig Jr. and Mervyn C. C. Bampton, “Coupling of Substructures for Dynamic Analysis”, AIAA Journal, Vol. 6, No.7, July 1968.
- [E-11] Kammer, D. C., Test-Analysis-Model development using an Exact Modal Reduction, Journal of Modal Analysis, pp.174-179, Oct. 1987.
- [E-12] Allen, T., Automatic ASET Selection for Dynamic Analysis, 21th NASTRAN User’s conference, NASA CP-2303, pp.175-181, April, 1991.

## Appendix F 多軸加振と単軸加振の基本的な違い

本項では、多軸加振時と単軸加振時の振動応答の基本的な違いについて説明する。F.1 項では、並進 3 自由度同時加振時と並進単軸並進加振時の供試体応答の違いを考察する上で必要となる基礎式を説明する。F.2 項では、F.1 項で示した基礎式を用いて計算した供試体応答の比較結果の一例を紹介する。F.3 項では、供試体に発生する応力について比較した結果の一例を紹介する。

### F.1 基礎式

振動環境条件が規定される供試体のインタフェース部に、並進加速度  $\ddot{U}_b$  ( $\ddot{U}_{bx}, \ddot{U}_{by}, \ddot{U}_{bz}$ ) が 3 軸同時に作用した時の供試体上の点  $P$  における加速度応答  $\ddot{u}_p$  ( $\ddot{u}_{px}, \ddot{u}_{py}, \ddot{u}_{pz}$ ) は、以下のように表される。

$$\ddot{u}_p = \sum_i \phi_{Li} \ddot{q}_i + \phi_R \ddot{U}_b \quad (\text{F.1-1})$$

$\phi_{Li}$  はインタフェース部固定時の供試体の弾性モード形状、 $\phi_R$  は供試体の剛体モード形状、 $\ddot{q}_i$  はモード加速度応答である。式(F.1-1)に示す通り、供試体上のある点 (点  $P$ ) における加速度応答は、モード形状 ( $\phi_{Li}$ ,  $\phi_R$ ) と入力加速度 ( $\ddot{U}_b$ ) が不変である場合、モード加速度応答  $\ddot{q}_i$  に比例する。本項では、並進 3 自由度同時加振時と並進単軸加振時の応答の相対評価を行うことが目的であるため、以下ではモード加速度応答  $\ddot{q}_i$  を用いて説明する。

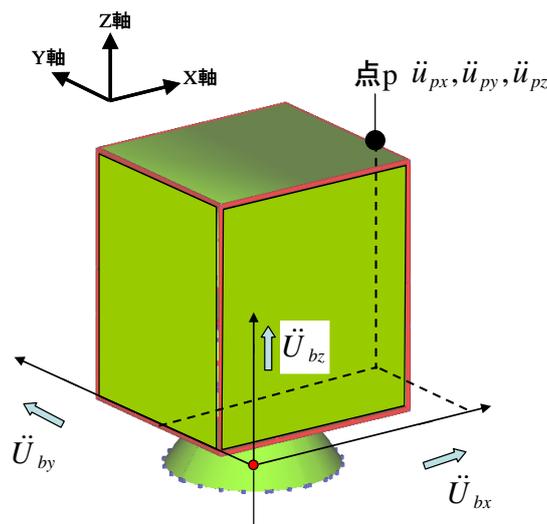


図 F.1-1 各記号の定義

宇宙機の解析モデルとして一般的に用いられている CB モデル (Craig-Bampton モデル) の振動方程式は、以下の通りである。

$$\begin{bmatrix} M_{qq} & M_{qb} \\ M_{qb}^T & M_{rig} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{qq} & 0 \\ 0 & K'_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_L^T f_i \\ \phi_R^T f_i + f_b \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1-2})$$

ここで、 $M_{qq}$  はモード質量行列、 $M_{qb}$  は弾性モードの質量を剛体運動境界へ変換したもので境界剛体自由度と内部弾性体自由度の連成強さを表す行列、 $M_{rig}$  は剛体質量行列、 $K_{qq}$  はモード剛性行列、 $K'_{bb}$  は剛体運動の拘束剛性行列、 $f_i$  は構造内部の内力、 $f_b$  は境界剛体自由度に働く反力である。モード質量を 1 に正規化した場合、 $M_{qq}$ 、 $K_{qq}$ 、及び  $M_{qb}$  及びの各行列の内容は、以下の通りである。

$$M_{qq} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (\text{F.1-3})$$

$$K_{qq} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (\text{F.1-4})$$

$$M_{qb} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & & T_{1l} \\ T_{21} & T_{22} & & T_{2l} \\ & & \ddots & \\ T_{n1} & T_{n2} & & T_{nl} \end{bmatrix}_{n \times l} \quad (\text{F.1-5})$$

$$T_{kl} = \{\phi_L\}_k^T M_{ii} \{\phi_R\}_l, \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n; \quad l = 1, 2, 3) \quad (\text{F.1-6})$$

ここで、 $\omega_k$  は  $k$  次モードの角固有振動数、 $T_{kl}$  は  $k$  次モードと剛体変位との連成項であり、有効質量  $me_{kl}$  とは、以下の関係がある。

$$T_{kl}^2 = me_{kl} \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n; \quad l = 1, 2, 3) \quad (\text{F.1-7})$$

$$T_{kl} = \text{sgn}(T_{kl}) \cdot me_{kl} = \begin{cases} me_{kl} & (T_{kl} > 0) \\ -me_{kl} & (T_{kl} < 0) \end{cases} \quad (\text{F.1-8})$$

構造内部の内力がない場合 ( $f_i = 0$ )、モード減衰 (減衰係数比:  $\xi_k$ ) を含めた式(F.1-2) の 1 行目の方程式は以下の通りとなる。

$$\ddot{q}_k + 2\xi_k \omega_k \dot{q}_k + \omega_k^2 q_k = -\sum_{l=1}^3 T_{kl} \ddot{U}_l \quad (\text{F.1-9})$$

式(F.1-9)を整理すると、モード加速度と境界自由度加速度は、以下の通りとなる。

$$\ddot{q}_k = \frac{r_k^2}{1 - r_k^2 + j2\xi_k r_k} \sum_{l=1}^3 T_{kl} \ddot{U}_l \quad (\text{F.1-10})$$

$$r_k = \frac{\omega}{\omega_k} \quad (\text{F.1-11})$$

式(F.1-10)より、モード加速度応答は、 $T_{kl}$  と境界加速度 $\ddot{U}_l$  の積により、その大きさが決まることが分かる。

次に、比較対象である並進単軸加振の場合のモード加速度応答を考える。並進単軸加振の場合のモード加速度応答は、3軸の内の最大値をとって以下の通りとする。

$$\ddot{q}_{k\_uniauxis} = \frac{r_k^2}{1 - r_k^2 + j2\xi_k r_k} \max(|T_{kl} \ddot{U}_l|)_{l=1,2,3} \quad (\text{F.1-12})$$

以上より、並進3自由度同時加振の場合のモード加速度応答 $\ddot{q}_{k\_triaxis}$  と、並進単軸加振の場合のモード加速度応答 $\ddot{q}_{k\_uniauxis}$  の絶対値の比は、式(F.1-11)及び式(F.1-12)より、以下の通りとなる。

$$\frac{\ddot{q}_{k\_uniauxis}}{\ddot{q}_{k\_triaxis}} = \frac{\max(|T_{kl} \ddot{U}_l|)_{l=1,2,3}}{\left| \sum_{l=1}^3 T_{kl} \ddot{U}_l \right|} \quad (\text{F.1-13})$$

式(F.1-13)に示す通り、並進3自由度同時加振時と並進単軸加振時のモード加速度応答の比は、 $T_{kl}$  と境界加速度 $\ddot{U}_l$  より、求めることができる。

## F.2 並進 3 自由度同時加振時と並進単軸加振時のモード加速度応答の比較例

本項では、並進 3 自由度同時加振時と並進単軸加振時のモード加速度応答の比較結果の一例を示す。本項で示す比較結果は、以下の仮定に基づき計算した結果である。

(仮定)

- (1) 各軸の境界加速度  $\ddot{U}_l$  の大きさは同じとする。
- (2)  $T_{kl}$  の符号は位相を表すものであるため、その位相は境界加速度  $\ddot{U}_l$  の位相に含め、 $T_{kl}$  については絶対値（有効質量  $me_{kl}$  と同値：式 (F.1-8)）のみを考える。
- (3)  $T_{kl}$  の絶対値（有効質量  $me_{kl}$ ）は、表 F.2-1 に示す中型衛星の有効質量比を用いる。
- (4) 各軸の境界加速度  $\ddot{U}_l$  ( $\ddot{U}_x, \ddot{U}_y, \ddot{U}_z$ ) の位相については、各軸全ての位相が一致している場合（相関ケース）と、位相がずれている場合（無相関ケース）の 2 ケースを考える。ここでいう無相関ケースとは、式(F.2-2)に示す通り、各ベクトルを合成した結果の絶対値が RSS(Root sum square)で表わされるケースのことである。

上記に示した仮定に基づくと、式(F.1-13)に示したモード加速度比はそれぞれ以下の通りとなる。

<相関ケース>

$$\frac{\ddot{q}_{k\_uniaxis}}{\ddot{q}_{k\_triaxis}} = \frac{\max(me_{kl} \ddot{U}_l)_{l=1,2,3}}{\sum_{l=1}^3 me_{kl} \ddot{U}_l} = \frac{\max(me_{kl})_{l=1,2,3}}{\sum_{l=1}^3 me_{kl}} \quad (\text{F.2-1})$$

<無相関ケース>

$$\frac{\ddot{q}_{k\_uniaxis}}{\ddot{q}_{k\_triaxis}} = \frac{\max(me_{kl} \ddot{U}_l)_{l=1,2,3}}{\sqrt{\sum_{l=1}^3 (me_{kl} \ddot{U}_l)^2}} = \frac{\max(me_{kl})_{l=1,2,3}}{\sqrt{\sum_{l=1}^3 (me_{kl})^2}} \quad (\text{F.2-2})$$

各軸の境界加速度  $\ddot{U}_l$  が同位相の場合は、並進 3 自由度同時加振と並進単軸加振時の加速度比が最も小さくなる。

式(F.2-1)、式(F.2-2)、及び表 F.2-1 に示す中型衛星の有効質量比の一例を用いてモード加速度比を計算した結果を、表 F.2-1（同位相ケース・無相関ケースの欄）、及び図 F.2-1 に示す。図 F.2-2 及び図 F.2-3 では、表 F.2-1 において「○」印が付いているモードを用いて、各モード加速度応答の線形和を計算した結果を示している。

表 F.2-1 中型衛星の有効質量比の解析結果 一例

	モード No.	周波数(Hz)	有効質量			加速度比	
			自由度 T1	自由度 T2	自由度 T3	相関ケース	無相関ケース
○	1	13.76	0.00	<b>45.80</b>	0.00	1.00	1.00
○	2	14.18	<b>47.90</b>	0.00	0.00	1.00	1.00
○	3	31.29	0.10	0.00	0.30	0.75	0.95
○	4	31.95	0.10	0.10	0.30	0.60	0.90
	5	37.15	0.10	0.60	0.00	0.86	0.99
	6	38.61	0.40	0.00	0.00	1.00	1.00
	7	39.82	0.10	<b>11.80</b>	0.10	0.98	1.00
	8	41.01	0.00	3.90	0.00	1.00	1.00
	9	41.49	0.00	0.10	0.00	1.00	1.00
	10	42.74	0.00	0.10	0.10	0.50	0.71
○	11	44.86	0.00	1.20	<b>12.90</b>	0.91	1.00
中略							
○	17	48.45	3.60	0.40	2.10	0.59	0.86
中略							
	26	53.01	<b>6.70</b>	0.00	0.00	1.00	1.00
○	27	54.34	0.60	0.10	0.40	0.55	0.82
	28	54.67	0.30	0.00	<b>9.50</b>	0.97	1.00
中略							

注：x 並進：T1、y 並進：T2、z 並進：T3

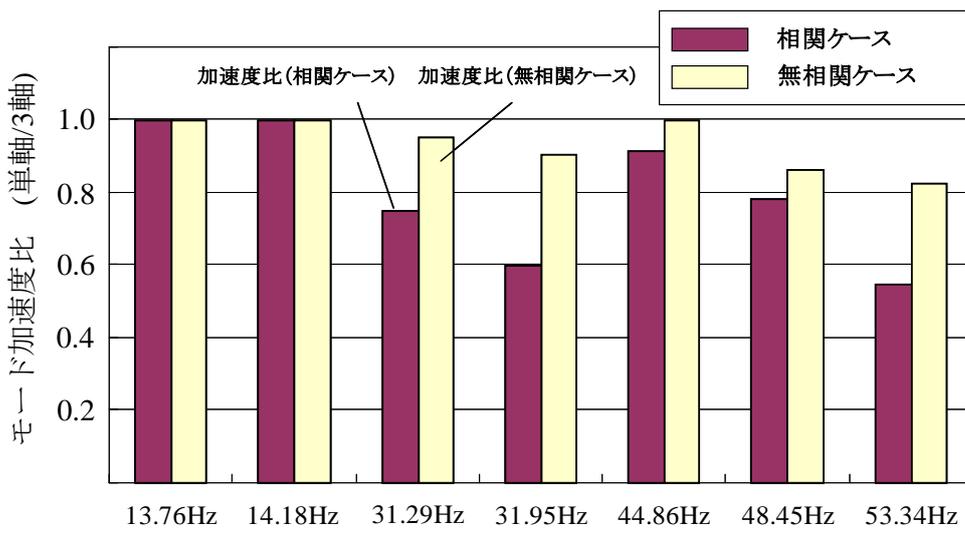


図 F.2-1 並進 3 自由度同時加振時と並進単軸加振時のモード加速度応答比

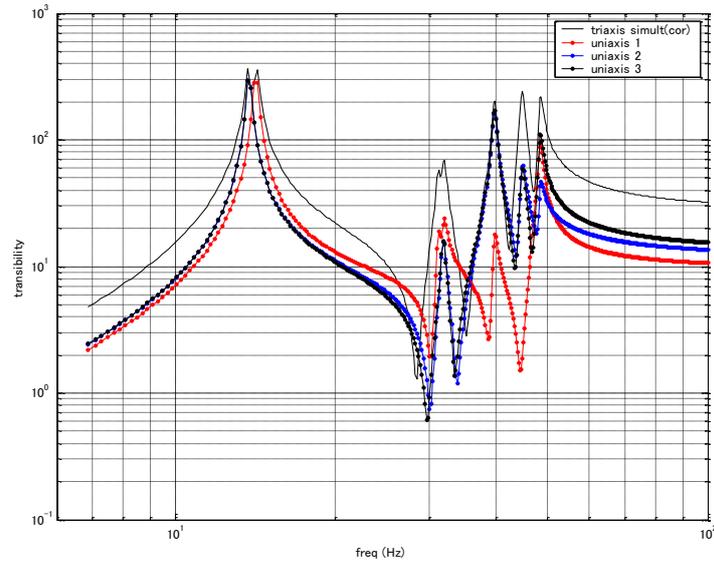


図 F.2-2 モード加速度応答比 (相関ケース)

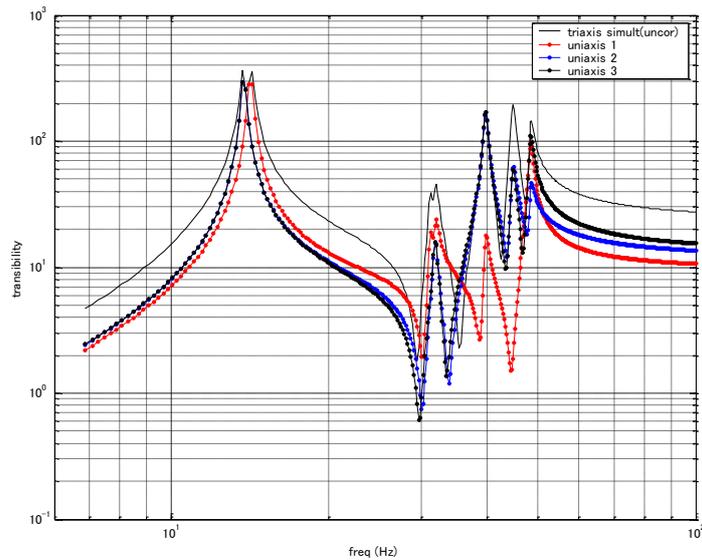


図 F.2-3 モード加速度応答比 (無相関ケース)

図 F.2-1～図 F.2-3 に示す通り、各軸における主要モード（一つの軸の有効質量比が著しく大きいモード）については、モード加速度比がほぼ 1 であり、並進 3 自由度同時加振と並進単軸加振に大きな違いがないことが分かる。しかし、高次モード（各軸の有効質量比に大きな差がないモード）においては、モード加速度比が小さくなり、この例における最小値は相関ケースで 0.55、無相関ケースで 0.82 となっている。つまり、高次モード（各軸の有効質量比に大きな差がないモード）においては、並進 3 自由度同時加振と並進単軸加振時の加速度応答に差が生じる。

### F.3 並進3自由度同時加振時と並進単軸加振時の応力の比較例

F.2項では、並進3自由度同時加振時と並進単軸（主軸）加振時のモード加速度応答の観点で評価した結果を示した。本項では、構造に発生する応力について比較する。

多くの文献にて証明されているように、振動負荷により構造に発生する応力は、構造内部の加速度ではなく速度と比例する[F-1]～[F-4]。 $k$ 次モードのモード速度 $\dot{q}_k$ とそのモード速度により発生する応力 $s_k$ は、比例係数を $c_s$ とすると、以下のように表される。

$$s_k = c_s \dot{q}_k \quad (\text{F.3-1})$$

並進3自由度同時加振時に発生する応力 $s_k$ （ $k$ 次モード）は、式(F.1-10)及び式(F.3-1)より、以下の通りとなる。

$$s_k = c_s \frac{r_k^2}{j\omega\{(1-r_k^2) + j2\xi_k r_k\}} \sum_{l=1}^3 T_{kl} \ddot{U}_l \quad (\text{F.3-2})$$

式(F.1-10)と比較すると、同じ加振加速度で加振した場合の応力は、角周波数 $\omega$ に反比例しており、共振周波数が高いほど応力（モード速度）は小さいことが分かる。図F.3-1に、F.2項で述べた仮定に基づき計算した、並進3自由度同時加振時（無相関の場合）の各モード応力値（応力値は1次モードの応力値に正規化）を示す。応力値は、低次モードほど支配的であり、低次モードが構造の損傷への寄与度が高いと言える。

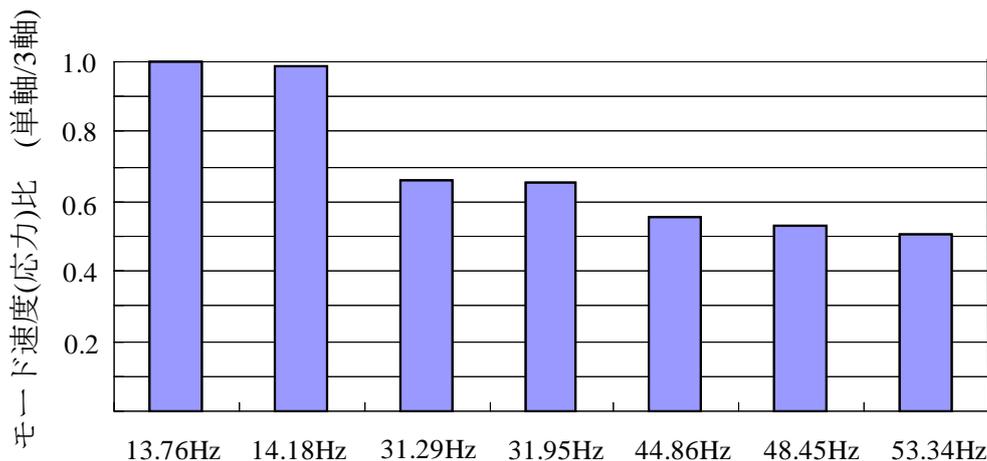


図 F.3-1 並進3自由度同時加振時（無相関）の各モードにより発生する応力の比較

ランダム振動の場合、並進 3 自由度同時加振時に発生するモード応力の実効値は、Mile's の式を用いて以下の通り計算することができる。

$$\begin{aligned}
 s_{rms,k\_tri}(f_k) &= c_s \sqrt{\int_0^{f_m} \left( \frac{r_k^4}{\{(1-r_k^2)^2 + (2\xi_k r_k)^2\}} \sum_{l=1}^3 m e_{kl}^2 PSD_{v,l} \right) df} \\
 &= \frac{c_s}{2} \sqrt{\frac{Q_k}{2\pi f_k} \sum_{l=1}^3 m e_{kl}^2 PSD_{a,l}(f_k)}
 \end{aligned} \tag{F.3-3}$$

ここで、 $PSD_{v,l}$  は加振速度のパワースペクトル密度、 $PSD_{a,l}$  は加振加速度のパワースペクトル密度、 $Q_k$  は  $k$  次モードの  $Q$  値 ( $=1/2\xi_k$ ) である。同様に、並進単軸加振時に発生するモード応力の実効値は、以下の通りとなる。

$$\begin{aligned}
 s_{rms,k\_uni}(f_k) &= c_s \sqrt{\int_0^{f_m} \left( \frac{r_k^4}{\{(1-r_k^2)^2 + (2\xi_k r_k)^2\}} \max\{m e_{kl}^2\} PSD_{v,l} \right) df} \\
 &= \frac{c_s}{2} \sqrt{\frac{Q_k}{2\pi f_k} \max\{m e_{kl}^2\} PSD_{a,l}(f_k)}
 \end{aligned} \tag{F.3-4}$$

式(F.3-3)及び式(F.3-4)より、ランダム振動試験時においては、モード応力の実効値はモード周波数と反比例しており、低次モードほどモード応力が大きい。並進 3 自由度同時加振時と並進単軸加振時の応力実効値比は、以下の通りとなる。

$$\frac{s_{rms,k\_uniax}(f_k)}{s_{rms,k\_triax}(f_k)} = \sqrt{\max\{m e_{k,i}^2\}} / \sqrt{\sum_{i=1}^3 m e_{k,i}^2} \tag{F.3-5}$$

式(F.3-5)に示す通り、並進 3 自由度同時加振時のモード応力の実効値は、並進単軸加振時のモード応力の実効値より大きい。ただし、主要モードに関しては両者の差は小さい。ただし、供試体各部の最大応力は各部のモード形状にも関係するため、必ずしも主要モードで発生することはない。このため、モード毎に評価する必要がある。図 F.3-2 に、表 F.2-1 に示す中型衛星の有効質量比と式(F.3-5)を用いて計算した各モード応力の実効値の比を示す。この例では、モード応力の差は 2 割未満である。

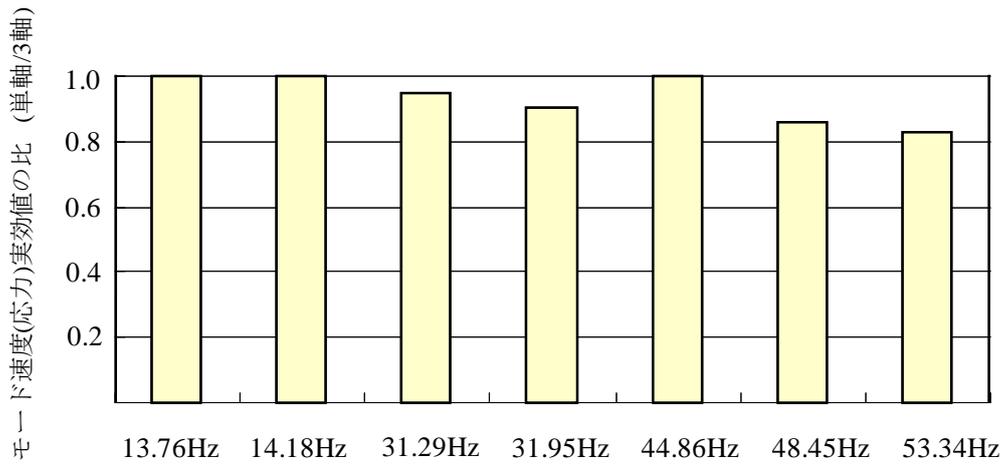


図 F.3-2 並進 3 自由度同時加振と並進単軸加振時に発生するモード応力の実効値の比

#### F.4 参考文献

- [F-1] Hunt, F. V., "Stress and strain limits on attainable velocity in mechanical vibration", J. Acoust. Society America, 1960, vol.32, No.9, Sept., pp.1123-1128
- [F-2] Ungar, E. E., "Maximum stresses in beam and plates vibrating at resonance", Trans. ASME, J. Engineering Ind. 1962, vol. 82B, No.1, Feb. pp.149-155
- [F-3] Grandall, S. H., "Relationship between strain and velocity in resonant vibration", J. Acoust. Society America, 1962, vol. 34, No.12, Dec. pp.1960-1961
- [F-4] Gaberson, H. A. and Chalmers, R. H., "Modal velocity as a criterion of shock severity", Shock and Vibration Bull. 40, Part 2, 1969, Dec. pp.31-49

## Appendix G 試験条件公差

### G.1 設定思想

供試体に負荷を与え、その負荷に対する耐性を確認する目的で実施される試験においては、供試体に対して所定の負荷が与えられたことを判定するための許容範囲（判定基準）を規定される。その許容範囲のことを試験条件公差といい、試験結果の信頼性を表す指標である。

試験条件公差として狭い範囲（厳しい要求）を設定すると、試験結果の信頼性は増すが、試験時における試験条件公差逸脱のリスクが高くなるとともに、試験条件公差を満足するための努力（試験設備の高性能化など）が必要となるため、コストが高くなる。逆に、試験条件公差として広い範囲（甘い要求）を設定すると、上記で述べたリスク及びコストは低くなるが、試験結果の信頼性が低下する。従って、試験条件公差は以下に示す項目を勘案しつつ、妥当な範囲を設定することが重要である。

- (1) 耐性を確認する目的において許容される範囲
- (2) 試験設備の性能（制御性能）
- (3) 計測誤差（計測の不確かさ）
- (4) 解析誤差

現状、宇宙機の振動試験における試験条件公差は、過去の経験に基づき関係者間で合意された値が標準文書等に設定されている。参考として、各標準文書等[G-1]～[G-7]に記載されている振動試験の試験条件公差を、表G.1-1に示す。表G.1-1に示す通り、各標準文書で示されている値は若干異なるが、大きな差はない。JISでは、ランダム振動試験の試験レベル（加速度PSD）に対し、統計的自由度を120以上に設定することにより統計誤差（上記(4)の解析誤差）を無視して良いことが規定されているが、計測誤差を含めることが規定されている[G-7]。

基本的には、表G.1-1に示されている試験条件公差が、宇宙機に対する振動試験において規定される。現在、一般的に使用されている加振制御装置の制御性能は、加振機単体の状態においては $\pm 1$  dB程度[G-8]であり、表G.1-1に示されている試験条件公差の範囲内である。しかし、供試体を搭載した状態においては、加振機と供試体との連成により制御が不安定となり、試験条件公差を逸脱する場合がある。逸脱した場合には、その逸脱が試験目的を損なっているか否かを上記(1)の項目に基づき判断することになる（供試体に対する負荷への影響については本文4.4項参照のこと）。

表G.1.1-1 各標準文書等に規定されている試験条件公差

試験区分	項目	MIL-HDBK-340A	GSFC-STD-7000	NASA-STD-7001	ECSS-E-10-03A	JERG-2-130A	JIS関連 JIS C 60068-2-64 JIS C 60068-2-6
正弦波 振動試験	振動振幅	±10%	±10%	-	±10%	±10%	±15%
	振動周波数	±2%	±2%	-	±2% (10Hz~2000Hz)	±2%又は 1Hzの大きい方	±2%又は 1Hzの大きい方
	掃引速度	-	-	-	±5%	-	±10%
	掃引時間	+10%/-0%	-	-	+10%/-0%	+10%/-5%	-
	加速度PSD	20~100Hz ±1.5dB ( $\Delta f \leq 10\text{Hz}$ ) 100~1000Hz ±1.5dB ( $\Delta f \leq 50\text{Hz}$ ) 1000~2000Hz ±3.0dB ( $\Delta f \leq 100\text{Hz}$ ) (統計的自由度は少なくとも100以上)	±3.0dB	±3.0dB	-1.0dB/3.0dB (QT) -3.0dB/+1.5dB (AT)	+3.0dB/-1.0dB	±3.0dB (計器誤差を含む。統計 誤差は含まない。統計 的自由度は少なくとも 120以上)
ランダム 振動試験	実効値	±1.0dB	±10%	±10%	±10%	±1.5dB	±10%
	負荷時間	+10%/-0%	-	+10%/-0%	+10%/-0%	+10%/-0%	+5%/-0%

## G.2 参考文献

- [G-1] MIL-HDBK-340A, Test Requirements for Launch, Upper-Stage, and Space Vehicles, 1999-4
- [G-2] GSFC-STD-7000, GENERAL ENVIRONMENTAL VERIFICATION STANDARD (GEVS) for GSFC Flight Programs and Projects, 2005-4
- [G-3] NASA-STD-7001, Payload Vibroacoustic Test Criteria, 1996-6
- [G-4] ECSS-E-10-03A, Space Engineering Testing, 2002-2
- [G-5] JERG-2-130A 宇宙機一般試験標準
- [G-6] JIS C 60068-2-64, 環境試験方法－電気・電子－広帯域ランダム振動試験方法及び指針
- [G-7] JIS C 60068-2-6, 環境試験方法－電気・電子－正弦波振動試験方法
- [G-8] <http://www.shinken-ltd.co.jp/controller/index.html>

## Appendix H 動電型加振機の特徴及び制約

本項では、動電型加振機の一般的な特徴と制約事項について紹介する。

一般的な動電型加振機のシステム構成図を、図 H-1 に示す。また、動電型加振機の詳細構成図を、図 H-2 に示す。動電型加振機は、励磁コイルにより形成される直流磁束内に設置された駆動コイルに電流を流すことにより発生する電磁力を利用して振動台を励振する。そのため、振動台の加振レベルを規定値内に制御するための信号（ドライブ信号）を生成する制御装置と、駆動コイルに駆動電流を流すための電力増幅器が設置されている。制御装置から発生させる信号（ドライブ信号）は、振動台上に設置した制御用の加速度センサからの信号をフィードバック制御することにより作り出される。供試体各部の応答は、計測装置により収録される。供試体各部の加速度応答値やインタフェースフォースをフィードバック制御する場合は、オートノッチング機能を有する制御装置に取り込む必要がある。

H.1 項では、加振機の選定に関わる制約事項を述べる。H.2 項～H.5 項では、振動試験を実施する上で重要な動電型加振機の特徴を述べる。

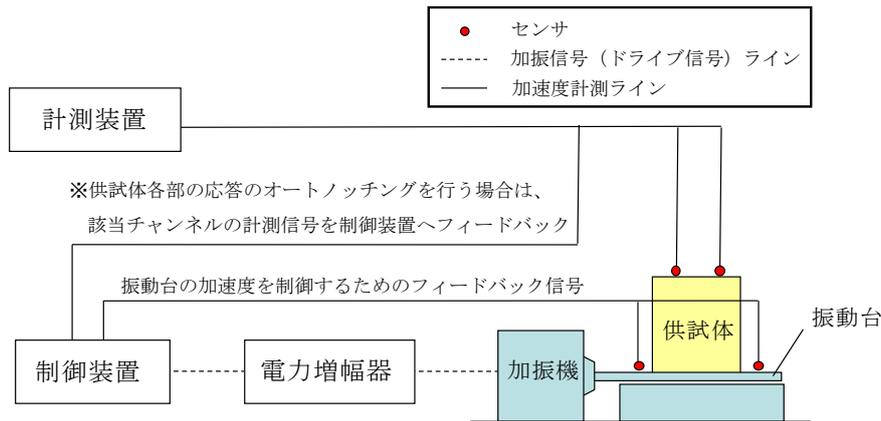


図 H-1 動電型加振機のシステム構成図

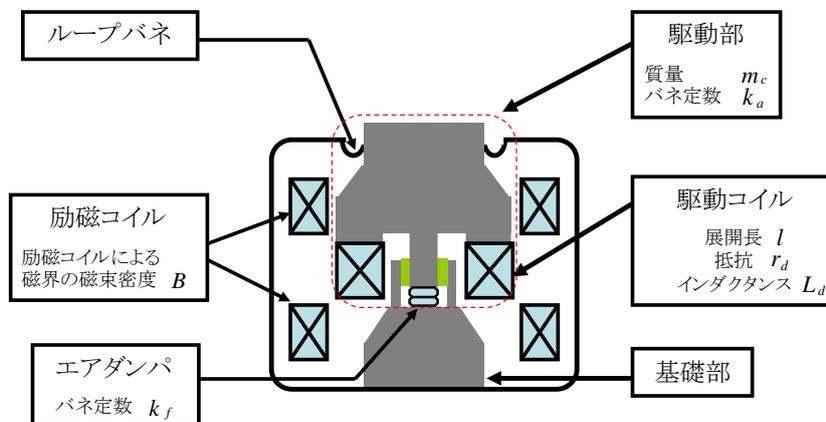


図 H-2 動電型加振機の詳細構成図

## H.1 動電型加振機の選定に関する制約事項

### H.1.1 最大加振能力

動電型加振機で加振可能な最大加振レベルは、可動部（振動台・駆動コイル・治具・供試体）の質量と加振機の制約により決まる。加振機には、その仕様により、加振力、速度、及び変位の3つの制約がある。各値は、加振機の取扱説明書等に記載されている。

加振力は、電磁力の定義式（ $F = BIl$ ）より、駆動コイルへ流す電流に比例するため、加振力に対する制約は電流の最大定格値（正弦波振動：ピーク値、ランダム振動：rms値）により決まる。

加振機（振動台）の速度は、駆動コイルに印加する電圧に比例するため、必要となる加振力から決定される電流値と電力増幅器の最大定格出力値（ワット数）の制約を受ける。

加振機（振動台）の変位は、振動台の機械的な変位許容値の制約を受ける。

以下では、正弦波振動試験時及びランダム振動試験時の試験レベルが設定された際に、加振可能か否かを判断するための簡易的な見積もり式を示す（以下の(1), (2)）。ただし、以下に示す条件式を満たしたとしても、加振力の反力により加振機本体が振動し変位出力が損失するため、加振できない場合がある。本事象については、以下の(3)で述べる。

#### (1) 正弦波振動試験時の加振能力

冒頭でも述べた通り、加振可能な最大加振レベルは、加振機の最大加振力  $F_{max}$  ・ 最大速度  $v_{max}$  ・ 最大変位  $d_{max}$  による制約を受ける。加振可能か否かを判断するための条件式は、試験条件として規定される試験レベルを  $A_{spec}(f)$  とすると、以下の通りとなる。

$$A_{spec}(f) \leq \frac{F_{max}}{M_V + M_{jigu} + M_S + me_S \cdot Q} \quad (\text{H.1.1-1})$$

$$A_{spec}(f) \leq 2\pi \cdot f \cdot v_{max} \quad (\text{H.1.1-2})$$

$$A_{spec}(f) \leq (2\pi \cdot f)^2 \cdot d_{max} \quad (\text{H.1.1-3})$$

ここで、 $M_V$  は加振機の駆動部（振動台・駆動コイル）質量、 $M_{jigu}$  は治具の質量、 $M_S$  は供試体の質量、 $me_S$  は供試体の最大（主要モード）の有効質量、 $Q$  は供試体の最大の有効質量を持つ主要モードのQ値である。式(H.1.1-1)中の有効質量  $me_S$  が分からない場合は、供試体の質量と置き換えて計算することにより、保守的な評価を行うことができる。

図 H.1.1-1 に、筑波宇宙センターの所有する 18 トン振動試験設備を例として計算した最大加速度レベル（加振能力）を示す。図 H.1.1-1 に示す通り、低周波数側では速度と変位による制限があるため、高い加速度レベルを負荷することが困難である。また、供試体の質量（動的な質量を含む）が大きいほど、加振可能な最大加速度レベルは小さくなる。

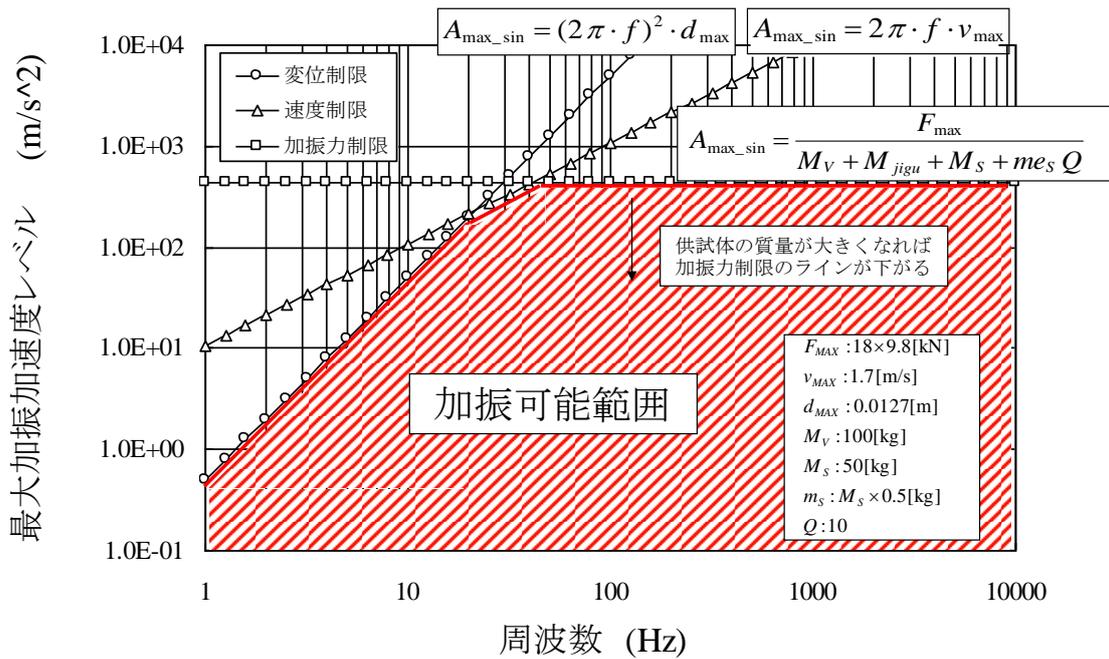


図 H.1.1-1 加振機の加振可能範囲の一例 (18 トン振動試験設備)

(2) ランダム振動試験時の加振能力

ランダム振動試験においても同様に、加振可能な加振レベルは、加振機の最大加振力  $F_{rms-max}$  ・最大速度  $v_{max}$  ・最大変位  $d_{max}$  の制約を受ける。ランダム振動試験の場合の最大加振力は、実効値(rms)で規定される。加振可能か否かを判断するための条件式は、試験条件として規定される試験レベルを  $PSD_{spec}(f)$ 、その実効値を  $a_{rms\_spec}$  とすると、以下の通りとなる。

$$(M_V + M_{jigu} + M_S) a_{rms\_spec} + m_e s \sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q PSD_{spec}(f_n)} \leq F_{rms\_max} \quad (H.1.1-4)$$

$$3 \sqrt{\sum_i \frac{1}{(2\pi f_i)^2} PSD_{spec}(f_i) \cdot \Delta f} \leq v_{max} \quad (H.1.1-5)$$

$$3 \sqrt{\sum_i \frac{1}{(2\pi f_i)^4} PSD_{spec}(f_i) \cdot \Delta f} \leq d_{max} \quad (H.1.1-6)$$

ここで、 $f_n$  は供試体の主要モード (有効質量が最大) の固有振動数、 $\Delta f$  は PSD の周波数分解能である。式(H.1.1-4)中の有効質量  $m_e s$  が分からない場合は、供試体の質量と置き換えて計算することにより、保守的な評価を行うことができる。式(H.1.1-5)及び式(H.1.1-6)は、ランダム波形のピーク値が実効値の 3 倍であるとした場合の条件式である。

## (3) 加振機本体の振動による変位出力の損失

加振機は、加振反力による地盤への振動伝搬の抑制、及び可動部の中立位置保持のためにバネ（通常空気ばね）を介して設置されている（図 H.1.1-2）。加振機本体がバネを介して設置されていることにより、加振力の反力を受けて振動し易くなり、変位出力に損失が生じる。

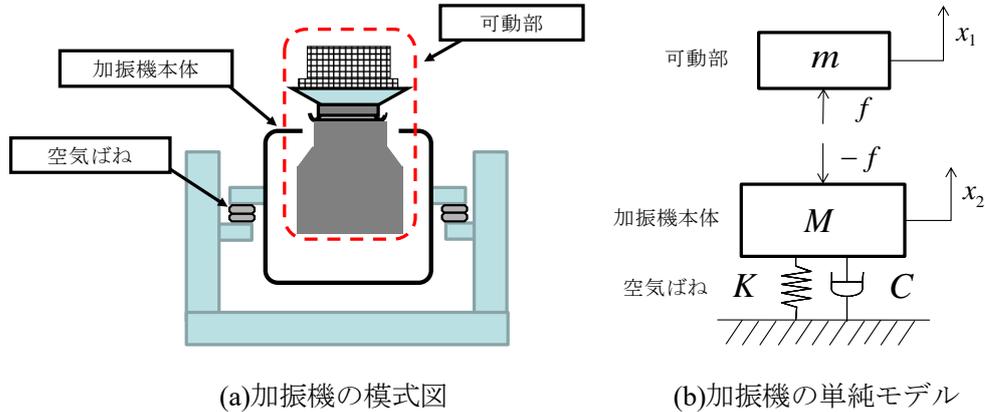


図 H.1.1-2 加振機の模式図及び単純モデル

加振機の本来の出力変位を  $d_s$ 、実際の可動部の変位を  $d_r$  とし、出力損失比  $\gamma$  を以下の通り定義する。

$$\gamma = \frac{d_s - d_r}{d_s} \quad (\text{H.1.1-7})$$

式(H.1.1-7)に示した出力損失比を求めるために、図 H.1.1-2(b)に示す単純なモデルを考える。図 H.1.1-2(b)に示したモデルの運動方程式は、以下の通りとなる。

$$m \ddot{x}_1 = F \quad (\text{H.1.1-8})$$

$$M \ddot{x}_2 + C \dot{x}_2 + K x_2 = -F \quad (\text{H.1.1-9})$$

ここで、本来の出力変位  $d_s$  と実際の可動部の変位  $d_r$  は、以下の通りとなる。

$$d_s = x_1 - x_2 \quad (\text{H.1.1-10})$$

$$d_r = x_1 \quad (\text{H.1.1-11})$$

式(H.1.1-8)～式(H.1.1-11)より、出力損失比  $\gamma$  は以下の通りとなる。

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{M\omega^2 - jC\omega - K}{m\omega^2}} \approx \frac{1}{1 + \frac{M}{m}} \quad (\text{H.1.1-12})$$

式(H.1.1-12)に示す通り、出力損失比 $\gamma$ は可動部質量 $m$ が大きいほど大きくなる。従って、加振機本体の質量に対して可動部の質量が大きい場合（供試体の質量が大きい場合）は、式(H.1.1-12)に示した出力損失比 $\gamma$ 分を差し引いても加振能力に余裕があることを、以下の式により確認しておく必要がある。

<正弦波振動>

$$A_{spec}(f) \leq (2\pi \cdot f)^2 \cdot d_{max} \times (1 - \gamma) \quad (\text{H.1.1-13})$$

<ランダム振動>

$$3 \sqrt{\sum_i \frac{1}{(2\pi f_i)^4} PSD_{spec}(f_i) \cdot \Delta f} \leq d_{max} \times (1 - \gamma) \quad (\text{H.1.1-14})$$

## H.1.2 最大搭載質量

H.1.1 項で述べた最大加振能力以下の試験レベルであっても、供試体の質量が加振機へ搭載できる最大質量を超える場合があるため、注意が必要である。加振機に搭載できる最大質量は、以下に示す仕様により決定される。

### (1) 垂直加振

動電型加振機の駆動部（駆動コイル及び振動台）は、バネ（通常空気バネ）で支えられている。振動試験を実施する際には、振動台を変位可能な範囲の中心位置（中立位置）にくるよう空気バネの圧力を調整する。しかし、空気バネへ供給できる圧力には制限があるため、供試体の質量が大きすぎると振動台を中立位置へ調整することができず、バネがたわんで下方に中立位置が移動し、変位許容値までの距離が小さくなる。従って、振動試験時に必要となる変位振幅値により、加振機に搭載可能な質量が制限される。

加振機に搭載可能な供試体質量の制限値は、以下の式により決まる。

$$W_{max} = \frac{1}{2} K_v (d_{max} - d_{nes}) \quad (\text{H.1.2-1})$$

ここで、 $W_{max}$  は搭載可能な供試体質量の制限値であり、 $K_v$  は空気バネへの許容圧力で決まるバネ定数であり、 $d_{max}$  は変位許容値であり、 $d_{nes}$  は必要な変位振幅である。

## (2) 水平加振

定盤上に設置される一般的な水平振動台の最大搭載質量は、定盤上の油膜及び油圧ベアリング等の支持荷重によって決まる。この場合は、以下の式で表される。

$$W_{\max} = S_h W_0 + n R_s \quad (\text{H.1.2-2})$$

ここで、 $S_h$  は定盤の面積、 $W_0$  は単位面積あたりの油膜の支持荷重、 $n$  は油圧ベアリングの個数、 $R_s$  は油圧ベアリングの静負荷容量である。

## H.1.3 供試体の重心位置に対する制約(許容回転モーメント)

振動台は、加振軸方向以外への振動(クロストーク)を抑制するため、油圧ベアリング等により支持されている。そのため、振動台には油圧ベアリング等に対する回転モーメントの許容値がある。従って、振動試験時に振動台に負荷される回転モーメントが許容値以下であることを事前に確認する必要がある。振動試験時に振動台に負荷される回転モーメントは、以下の式により簡易的に見積もることができる。

(垂直加振)

$$M_{V\_XY} = M_S \cdot A_{S\_CG} \cdot O_{S\_XY} + M_{jigu} \cdot A_Z \cdot O_{jigu\_XY} \quad (\text{H.1.3-1})$$

(水平加振)

$$M_{H\_Y} = M_S \cdot A_{S\_CG} \cdot O_{S\_Z} + M_{jigu} \cdot A_X \cdot O_{jigu\_Z} \quad (\text{H.1.3-2})$$

$$M_{H\_Z} = M_S \cdot A_{S\_CG} \cdot O_{S\_Y} + M_{jigu} \cdot A_X \cdot O_{jigu\_Y} \quad (\text{H.1.3-3})$$

ここで、 $M_S$  は供試体の質量、 $M_{jigu}$  は治具の質量、 $A_{S\_CG}$  は供試体の重心相当加速度、 $A_Z$  は垂直加振時の加振加速度、 $A_X$  は水平加振時の加振加速度、 $O_{S\_XY}$  は供試体の重心位置のXY面内におけるオフセット距離、 $O_{S\_Y}$  は供試体の重心位置のY方向へのオフセット距離、 $O_{S\_Z}$  は供試体の重心位置のZ方向へのオフセット距離、 $O_{jigu\_XY}$  は治具の重心位置のXY面内におけるオフセット距離、 $O_{jigu\_Y}$  は治具の重心位置のY方向へのオフセット距離、 $O_{jigu\_Z}$  は治具の重心位置のZ方向へのオフセット距離である。軸の定義を、図H.1.3-1に示す。

供試体の重心相当加速度は、以下の式により簡易的に見積もることが可能である。

$$A_{S\_CG} = \frac{m_S}{M_S} \cdot A_0 \cdot Q \quad (\text{H.1.3-4})$$

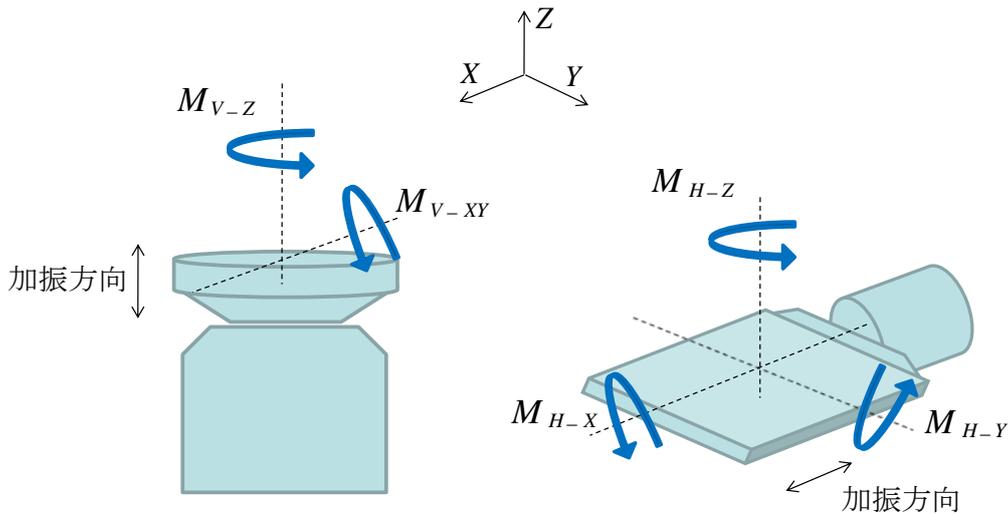


図 H.1.3-1 回転モーメント軸の定義 垂直 (左)、水平 (右)

ここで、 $m_s$  は供試体の有効質量、 $A_0$  は加振加速度、 $Q$  は供試体の  $Q$  値である。垂直加振時においては、加振機は  $Z$  軸に対して軸対称であるため、 $XY$  面内の軸を区別する必要はない。 $M_{V-Z}$  及び  $M_{H-X}$  に関しては、クロストークによる成分しかないため、標定となることはないと考えられる。

式(H.1.3-1)～式(H.1.3-3)に示す通り、振動試験時に発生する回転モーメントが、振動台の許容回転モーメントを超えないようにするためには、振動台上に設置する供試体及び治具の重心位置に配慮する必要がある。重心位置が振動台の中心から大きく離れた位置にある場合、振動台の許容回転モーメントを満足できないことがある。許容回転モーメントを満足できない場合は、カウンターウエイト等により重心位置の調整を行う必要がある。

## H.2 加振機の応答特性

動電型加振機の特徴を表す指標として、駆動コイルに入力する電圧に対する出力加速度の比で表わされる応答特性 (伝達関数) がある。この加振機の応答特性を測定することで、加振機の健全性 (異常の有無) を確認することができる。ここでは、一般的な動電型加振機の応答特性について説明する。

無負荷時 (振動台上に供試体が設置されていない時) の加振機の応答特性を図 H.2-1 に示す。

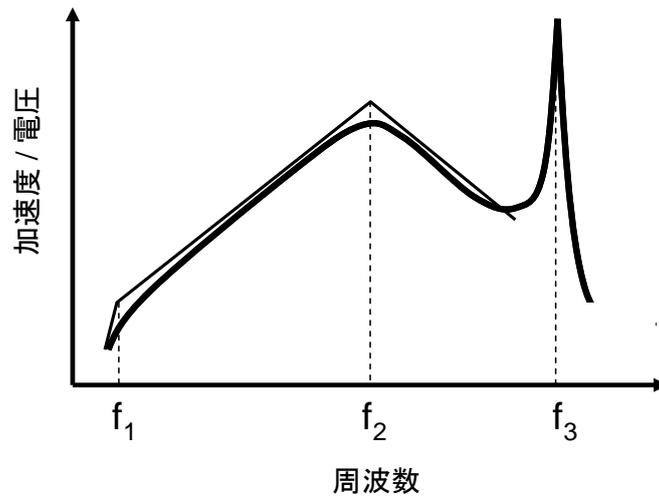


図 H.2-1 無負荷時の加振機の応答特性

図 H.2-1 に示すように、加振機の応答特性は  $f_1 \sim f_3$  の 3 箇所共振を有する。 $f_1 \sim f_3$  はそれぞれ以下の式で表される[H-1]～[H-2]。 $f_1$  は振動台を支持するループバネ等の柔構造体の共振であり、 $f_2$  は電磁結合された電気-機械系のなだらかな共振であり、 $f_3$  は駆動部（駆動コイル及び振動台）の共振である。

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi} \left( \frac{r_d k_f}{(Bl)^2} \right) \quad (\text{H.2-1})$$

$$f_2 \approx \frac{1}{2\pi} \frac{Bl}{[L_d(m_c + m_t)]^{1/2}} \quad (\text{H.2-2})$$

$$f_3 \approx \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{k_a(m_c + m_t)}{m_c m_t} \right]^{1/2} \quad (\text{H.2-3})$$

ここで、 $r_d$  は駆動コイルの抵抗[Ω]、 $k_f$  は駆動部を支持する構造体のバネ定数[N/m]、 $L_d$  は駆動コイルのインダクタンス[VA/s]、 $B$  は励磁コイルにより形成される磁界の磁束密度[Wb/m<sup>2</sup>]、 $l$  は駆動コイルの展開長[m]、 $m_c$  は駆動部の質量[kg]、 $m_t$  は振動台の質量[kg]、 $k_a$  は駆動部のバネ定数[N/m]である。衛星開発に用いられる一般的な駆動コイル式の動電型加振機の場合、 $f_1$  は 0.5Hz～数 Hz、 $f_2$  は 100～300Hz、 $f_3$  は 1000～2000Hz である。 $f_2$  や  $f_3$  においては、小さい駆動電圧で大きな加速度を出力することが可能であるため、制御加速度レベルを小さく設定すると、制御信号ラインの S/N 比が悪くなり、制御精度が劣化する（図 H.2-2 参照）。

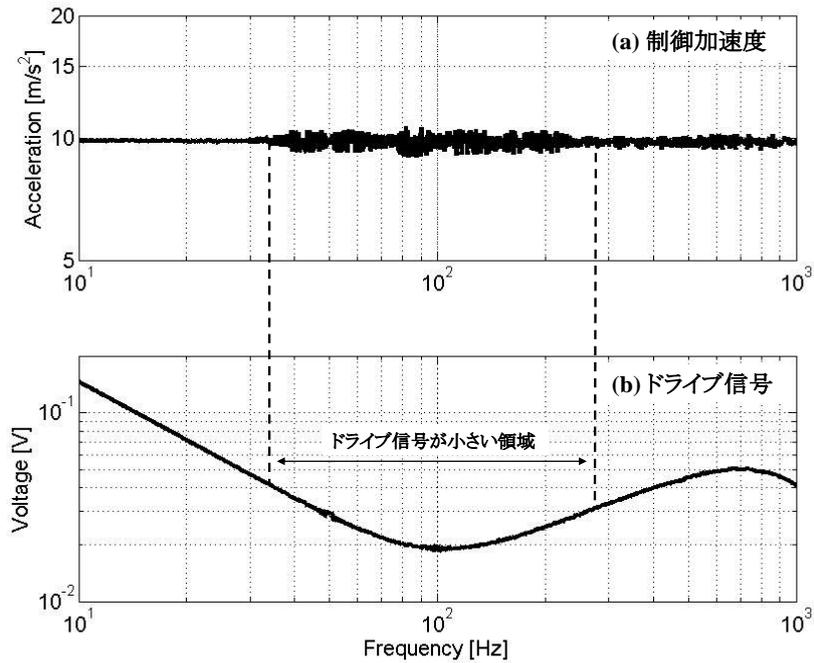


図 H.2-2 駆動電圧と加速度制御結果の一例

次に、振動台上に供試体を結合した場合の加振機の応答特性について示す。共振を持つ供試体が振動台上に設置されると、供試体との連成により加振機の応答特性は変化する。ここでは、共振周波数  $f_n$  を持つ供試体が設置された場合の加振機の応答特性について示す。供試体が設置された場合の加振機の応答特性は、供試体の共振周波数  $f_n$  の値により分類され、図 H.2-3 に示す通りとなる。図 H.2-3 に示す通り、供試体が設置されると、 $f_2$  が  $f'_2$  にシフトし、 $f_n$  に反共振点、 $f_p$  に共振点が表れる。 $f'_2$ 、 $f_n$ 、及び  $f_p$  は、以下の式で表される [H-1]~[H-2]。

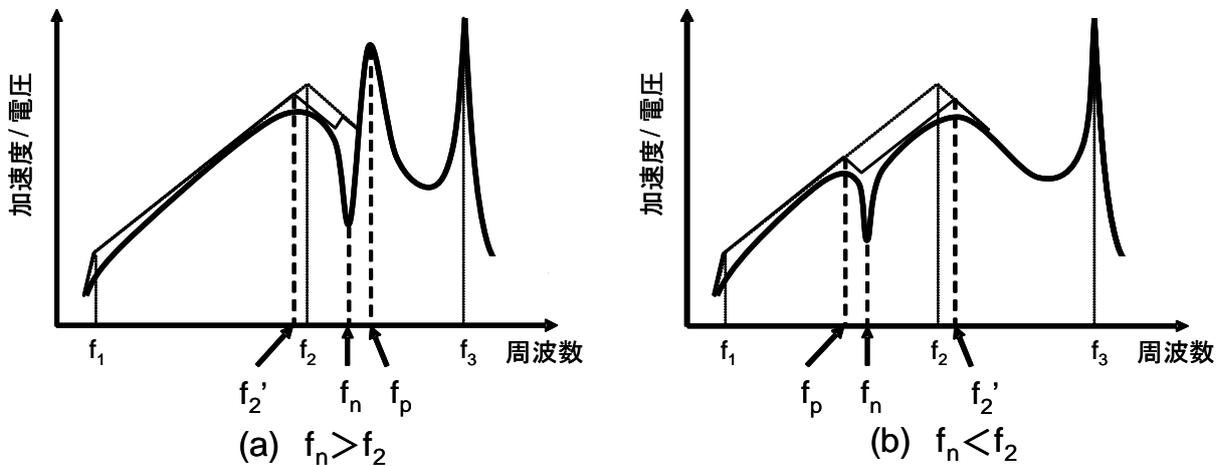


図 H.2-3 供試体設置時の加振機の応答特性

( $f_n > f_2$  の場合<図 H.2-3(a)>)

$$f_2' \approx \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\left[ \frac{L_d}{(Bl)^2} (m_s + m_c + m_t) + \frac{m_s}{k_s} \right]^{1/2}} \quad (\text{H.2-4})$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{k_s}{m_s} \right)^{1/2} \quad (\text{H.2-5})$$

$$f_p \approx \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{k_s}{m_s} \left( \frac{m_s + m_c + m_t}{m_c + m_t} \right) + \frac{(Bl)^2}{L_d(m_c + m_t)} \right]^{1/2} \quad (\text{H.2-6})$$

( $f_n < f_2$  の場合<図 H.2-3(b)>)

$$f_2' \approx \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{k_s}{m_s} \left( \frac{m_s + m_c + m_t}{m_c + m_t} \right) + \frac{(Bl)^2}{L_d(m_c + m_t)} \right]^{1/2} \quad (\text{H.2-7})$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{k_s}{m_s} \right)^{1/2} \quad (\text{H.2-8})$$

$$f_p \approx \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\left[ \frac{L_d}{(Bl)^2} (m_c + m_t + m_s) + \frac{m_s}{k_s} \right]^{1/2}} \quad (\text{H.2-9})$$

ここで、 $k_s$  は供試体のバネ定数[N/m]、 $m_s$  は供試体の質量[kg]である。

一般的に、 $f_n$  では、印加電圧に対する振動台上の加速度が急激に低下する。そのため、 $f_n$  においては、試験で必要な加速度を負荷することができない可能性がある。逆に、 $f_p$  では、印加電圧に対する振動台上の加速度が急激に増加する。そのため、駆動コイルへの入力電圧を下げても振動台上の加速度が大きくなり、試験公差を逸脱する可能性がある。

### H.3 制御装置の制御原理

振動試験設備の制御装置は、主にデジタル解析部（周波数解析）、デジタルサーボ部で構成される（図 H.3-1 参照）。デジタル解析部では周波数解析（正弦波振動：周波数応答解析、ランダム振動：パワースペクトル密度解析）が行われ、デジタルサーボ部では、周波数解析結果と制御目標である試験レベルとの差を小さくするためのドライブ信号が生成される。デジタル解析部における周波数解析については、本文 3.7.2 項及び 4.1 項で示した。本項では、デジタルサーボ部で実施される一般的な制御原理を説明する。

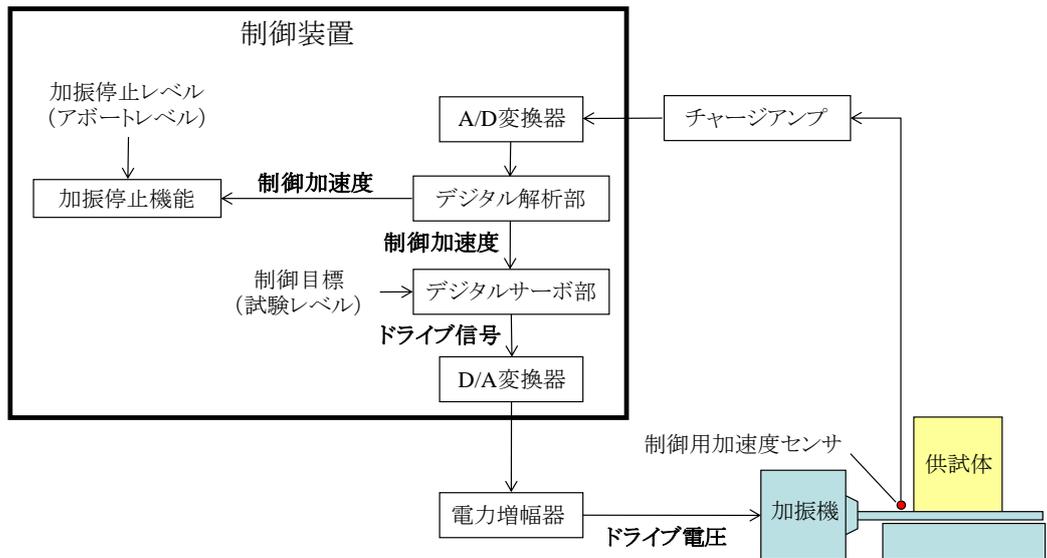


図 H.3-1 一般的な制御装置の構成

図 H.3-1 に示す通り、デジタルサーボ部から生成されるドライブ信号  $D(\omega)$  は、電力増幅器を介してドライブ電圧となり加振機を駆動する。ドライブ信号  $D(\omega)$  は、制御点の加速度レベル  $C(\omega)$  と制御目標  $R(\omega)$  とが一致するように、加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  を用いて計算される。加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  は、制御点の加速度レベル  $C(\omega)$  とドライブ信号  $D(\omega)$  の比 ( $Z(\omega) = D(\omega)/C(\omega)$ ) であり、通常、加振を実施する前に低レベルのランダム加振が実施され制御装置に自動的に取り込まれる。加振系が線形の場合、制御点の加速度レベル  $C(\omega)$  を目標値  $R(\omega)$  に一致させるドライブ信号  $D(\omega)$  は、式(H.3-1)より求めることができる。

$$D(\omega) = Z(\omega)R(\omega) \quad (\text{H.3-1})$$

式(H.3-1)より計算されるドライブ信号は、加振系が線形系の場合の解である。しかし、加振系には少なからず非線形性があるため、実際に加振を実施する際には制御装置に取り込ま

れている伝達関数  $Z(\omega)$  が変化し、式(H.3-1)で計算されるドライブ信号では制御点の加速度レベル  $C(\omega)$  と制御目標  $R(\omega)$  とに差が生じる。この非線形による誤差を補正するため、逐次制御点の加速度レベルを解析し、制御目標に近づくようドライブ信号の修正が行われる。ドライブ信号の修正量 ( $\Delta D(\omega)$ ) は、以下の式により計算される。

$$\begin{aligned}\Delta D(\omega) &= Z(\omega)\Delta R(\omega) \\ &= Z(\omega) \cdot (R(\omega) - C(\omega))\end{aligned}\tag{H.3-2}$$

式(H.3-2)に示す通り、ドライブ信号の修正量  $\Delta D(\omega)$  は、制御点の加速度レベルと制御目標  $R(\omega)$  の差  $\Delta R(\omega)$  と線形関係にあり、その線形係数は加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  である。以上のように、加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  は制御における重要なパラメータであり、少ない修正回数で制御点の加速度レベルを目標値に近づけるためには、加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  を精度よく取得することが重要である。

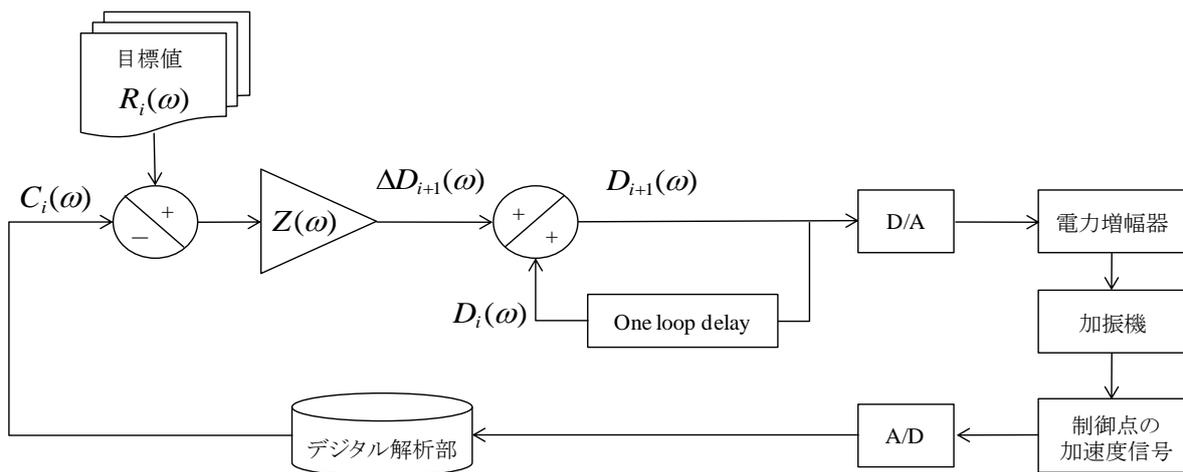


図 H.3-2 ドライブ信号の更新ループ ( $i \rightarrow i+1$ )

加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  は、供試体の共振周波数付近で大きなピークと谷が発生する (Appendix H.2 項参照)。そのため、非線形性による伝達関数  $Z(\omega)$  の変化率は、供試体の共振周波数付近で大きくなり (図 H.3-3 参照)、ドライブ信号の修正量が大きくなるため、制御系の追従性が不足し制御結果が目標値を大きく逸脱する場合がある。本事象は、ランダム振動試験時における加振レベルの上昇時 (例えば  $-6\text{dB} \rightarrow -3\text{dB} \rightarrow 0\text{dB}$ )、及び非正常加振である正弦波振動試験時において発生しやすい。図 H.3-4 に、 $300\text{Hz}$  付近に共振周波数を持つ供試体の正弦波振動試験における制御結果を示す。供試体の共振周波数付近では、制御系の追従性の不足により一時的な過負荷 (オーバーシュート) が起こりやすい。

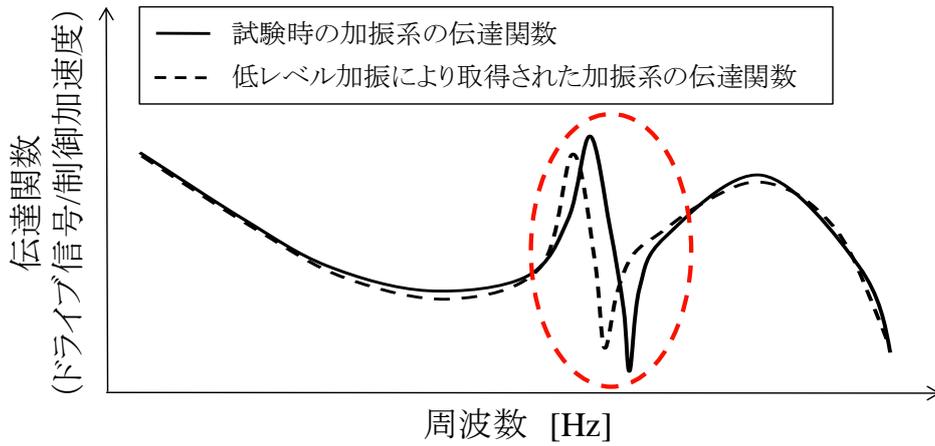


図 H.3-3 加振系の非線形による伝達関数  $Z(\omega)$  の変化の例

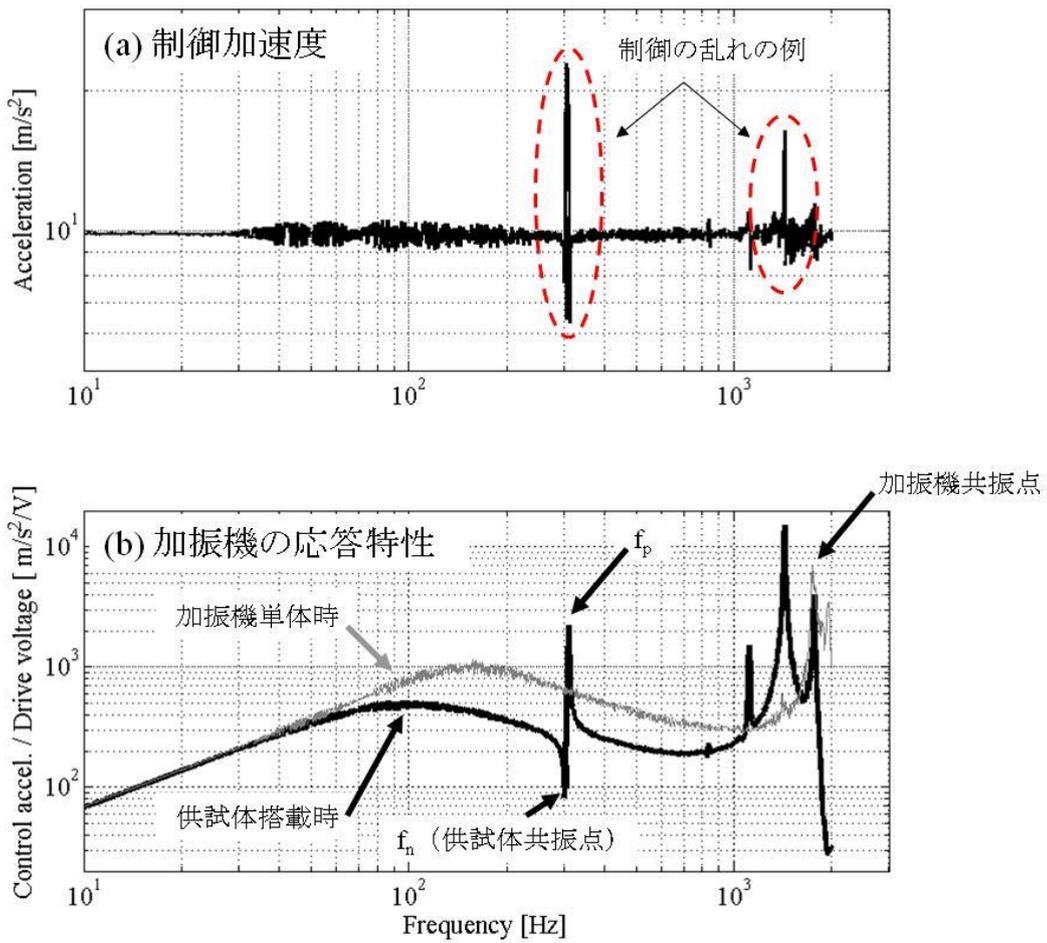


図 H.3-4 供試体の共振周波数付近の発生する制御の乱れ (一例)

このような加振系の非線形性による追従性の不足を改善するためには、ドライブ信号の更新ループごとの加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  の変化を極力小さくする必要がある。ランダム振動試験時における加振レベルの上昇時においては、その上昇量の刻みを細かく設定することにより、加振系の非線形性による伝達関数  $Z(\omega)$  の変化を相対的に小さくすることができる。正弦波振動試験においても同様に、加振レベルを段階的に上げながら加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  を逐次修正することが可能な設備（例えば、予備加振時の加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  を取得し制御プログラムに反映することができる設備）であれば、加振レベルの上昇量の刻みを細かく設定することにより改善することができる。加振系の伝達関数  $Z(\omega)$  を逐次修正する機能が設備に備わっていない場合は、掃引速度を遅く設定し、単位時間当たりのドライブ信号の修正量を小さくすることにより、追従性の不足を改善することができる。ただし、これらの方法は供試体にかかる負荷のサイクル数が増加することに注意すること。ランダム振動試験における累積疲労損傷については、音響試験ハンドブックの Appendix E、掃引速度とサイクル数の関係については、本ハンドブックの Appendix A.2 項を参照のこと。

#### H.4 振動台上の漏洩磁束

動電型加振機の場合、駆動コイルに流れる電流により磁界が生じる。一般的に、漏洩磁束を打ち消すため、振動台下部には消磁コイルが設けられているが、振動台上の全域で磁界を打ち消すことは難しく、数ガウス（数ミリテスラ）程度の漏洩磁束が存在する。磁力計等を搭載する磁気管理の必要な宇宙機の振動試験を実施する際は、本事項に注意する必要がある。

わずかな着磁が問題となる機器を試験する場合、あらかじめ磁気測定器を用いて、振動台上の機器を設置する位置における磁力を確認する必要がある（地磁気は 0.05 [mT] (0.5 [gauss])) 程度)。磁気測定を行う際には、本試験時と同様の試験レベルで加振機を動作させた状態で測定する。一般的には、磁力は距離の 2 乗に反比例するが、ヘッドエクспанダー、水平振動台及び治具の有無によっても変化する。筑波宇宙センター18 トン振動試験設備における漏えい磁束は、振動板上 150mm において 1mT (10gauss) 以下となっている。

試験機の漏洩磁束が機器に影響あると判断された場合には、透磁率の高い材料で機器を覆う（磁気シールド）等の措置を施すか、可能であれば試験後に消磁を行う。

H.5 クロストーク

クロストークとは、加振軸方向以外の振動台の加速度成分のことである。一般的な動電型加振機のクロストークは、振動台上の供試体により大きく変化するが、無負荷時（振動台上に何も設置されていない時）においては、以下の通りである。

表 H.5-1 一般的な動電型加振機のクロストーク量（無負荷時）

周波数領域	クロストーク量
500Hz 以下	50%
500Hz 以上	100%

振動台上に供試体が設置されると、表 H.5-1 以上のクロストークが観測される場合がある。以下ではその理由について説明する。

一般的に並進 3 自由度及び回転 3 自由度が同時に作用する場合、境界部に発生するフォーース  $f_i$  と加速度  $\ddot{U}_i$  の関係は以下の通りとなる。

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m\Delta z & -m\Delta y \\ & m & 0 & -m\Delta z & 0 & m\Delta x \\ & & m & m\Delta y & -m\Delta x & 0 \\ & & & I_{11} & -I_{21} & -I_{31} \\ & Sym & & I_{22} & -I_{32} & \\ & & & & I_{33} & \end{Bmatrix} + \hat{M}_{Fq} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_1 \\ \ddot{U}_2 \\ \ddot{U}_3 \\ \ddot{U}_4 \\ \ddot{U}_5 \\ \ddot{U}_6 \end{Bmatrix} \quad (H.5-1)$$

ここで、 $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 、 $\Delta z$  は境界に対して重心位置のオフセット、 $I_{ij}$ 、( $i=1,2,3; j=1,2,3$ ) は境界における慣性モーメント及び慣性乗積である。 $\hat{M}_{Fq}$  は弾性モードにより境界上に発生する反力をあらわすファクターであり、以下のように表される。

$$\begin{aligned} \hat{M}_{Fq}(i, j) &= \sum_{k=1}^n \frac{T_{ki} T_{kj}}{m_k} \frac{r_k^2}{(1-r_k^2 + j2\xi_k r_k)} \\ &= \sum_{k=1}^n mec_{kij} \frac{r_k^2}{(1-r_k^2 + j2\xi_k r_k)} \end{aligned} \quad (H.5-2)$$

$$mec_{kij} \equiv \frac{T_{ki} T_{kj}}{m_k} \quad (H.5-3)$$

ここで、 $r_k$  は k 次モードの固有値により正規化された周波数 ( $\omega/\omega_k$ )、 $\xi_k$  は k 次モードの減衰比、 $m_k$  は k 次モードのモード質量、 $T_{ki}$  は k 次モードと境界自由度  $i$  の剛体変位と

の連成項である。 $T_{ki}$  は供試体の有効質量  $me_{ki}$  と以下の関係がある。

$$\frac{T_{ki}^2}{m_k} = me_{ki} \quad (\text{H.5-4})$$

式(H.5-2)より、式(H.5-1)は以下の通りとなる。

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} m + \sum_{k=1}^n me_{k1} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & \sum_{k=1}^n mec_{k12} \frac{r_k^2}{(1-r_k^2 + j2\xi_k r_k)} & \sum_{k=1}^n mec_{k13} \frac{r_k^2}{(1-r_k^2 + j2\xi_k r_k)} \\ \sum_{k=1}^n mec_{k21} \frac{r_k^2}{(1-r_k^2 + j2\xi_k r_k)} & m + \sum_{k=1}^n me_{k2} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & \sum_{k=1}^n mec_{k23} \frac{r_k^2}{(1-r_k^2 + j2\xi_k r_k)} \\ \sum_{k=1}^n mec_{k31} \frac{r_k^2}{(1-r_k^2 + j2\xi_k r_k)} & \sum_{k=1}^n mec_{k32} \frac{r_k^2}{(1-r_k^2 + j2\xi_k r_k)} & m + \sum_{k=1}^n me_{k3} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{U}_1 \\ \ddot{U}_2 \\ \ddot{U}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^n mec_{k14} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & m\Delta z + \sum_{k=1}^n mec_{k15} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & -m\Delta y + \sum_{k=1}^n mec_{k16} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ -m\Delta z + \sum_{k=1}^n mec_{k24} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & \sum_{k=1}^n mec_{k25} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & m\Delta x + \sum_{k=1}^n mec_{k26} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ m\Delta y + \sum_{k=1}^n mec_{k34} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & -m\Delta x + \sum_{k=1}^n mec_{k35} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & \sum_{k=1}^n mec_{k36} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{U}_4 \\ \ddot{U}_5 \\ \ddot{U}_6 \end{pmatrix} \quad (\text{H.5-5a})$$

$$\begin{Bmatrix} f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^n mec_{k41} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & -m\Delta z + \sum_{k=1}^n mec_{k42} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & m\Delta y + \sum_{k=1}^n mec_{k43} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ m\Delta z + \sum_{k=1}^n mec_{k51} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & \sum_{k=1}^n mec_{k52} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & m\Delta y + \sum_{k=1}^n mec_{k53} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ -m\Delta y + \sum_{k=1}^n mec_{k61} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & m\Delta x + \sum_{k=1}^n mec_{k62} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & \sum_{k=1}^n mec_{k63} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{U}_1 \\ \ddot{U}_2 \\ \ddot{U}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_{11} + \sum_{k=1}^n me_{k4} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & -I_{21} + \sum_{k=1}^n mec_{k45} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & -I_{31} + \sum_{k=1}^n mec_{k46} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ -I_{21} + \sum_{k=1}^n mec_{k54} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & I_{22} + \sum_{k=1}^n me_{k5} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & -I_{32} + \sum_{k=1}^n mec_{k56} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ -I_{31} + \sum_{k=1}^n mec_{k64} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & -I_{32} + \sum_{k=1}^n mec_{k65} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} & I_{33} + \sum_{k=1}^n me_{k6} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{U}_4 \\ \ddot{U}_5 \\ \ddot{U}_6 \end{pmatrix} \quad (\text{H.5-5b})$$

地上での振動試験時においては、並進 1 軸加振であるため、例えば、x 軸加振 ( $\ddot{U}_1$  以外 0) の場合、境界部に発生するフォースは以下の通りとなる。

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{Bmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} m + \sum_{k=1}^n me_{k1} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ \sum_{k=1}^n mec_{k21} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ \sum_{k=1}^n mec_{k31} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ \sum_{k=1}^n mec_{k41} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ m\Delta z + \sum_{k=1}^n mec_{k51} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \\ -m\Delta y + \sum_{k=1}^n mec_{k61} \frac{r_k^2}{1-r_k^2 + j2\xi_k r_k} \end{array} \right\} \ddot{U}_1 \quad (\text{H.5-6})$$

式(H.5-6)より、並進1軸加振であっても、他軸との有効質量の連成により、境界部にはフォースが発生する。式(H.5-6)に示すフォースにより振動台が加振され、クロストークが発生する。従って、振動試験時のクロストークが無負荷時のクロストークより大きくなる原因は、供試体の動特性によるものであり、抑制することが困難である。クロストークが大きく、供試体に対する負荷が過大または過小となる可能性がある場合は、多軸加振時の供試体応答への影響（Appendix F 参照）を考慮し、適切な振動負荷レベルを設定する必要がある。

## H.6 参考文献

- [H-1] 振動工学ハンドブック，振動工学ハンドブック編集委員会編，養賢堂（1981）  
 [H-2] “SHOCK AND VIBRATION HANDBOOK Volume 2”，McGRAW-HILL BOOK COMPANY,  
 New York

## Appendix J 振動台上に発生する反共振点及び制御点の数

振動試験を実施する際には、加振機を制御するための加速度センサ（制御点）を供試体のインタフェース部（振動台若しくは治具上）に設置する必要がある。本文の 3.7.1 項では、制御に用いる制御点は一点ではなく複数点とする方が望ましいことを述べたが、ここでは、その理由（理論的説明）及び試験データの一例を示す。

振動台若しくは治具上に設置される制御点の変位は、駆動部（駆動コイル、振動台及び治具）が完全に剛であれば、その剛体変位として表すことができる。しかし、駆動部は完全に剛ではないため、制御点の変位は剛体変位とその点における弾性変位の和で表わされる。従って、剛体変位と弾性変位が互いに打ち消し合い、制御点における出力が極端に小さくなる場合がある。以下では、この干渉現象を簡易モデルを用いて説明する。

図 J-1 に、駆動部と供試体の簡易モデルを示す。

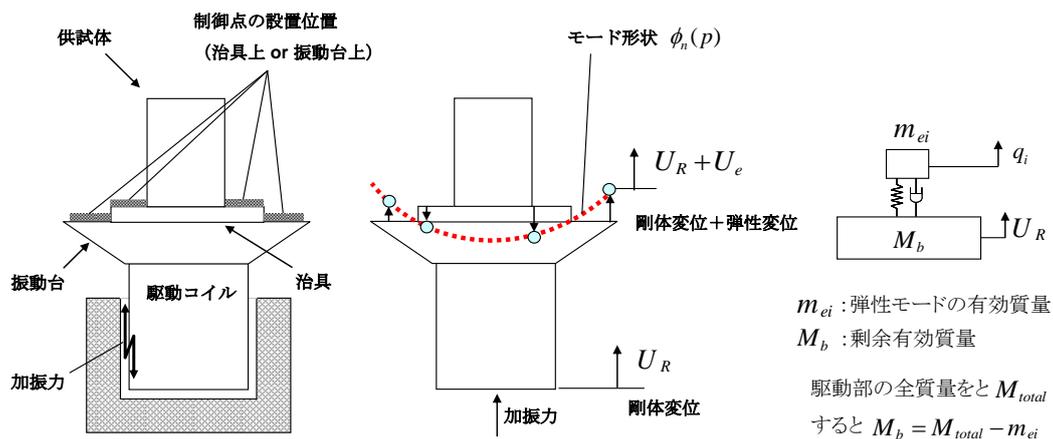


図 J-1 駆動部と供試体の簡易モデル

制御点の設置位置を点  $P$  とすると、点  $P$  の応答（絶対変位）は周波数をゼロとする剛体変位  $U_R$  と、弾性変位  $U_e$  の和として表される。弾性変位  $U_e$  は、点  $P$  におけるモード形状  $\phi_i(P)$  とモード変位  $q_i$  を用いて、以下のように表すことができる。

$$U_e = \sum_i \phi_i(p) \cdot q_i \quad (\text{J-1})$$

式(J-1)に示す通り、弾性変位  $U_e$  は複数個のモードの重ね合わせとなるが、ここでは簡単化のため、一つのモードのみを考える。この場合、加振時の点  $P$  の加速度応答は、以下の通りとなる。

$$\ddot{x}(p) = \ddot{U}_R + \phi_1(p) \cdot \ddot{q}_1 \quad (\text{J-2})$$

モード加速度  $\ddot{q}_1$  は、ベース加速度  $\ddot{U}_R$  を受ける 1 自由度振動系の伝達関数を用いて以下のよう  
に表すことができる（モード質量＝有効質量と正規化した場合）。

$$\ddot{q}_1 = \frac{r_1^2}{1 - r_1^2 + j2\xi_1 r_1} \ddot{U}_R \quad (\text{J-3})$$

$$r_1 = f / f_1 \quad (\text{J-4})$$

ここで、 $f_1$ 、 $\xi_1$  は固有振動数及び減衰比、 $r_1$  は固有振動数  $f_1$  で正規化された周波数である。  
式(J-3)を式(J-2)に代入し、整理すると以下の通りとなる。

$$\frac{\ddot{x}(p)}{\ddot{U}_R} = \left| 1 + \phi_1(p) \cdot \frac{r_1^2}{1 - r_1^2 + j2\xi_1 r_1} \right| \quad (\text{J-5})$$

式(J-5)に示す通り、点  $P$  の加速度応答は、剛体モード項と弾性モード項の和で表され、弾性  
モード項は点  $P$  のモード形状  $\phi_1(p)$  に依存する。

図 J-2 に、 $\phi_1(p)$  を変化させた時の加速度比  $\ddot{x}(p)/\ddot{U}_R$  を示す（減衰比 0.01）。図 J-2 に示す  
通り、点  $P$  のモード形状  $\phi_1(p)$  の値によって加速度比が異なるが、弾性モードによる応答  
が剛体モードによる応答と逆位相（ $\phi_1(p)$  の値が負）の点では、弾性モードの固有振動数よ  
り小さい周波数領域で谷が発生する。また、その谷となる周波数は  $\phi_1(p)$  の値によって変化  
することが分かる。つまり、点  $P$  の位置によって谷の発生する周波数が異なる。図 J-2 に示し  
た  $\phi_1(p) = -1.0$  の点を制御点（1 点）として使用した場合、 $\phi_1(p) = -1.0$  の点の加速度を  
設定された試験レベルに制御することになる。そのため、谷が発生する周波数においては、  
 $\phi_1(p) = -1.0$  の点以外のインタフェース部においては過大な加速度（谷の深さ分）が発生  
し、供試体に対する過負荷となる（図 J-3(a)参照）。 $\phi_1(p)$  が -1.0, -0.5, 0.5, 1.0 の 4 点を制  
御点とし、その平均値を設定された試験レベルに制御した場合の各点の応答を図 J-3(b) に示  
す。図 J-3(b) に示す通り、供試体への過負荷が低減されていることが分かる。

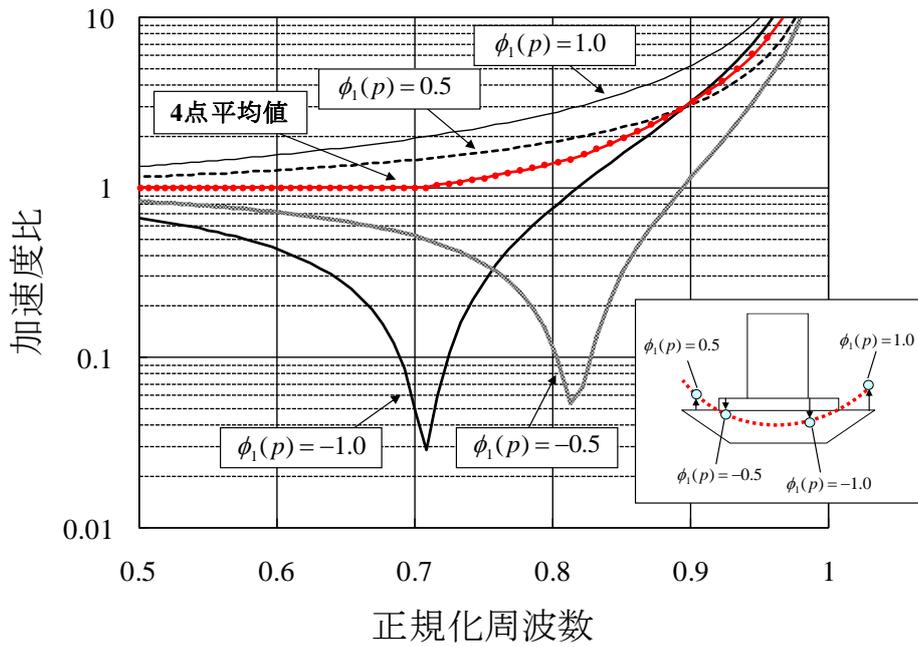
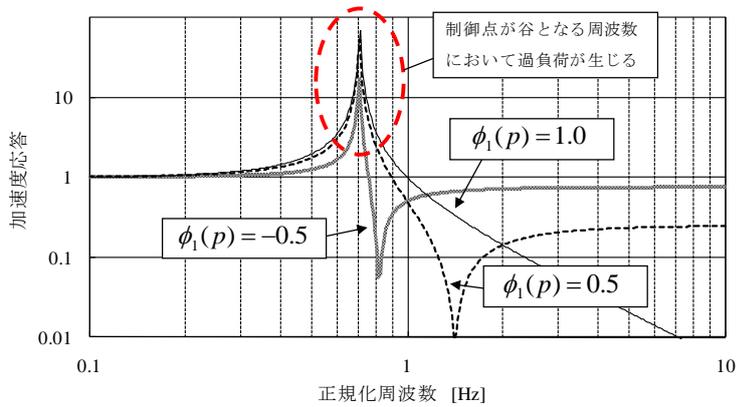
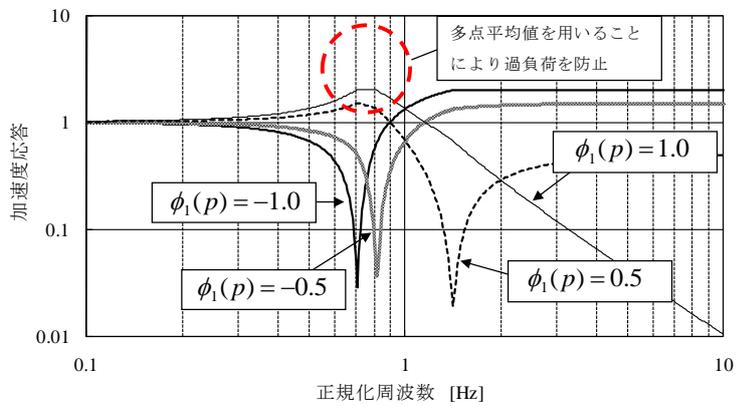


図 J-2  $\phi_1(p)$  を変化させた時の加速度比



(a)  $\phi_1(p) = -1.0$  の点を制御点とした場合のその他の点の加速度応答 (制御点の加速度を1)



(b) 4点平均値を用いて制御した場合の各点の加速度応答 (4点平均加速度を1)

図 J-3 1点制御における過負荷の例及び4点制御との比較

制御点の位置によって谷となる周波数が完全に異なることを仮定した場合、制御点の数による加速度レベルの制御範囲は表 J-1 に示す通りとなる。表 J-1 に示す通り、制御点を 4 点以上設置すれば、加速度レベルの制御範囲は 3dB 以下となる。

図 J-4 に、制御点を 4 点設置して実施したランダム振動試験時の制御結果の一例を示す。この例では、振動台の共振周波数が約 740Hz、治具の共振周波数が約 1200Hz であり、制御点は治具上に設置した。図 J-4 に示す通り、1100Hz 付近において、制御点 2 及び 3 が反共振点となっており、1700Hz 付近において、制御点 1 が反共振点となっている。加速度レベルは 4 点の平均値で制御されるため、反共振点となっていない制御点の加速度レベルは、2 倍程度に抑えられている。このように、多くの点の平均値を加速度レベルの制御に用いることにより、反共振点の影響を軽減することが可能となる。

表 J-1 制御点の数による加速度レベルの制御範囲

制御点の数	2点	3点	4点	5点
加速度レベルの制御範囲	6dB	3.5dB	2.5dB	1.9dB

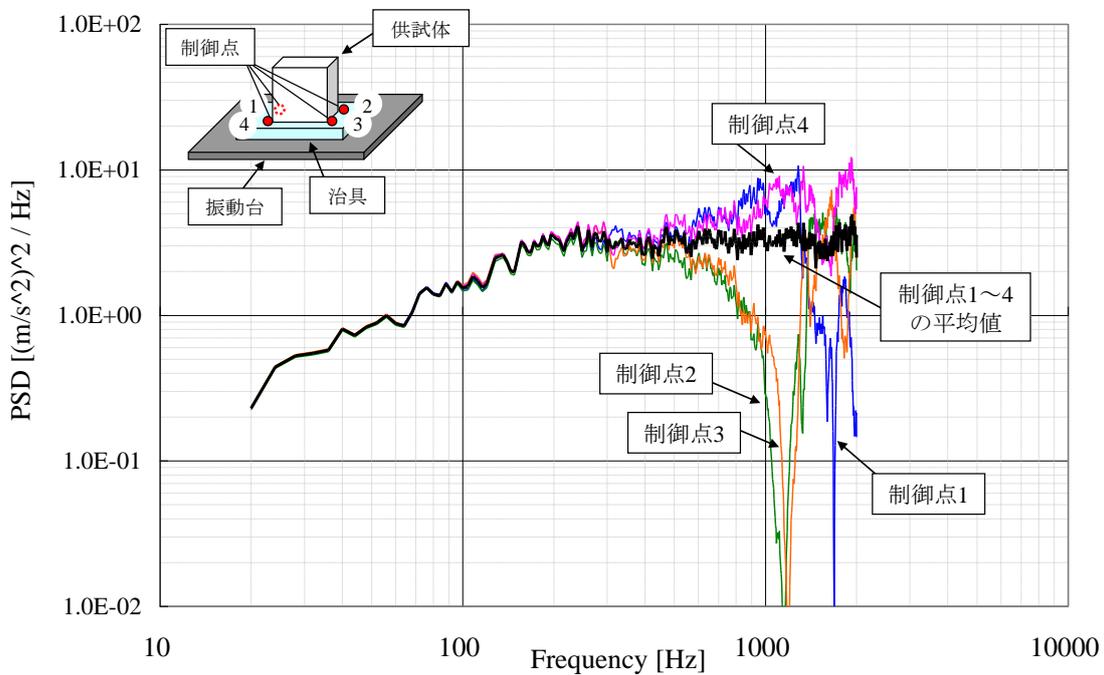


図 J-4 ランダム振動試験時の制御点の計測結果 (4点制御)

## Appendix K 機器質量に応じたランダム振動スペクトラムの統計的予測方法

本項では、過去の音響試験データを用いた、機器質量に応じたランダム振動スペクトラムの予測方法を示す。

### K.1 統計処理源泉の音響試験データ

本解析における統計処理では、JAXA が保有する音響振動解析システム（JANET, JAXA Acoustic Analysis Network System. 詳細は音響試験ハンドブックの Appendix H を参照のこと）にて収集された JAXA 衛星 6 機分のシステム音響試験時の構体パネル上搭載機器取付け I/F 部の面外方向加速度応答 PSD データを用いた。統計処理の源泉となる PSD データとその衛星内訳を図 K.1-1 に、機器・搭載パネルの基本情報と音響試験におけるデータ計測条件を表 K.1-1 に示す。

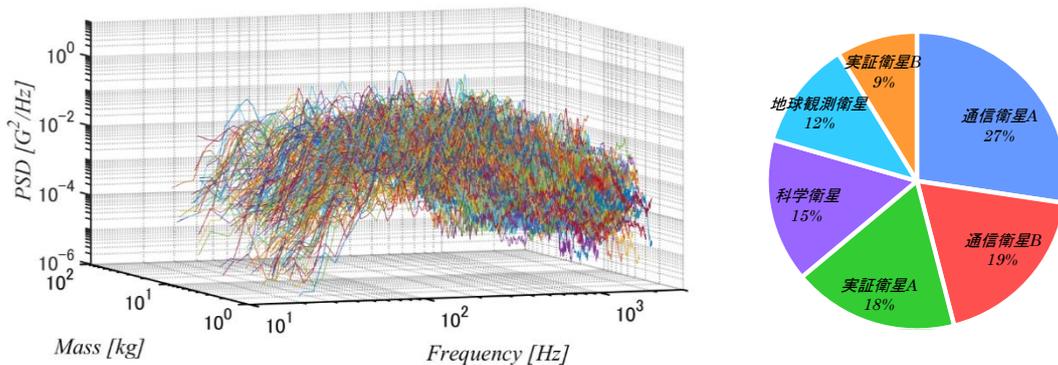


図 K.1-1 統計処理の源泉 PSD データ (左) と衛星内訳 (右)

表 K.1-1 統計処理に用いた機器・搭載パネルの基本情報及び音響試験の設定パラメータ

衛星数	6 機	機器取付け面積	0.0012 – 0.35 m <sup>2</sup>
コンポ数 (標本数)	263 台	搭載パネル上総重量	4.250 – 143.57 kg
周波数分解能	3.90625 Hz	搭載パネル材料	アルミ合金, CFRP
解析周波数範囲	20 – 2000 Hz	搭載パネルヤング率	71 – 159 GPa
窓関数	Hanning	搭載パネル面積	0.36 – 20.9 m <sup>2</sup>
機器質量	1.00 – 62.40 kg	搭載パネル面密度	3.5 – 116.8 kg/m <sup>2</sup>

### K.2 統計処理フロー

まず、源泉となる PSD データはある規定の音圧レベルが印加された際の加速度応答であるため、これを基準音圧が印加された際の加速度応答に正規化する。

加速度 PSD データはナローバンド ( $\Delta f=3.90625[\text{Hz}]$ ) で保存されており、音圧データは 1/3 オクターブバンドで保存されている。下限周波数から  $i$  番目のナローバンドにおける加速度応答 PSD データを  $A_{\text{test}}^i$ 、当該ナローバンドを含むオクターブバンド  $j$  での音圧レベル

を $P_{Test}^j$ 、正規化音圧レベルを $P_{Ref}^j$ とすると、求めたい正規化加速度 PSD 値 $A_{Ref}^i$ は次のように表される。また、本統計処理に使用した正規化音圧レベル $P_{Ref}^j$ を図 K.2-1 に示す。

$$A_{Ref}^i = \frac{P_{Ref}^j}{P_{Test}^j} A_{Test}^i \tag{K.2-1}$$

Frequency [Hz]	SPL [dB]
31.5	125.0
63	126.5
125	131.0
250	133.0
500	128.5
1000	125.0
2000	120.0
O.A [dB]	137.0

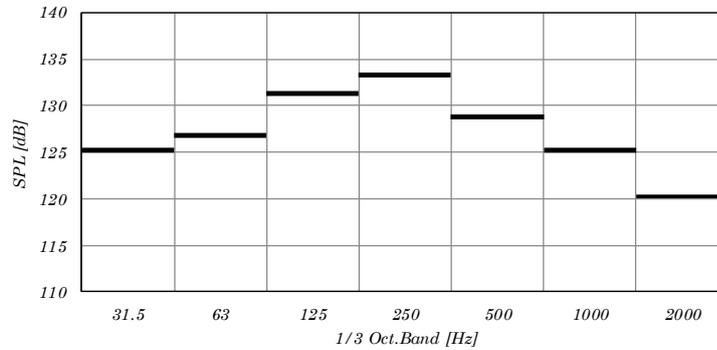


図 K.2-1 正規化音圧レベル

上式より音圧レベルに対して正規化された PSD データについて、今度は機器質量に対する正規化を行う。機器質量と加速度応答の実効値は対数線形モデルに従うことが知られており（詳細はフォースリミット振動試験ハンドブック Appendix G を参照のこと）、同じくナローバンド毎で機器質量に対する対数線形回帰分析を行うことで回帰係数 $\alpha_i$ を導出し、下式より単位質量あたりの PSD 値 $A_{Ref\_norm}^i$ に変換する。

$$A_{Ref\_norm}^i = \exp(\alpha_i \times \ln M + \ln A_{Ref}^i) \tag{K.2-2}$$

このようにして音圧レベル・機器質量について正規化された加速度応答 PSD 波形を図 K.2-1 に示す。

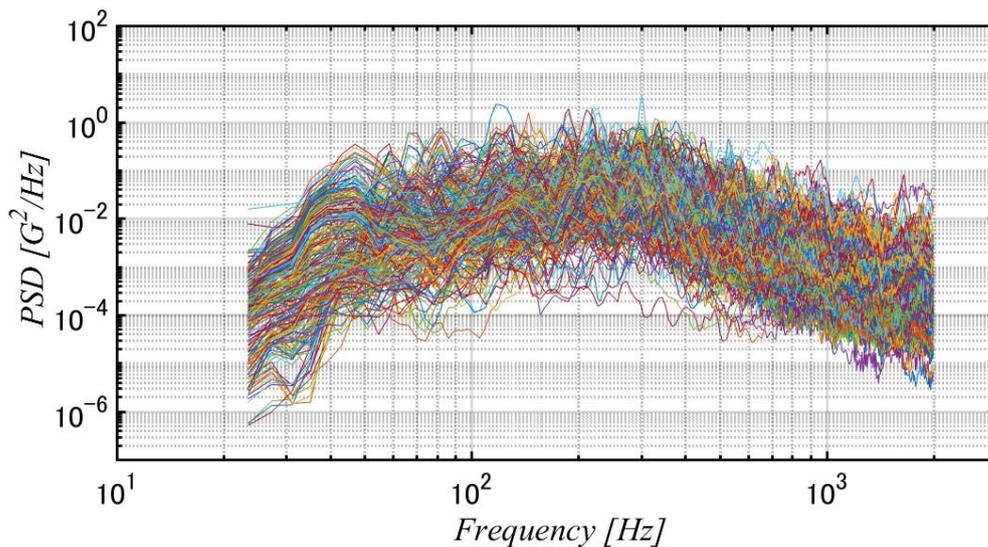


図 K.2-1 基準音圧レベル・単位質量あたりに正規化された加速度応答 PSD データ

音響試験時の加速度応答 PSD が各機器個別のランダム振動環境条件 PSD を逸脱し搭載機器への影響を検討する場合にはランダム応答スペクトラム (RRS) 解析がしばしば用いられるため、図 K.2-1 に示す正規化 PSD データについて RRS 解析を施す。解析パラメータとして  $Q=10$  を用いた場合の RRS 解析結果を図 K.2-2 に示す。なお、RRS 解析の詳細については音響試験ハンドブック 5 章を参照のこと。

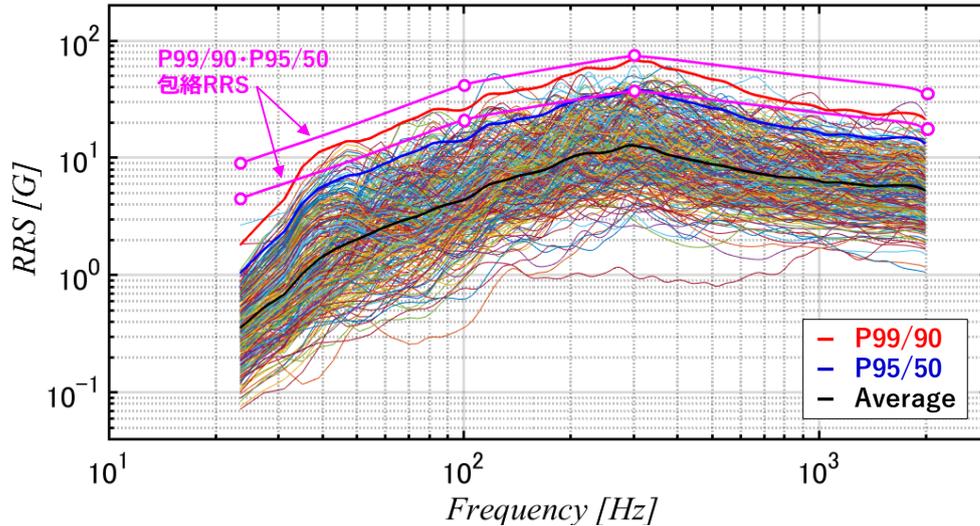


図 K.2-2 基準音圧レベル・単位質量あたりに正規化された加速度応答 RRS データ ( $Q=10$ )

図 K.2-2 中に示すように、この RRS データについてナローバンド毎に P95/50, P99/90 の上側パーセント点  $A_{RRS\_P95/50}^i, A_{RRS\_P99/90}^i$  を求める。不確かさを考慮したこの上側パーセント点は下式で求められる。

$$A_{RRS\_P95/50}^i = \overline{A_{RRS}^i} + k_{P95/50} \cdot \overline{\sigma_{RRS}^i} \quad (K.2-3)$$

$$A_{RRS\_P99/90}^i = \overline{A_{RRS}^i} + k_{P99/90} \cdot \overline{\sigma_{RRS}^i} \quad (K.2-4)$$

ここで、 $\overline{A_{RRS}^i}$  は下限から  $i$  番目のナローバンドにおける RRS 値の対数平均値、 $\overline{\sigma_{RRS}^i}$  は同標準偏差であり、下式で求められる。但し、 $\langle A_{RRS}^i \rangle_k$  は  $i$  番目のナローバンドにおける  $k$  個目のデータを表している。

$$\overline{A_{RRS}^i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln \langle A_{RRS}^i \rangle_k \quad (K.2-5)$$

$$\overline{\sigma_{RRS}^i} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (\ln \langle A_{RRS}^i \rangle_k - \overline{A_{RRS}^i})^2} \quad (K.2-6)$$

$k_{P95/50}, k_{P99/90}$  は正規分布に関連する変数であり、いま、サンプル数  $n=263$  であることから

この値を求めると

$$k_{P95/50} = 1.6467 \tag{K.2-7}$$

$$k_{P99/90} = 2.4855 \tag{K.2-8}$$

が得られる（不確かさを考慮した上側パーセント点の導出方法の詳細については音響試験ハンドブック Appendix A を参照のこと）。図 K.2-2 に示すように得られた上側パーセント点の包絡線となる  $A_{RRS,P95/50}^i$ ,  $A_{RRS,P99/90}^i$  を求め、これを RRS から PSD に逆算し機器質量に対する正規化を解除することにより下図 K.2-3、表 K.2-1 に示す機器質量に応じた P95/50, P99/90 上側パーセント点を包絡する加速度応答 PSD スペクトラムを得ることが出来る。なお、上側パーセント点包絡線  $A_{RRS,P95/50}^i$ ,  $A_{RRS,P99/90}^i$  については図 K.2-2 の波形並びに後述の海外標準規定や一般的なコンポーネントの共振周波数、機器質量との相関性[K-1]等を考慮して 100Hz, 300Hz の折れ点周波数を設定し、そこから安全側となる傾き量として -4dB/Oct., +6dB/Oct. のスロープを設定している。

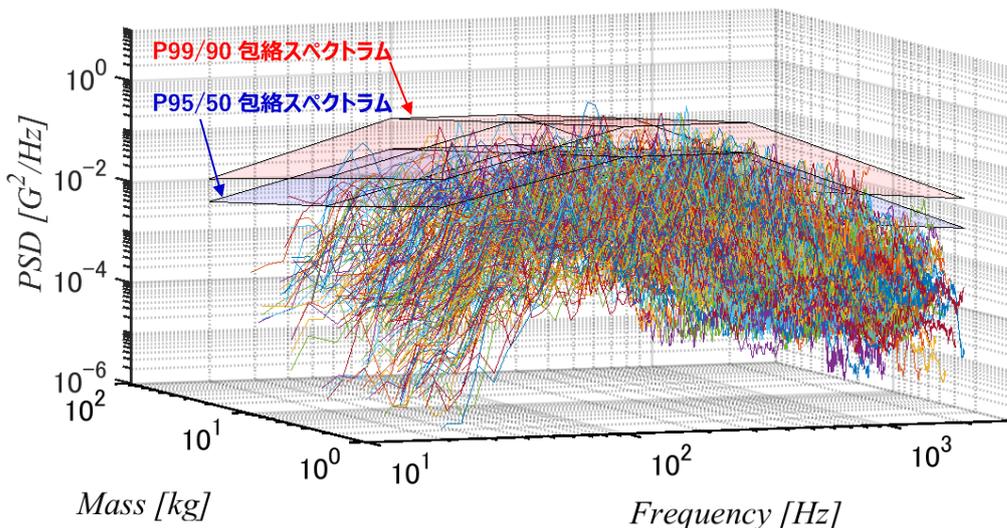


図 K.2-3 正規化加速度応答 PSD データと導出された P95/50, P99/90 包絡スペクトラム

表 K.2-1 P95/50, P99/90 包絡スペクトラム

Frequency [Hz]	P95/50	P99/90
20-100	+4.0 [dB/Oct.]	
100-300	$0.30/\sqrt{M}$ [G²/Hz]	$1.20/\sqrt{M}$ [G²/Hz]
300-2000	-6.0 [dB/Oct.]	

上表を用いることにより、例えば機器質量が 9kg のとき上表に  $M=9\text{kg}$  を代入すると P95/50 でのスペクトラム上底は  $0.30/3=0.10[\text{G}^2/\text{Hz}]$  となるので、O.A 7.1[Grms]のスペクトラムを簡単に導出することが可能である。この PSD スペクトラムが持つ意味としては、この処理で導出された PSD スペクトラムで機器単体ランダム振動試験を行うことにより、基準音響環境印加時に各帯域で同試験レベルを（RRS 解析を施した場合でも）逸脱する応答が発生す

る確率が 5%あるいは 1%未満であると言える。今回の統計処理に用いたデータでは、RRS 解析を施した上でこのスペクトラムを逸脱するデータ数は P95/50 で 11 データ（全体の 4.2%）、P99/90 で 1 データ（全体の 0.4%）であった。

### K.3 正規化音圧レベル以外の音響環境に本スペクトラムを適用する場合の注意点

前項に示したように、図 3.2.2-1 に示す PSD スペクトラムは規定の音圧レベルが印加された機器の加速度応答を基準音圧レベル印加時の加速度応答に正規化することにより導出されている。従って、この PSD スペクトラムを基に認定試験条件を規定する場合には適切に認定マージンを加える必要があるとともに、正規化音圧レベル以外の音響環境に本スペクトラムを適用する場合には周波数毎の音圧レベルの差異を適切に補正する必要がある。

音圧レベルの差異の補正は、図 K.3-1 の概念図に示すように基準音圧レベル（図 K.2-1）と当該ロケットの音圧レベル（最大予測環境）を比較し、当該ロケットの音圧レベルの方が基準音圧よりも高い帯域を識別、その音圧レベルの差分だけ同帯域のスペクトラムを補正する等の方法が考えられる。逆に、基準音圧レベルよりも低い音響環境条件を提供するロケットに搭載する場合やそのような帯域がある場合にはその分スペクトラムを同方法で低下されることも考えられるが、隣接する帯域でスペクトラムに急峻な変化があると設備の制御性限界を超過してしまうことが起こり得るため、実際には設備制約等も考慮の上補正量を検討する必要がある。

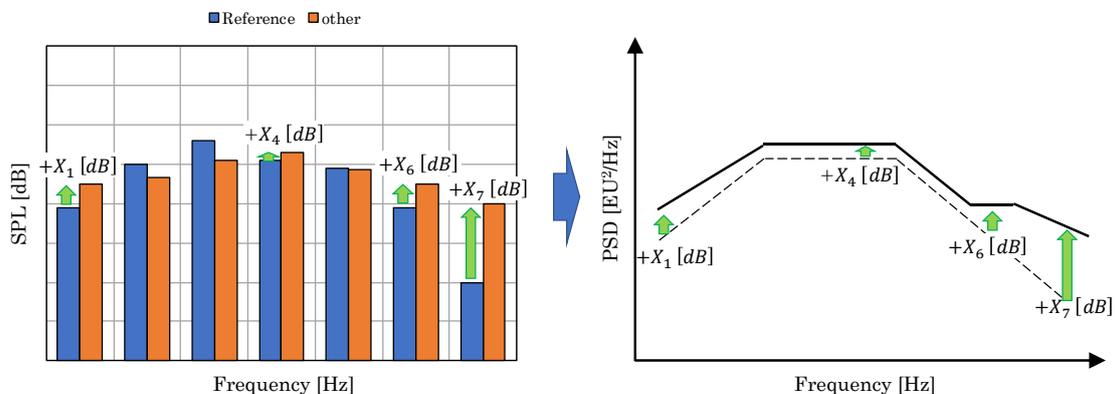


図 K.3-1 正規化音圧レベル以外の音響環境に適用する場合のスペクトラム補正の概念図

### K.4 (参考)海外標準との比較

参考として、本スペクトラムと海外標準との比較例を図 K.4-1 に示す[K-2][K-3][K-4]。但し、表 K.4-1 に示すような表現の違いが存在している。

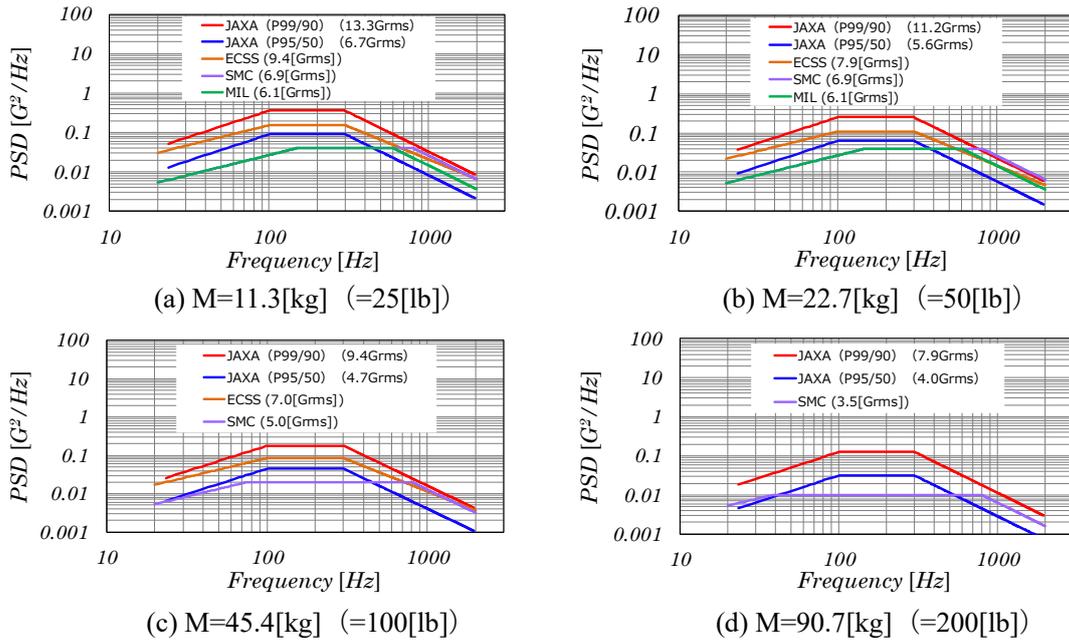


図 K.4-1 本スペクトラムと海外標準に記載のランダム振動スペクトラムとの比較例

表 K.4-1 海外標準毎のランダム振動スペクトラムの記載例

文書名	位置付け (図表タイトル)	機器質量に対する変化
ECSS-E-10-03A	Random vibration test level	50kg 以下は一律。 50kg 以上は質量に応じてスペックが変化。
SMC-S-016	Minimum random vibration spectrum	23kg 以下は一律。 23kg 以上は質量に応じてスペックが変化。
MIL-STD-1540E	Minimum random vibration spectrum	23kg 以下は質量に応じてスペックが変化。 23kg 以上は個別評価。

### K.5 参考文献

- [K-1] Shingo Shimazaki, Daisuke Takahashi, Qinzhong Shi, “APPROACH TO OPTIMIZING ENVIRONMENTAL TEST CONDITION BASED ON MODELING OF TEST LEVEL AND LOSS COST”, 15<sup>th</sup> European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Environmental Testing, (2018), Figure 4.
- [K-2] ESA-ESTEC, (2002). ECSS-E-10-03A, p55-57. Space Engineering Testing.
- [K-3] Air Force Space Command, (2014). TEST REQUIREMENTS FOR LAUNCH, UPPERSTAGE AND SPACE VEHICLES, SMC Standard SMC-S-016, p46-47, 130-131.
- [K-4] Department of Defense, United States of America (2006), Test Requirements for Launch, Upper-Stage, and Space Vehicles (MIL-STD-1540E), Aerospace Report No. TR-2004(8583)-1, Rev. A, p46-47.

## Appendix L ロケット／宇宙機柔結合解析（CLA）

本章では、宇宙機開発においてロケット側で実施される柔結合解析（CLA, Coupled Loads Analysis）について解説する。

### L.1 CLA の概要

CLA はロケットと宇宙機の構造数学モデルを結合し、打上げ時の主要な振動発生イベントを模擬した外力を与えることで、ロケット及び宇宙機の振動応答を求める解析である。CLA の解析フローを図 L.1-1 に示す。CLA の実施主体は多くの場合ロケット側で、宇宙機側から提示された宇宙機の構造数学モデルをロケット側がロケットの構造数学モデルと結合して解析する。宇宙機側が提示する宇宙機の構造数学モデルは、設計情報保護や計算コスト低減等のため、ロケットとの境界自由度で縮約された Craig-Bampton モデル[L-1]（以下、「CB モデル」。なおモーダルモデルと呼ぶこともある）とすることが多い。CLA で求める宇宙機の応答は、宇宙機分離面（境界点）の加速度及び荷重、宇宙機重心相当加速度、宇宙機内部自由度の加速度及び荷重等であり、これらは宇宙機の構造設計の評価や振動試験条件の検討等に用いられる。

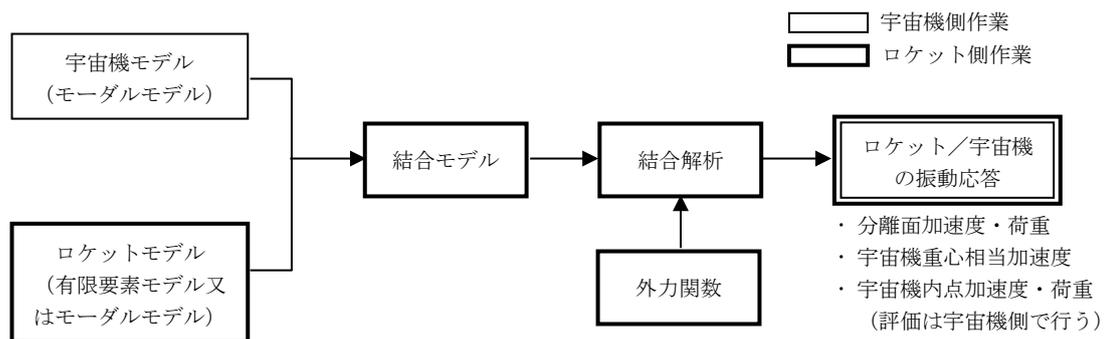


図 L.1-1 CLA 概略フロー

宇宙機の質量は中・大型衛星で数トンであるのに対して、ロケットの質量は数百トンであり、剛性を考えず質量比のみから見れば振動連成は一見起きない、つまり衛星毎に CLA を実施する必要が無いように思われるが、実際はそうではない。これは宇宙機の主モードが存在する周波数領域（>10 Hz）において、ロケットと宇宙機の有効質量が同程度になるためである。一例として、ある 3 トン級衛星の機軸直交方向の 1 次モードは 12.2Hz にあり、本モードの有効質量は 984 kg であった。このとき、本衛星の打上げロケットが 12.2 Hz 近傍に持つ機軸直交方向の有効質量は 2262 kg と、衛星と同等オーダであった。静質量が数百トンのロケットの有効質量がたかだか 3 トンの衛星の有効質量と同等オーダとなるのは、ロケットの 1 次モードが衛星の 1 次モードから離れた低い周波数にあること、その上で構造物の有効質量は 1 次モード以降に急激に減少するという性質によるものである。有効質量が同等ということは、振動連成が生じるということである。別の言い方をすれば、衛星によって振動環境が変わると言え、これが衛星毎に CLA を実施する理由である。

## L.2 CLA の解析手法

CLA はロケットと宇宙機の結合モデルに外力を与えて、振動応答を求める解析である。解析に用いる宇宙機モデルは、ロケット境界自由度で縮約した CB モデル、ロケットのモデルは有限要素モデル（ただし部分的に CB モデルに縮約している場合もある）である。CLA ではまず、ロケットと宇宙機を結合させた結合系に対して過渡応答解析を行い、宇宙機のモーダル自由度及び境界自由度の振動応答を求める。この解析には Nastran 等の有限要素解析ソフトウェアが用いられる。続いてそれらを用いて宇宙機内部自由度の応答や宇宙機の重心相当加速度等が計算される。本 L.2 節ではロケット-宇宙機結合系の運動方程式を立式し、CLA で行われる解析の理論展開について解説する。

### L.2.1 ロケット-宇宙機結合系運動方程式

宇宙機とロケット（PAF を含む）が境界自由度  $b$  において結合されるとき、境界自由度  $b$  には反力  $f_b$  が作用する（図 L.2-1 左）。ロケット内部自由度を  $i$  とし、ロケットの内部自由度に作用する外力を  $f_i$ 、内部自由度の変位を  $U_i$  とすれば、ロケットモデルの運動方程式（ただし説明の都合でまずは非減衰系の運動方程式を考える）は式 (L.2-1) のように書ける。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ii} & \mathbf{M}_{ib} \\ \mathbf{M}_{ib}^T & \mathbf{M}_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_i \\ \ddot{\mathbf{U}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ib} \\ \mathbf{K}_{ib}^T & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_i \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{f}_b \end{Bmatrix} \quad (\text{L.2-1})$$

一方、宇宙機モデルの運動方程式は、宇宙機 CB モデルのモーダル自由度の変位を  $q$  とおけば式 (L.2-2) と書ける。ここで  $\mathbf{M}_{qq}$ 、 $\mathbf{M}_{qb}$ 、 $\mathbf{M}_{rig}$ 、 $\mathbf{K}_{qq}$ 、 $\mathbf{K}_{rig}$  は、宇宙機の CB モデルパラメータであり、詳細は JERG-2-130-HB004 フォースリミット振動試験ハンドブック Appendix B で解説されているのでそちらを参照されたい。なお宇宙機の CB モデルの作成にあたっては、搭載サブシステム含め宇宙機内部の応答を適切に評価可能とする必要な弾性モードを取り込むように留意する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{qq} & \mathbf{M}_{qb} \\ \mathbf{M}_{qb}^T & \mathbf{M}_{rig} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{U}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{qq} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{rig} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{f}_b \end{Bmatrix} \quad (\text{L.2-2})$$

なお、図 L.1-1 右図に示すように、宇宙機座標とロケット機体座標は異なることが多い（クロッキングという）、両者のモデルを結合させるためには座標変換を行う必要がある。宇宙機座標をロケット機体座標へ変換する場合、座標変換行列  $\mathbf{T}_{sclv}$  は、式 (L.2-3) のように書ける。ここで  $\mathbf{e}$  は座標系の単位ベクトルであり、ドットは内積を表す。なお  $\mathbf{e}$  の上付き文字  $sc$  は宇宙機座標系であることを示す。

$$\mathbf{T}_{sclv} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{sclv} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{t}_{sclv} \end{bmatrix}, \mathbf{t}_{sclv} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x^{sc} \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_x^{sc} \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_x^{sc} \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{e}_y^{sc} \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y^{sc} \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_y^{sc} \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{e}_z^{sc} \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_z^{sc} \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z^{sc} \cdot \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (\text{L.2-3})$$

宇宙機側において、宇宙機座標系で作成された質量マトリクスは、 $T_{sclv}$ を用いて式 (L.2-4) によりロケット座標系に変換できる。

$$\begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T_{sclv} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_{qq} & M_{qb}^{sc} \\ M_{qb}^{sc T} & M_{rig}^{sc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T_{sclv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{qq} & M_{qb} \\ M_{qb}^T & M_{rig} \end{bmatrix} \quad (L.2-4)$$

同様にして、剛性マトリクスの変換は式 (L.2-5) のとおりに行う。

$$\begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T_{bb} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{qq} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{rig}^{sc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{qq} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{rig} \end{bmatrix} \quad (L.2-5)$$

宇宙機とロケットの座標系がロケット機体座標に一致するとき、式 (L.2-1) と式 (L.2-2) 及び境界自由度の結合を行うと、ロケットと宇宙機結合系の非減衰運動方程式が式 (L.2-6) のとおり得られる。ここで、境界自由度に働く力  $f_b$  は打ち消される。

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & \mathbf{0} & M_{ib} \\ \mathbf{0} & M_{qq} & M_{qb} \\ M_{ib}^T & M_{qb}^T & M_{bb} + M_{rig} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_i \\ \ddot{q} \\ \ddot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & \mathbf{0} & K_{ib} \\ \mathbf{0} & K_{qq} & \mathbf{0} \\ K_{ib}^T & \mathbf{0} & K_{bb} + K_{rig} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ q \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (L.2-6)$$

式 (L.2-6) の右辺に外力関数を与え直接時間積分により応答を求めることも可能だが(直接法による過渡応答解析と呼ばれる)、質量マトリクスと剛性マトリクスがそれぞれ非対角成分を持ち、これにより自由度間の連成が生じるため計算負荷が高い。そのため、CLA では式 (L.2-6) を結合系のフリーモード座標系に変換し、モードの直交性を利用して自由度間を非連成にすることで計算負荷を下げる「モード法による過渡応答解析(次項に示す)」を行うことが一般的である。

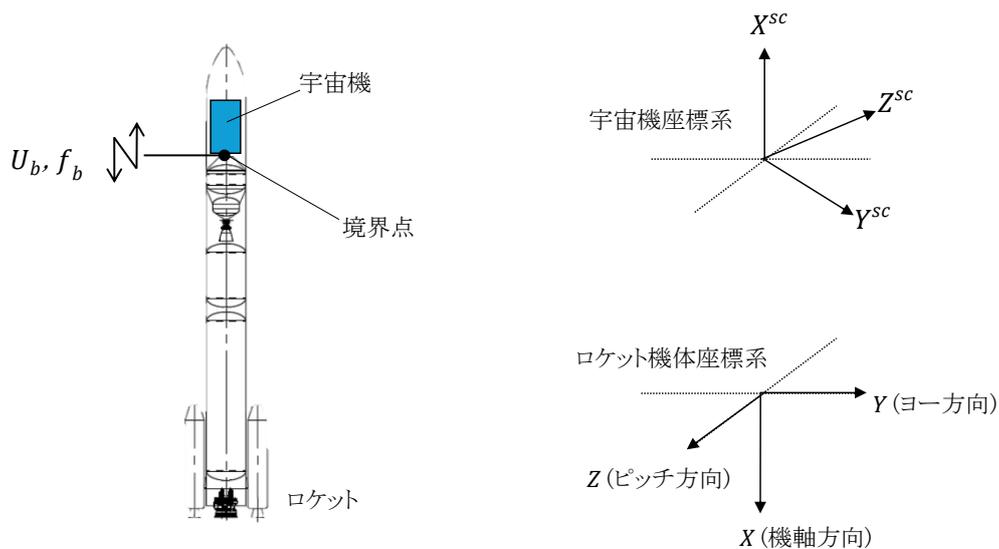


図 L.2-1 ロケットと宇宙機の結合モデルイメージ, 座標系

### L.2.2 モード法による過渡応答解析

式 (L.2-6) の結合系運動方程式における質量マトリクスを簡易的に  $\mathbf{M}$  と表記し、剛性マトリクスは  $\mathbf{K}$  と表記する。  $\mathbf{M}$  と  $\mathbf{K}$  から式 (L.2-7) に示すフリーフリー境界の固有値解析を行えば、結合系のフリーフリーの固有値  $\omega_j$  及びモードベクトル  $\boldsymbol{\varphi}_j$  が得られる。

$$\{[\mathbf{K}] - \omega_j^2 [\mathbf{M}]\} \{\boldsymbol{\varphi}_j\} = \{\mathbf{0}\} \quad (\text{L.2-7})$$

結合系のフリーフリーモード座標系の変位を  $\boldsymbol{\eta}$  とするとき、  $\boldsymbol{\eta}$  から式 (L.2-6) に示した元の座標系の応答へ戻すには、モードベクトルをモード次数だけ並べたモードマトリクス  $\boldsymbol{\phi}$  を用いて、式 (L.2-8) による変換を行う。

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ \mathbf{q} \\ U_b \end{Bmatrix} = [\boldsymbol{\phi}] \{\boldsymbol{\eta}\}, \quad [\boldsymbol{\phi}] = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_n] \quad (\text{L.2-8})$$

式 (L.2-6) に式 (L.2-8) を代入し、左からモードマトリクスの転置を掛ければ、結合系のフリーフリーモード座標系における運動方程式が式 (L.2-9) のとおり得られる。ここで、右辺の  $\{\mathbf{f}\}$  は式 (L.2-6) の右辺の簡易表記である。

$$[\boldsymbol{\phi}]^T [\mathbf{M}] [\boldsymbol{\phi}] \{\ddot{\boldsymbol{\eta}}\} + [\boldsymbol{\phi}]^T [\mathbf{K}] [\boldsymbol{\phi}] \{\boldsymbol{\eta}\} = [\boldsymbol{\phi}]^T \{\mathbf{f}\} \quad (\text{L.2-9})$$

式(L.2-9)の質量項  $[\boldsymbol{\phi}]^T [\mathbf{M}] [\boldsymbol{\phi}]$  は、固有モードの直交性から対角行列となり、  $n$  次モード質量を  $m_n$  とおけば式 (L.2-10) のとおりである。

$$[\boldsymbol{\phi}]^T [\mathbf{M}] [\boldsymbol{\phi}] = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_n \end{bmatrix} \quad (\text{L.2-10})$$

式(L.2-9)の剛性項  $[\boldsymbol{\phi}]^T [\mathbf{K}] [\boldsymbol{\phi}]$  も同様に対角行列となり、  $n$  次固有角周波数を  $\omega_n$  とすれば式 (L.2-11) のとおりである。

$$[\boldsymbol{\phi}]^T [\mathbf{K}] [\boldsymbol{\phi}] = \begin{bmatrix} m_1 \omega_1^2 & & & \\ & m_2 \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_n \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{L.2-11})$$

つまり式 (L.2-9) は自由度間の連成のない独立した  $n$  個の 1 自由度振動系の運動方程式となる。式 (L.2-12) は式 (L.2-9) を  $k$  次モードについて取り出したものである。

$$m_k \ddot{\eta}_k + m_k \omega_k^2 \eta_k = \{\boldsymbol{\varphi}_k\}^T \{\mathbf{f}\}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (\text{L.2-12})$$

CLA では式 (L.2-12) にモード減衰を与え、式 (L.2-13) に示す減衰系運動方程式を解く。

$$m_k \ddot{\eta}_k + 2m_k \omega_k \xi_k \dot{\eta}_k + \omega_k^2 \eta_k = \{\boldsymbol{\varphi}_k\}^T \{\mathbf{f}\}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (\text{L.2-13})$$

ここでのモード減衰は、ロケットと宇宙機を一体化した結合系モデルをフリーフリーのモーダル座標に変換したモデルに設定するモード減衰のことで、システム減衰 (System damping) と呼ぶ。これに対して、ロケットと宇宙機を一体化する前に、それぞれの CB モデルに対して設定するモード減衰をコンポーネント減衰 (Component damping) と呼ぶ。コンポーネント減衰は、宇宙機の CB モデルのモード減衰が把握できている場合等に適用されることがあるが、一般的に CLA ではシステム減衰が用いられる。CLA の減衰に関する更なる説明並びにコンポーネント減衰を用いた CLA については L.2.6 項で解説する。CLA におけるシステム減衰の減衰比  $\xi$  は、結合系フリーフリーモードの全てに対し一律の値として「0.01」または「0.015」が設定されることが多い。

式(L.2-13)を各自由度  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) について解き<sup>1</sup>、求めた  $\boldsymbol{\eta}$  を式 (L.2-8) によって元の座標系の応答に戻せば、ロケットと宇宙機結合時の振動応答が得られる。ここで、式 (L.2-8) における結合系フリーフリーモード座標系の応答の先頭 6 行はロケット-宇宙機結合系のフリーフリーモードのうち、剛体モード応答であり、7 行から  $n$  行が弾性モード応答である。例えば変位  $\boldsymbol{\eta}$  では式 (L.2-14) に示す  $\boldsymbol{\eta}_1 \sim \boldsymbol{\eta}_6$  が剛体モード変位、 $\boldsymbol{\eta}_7 \sim \boldsymbol{\eta}_n$  が弾性モード変位である。なお速度応答  $\dot{\boldsymbol{\eta}}$  と加速度応答  $\ddot{\boldsymbol{\eta}}$  についても同様である。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{U}_i \\ \mathbf{q} \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} = [\boldsymbol{\Phi}] \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}_6 \\ \boldsymbol{\eta}_7 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}_n \end{Bmatrix} \quad (\text{L.2-14})$$

### L.2.3 宇宙機内部物理自由度へのリカバリ

L.2.2 項で求めた宇宙機のモード応答と境界点応答から、宇宙機内部の物理自由度応答を求める操作を”リカバリ (Recovery)”と呼ぶ。リカバリするモデル上の自由度は、宇宙機搭載機器の取付け点や正弦波振動環境の規定点などから選ばれる。リカバリは宇宙機側が予め準備する変換マトリクス (OTM, Output Transformation Matrix と呼ぶ) を用いて行う。OTM には加速度変換マトリクス ATM (Acceleration Transformation Matrix)、変位変換マトリクス DTM (Displacement Transformation Matrix) 内部荷重に変換する荷重変換マトリクス LTM (Load Transformation Matrix) 等があり、宇宙機内部の評価をするにあたり必要な OTM が

<sup>1</sup>式 (L.2-13) は 1 自由度振動系であるため Duhamel 積分を行えば求められる。この他に Newmark  $\beta$  法、ルンゲクッタ法、wilson  $\theta$  法等の時間積分法によっても求められる。

宇宙機側で準備される。宇宙機内部のリカバリ自由度の加速度 $\dot{\mathbf{x}}$ は、ATMをモード加速度 $\dot{\mathbf{q}}$ 及び境界自由度加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_b$ に対して式 (L.2-15) のとおり乗じて求められる。

$$\{\dot{\mathbf{x}}\} = [\mathbf{ATM}] \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{U}}_b \end{Bmatrix} \quad (\text{L.2-15})$$

ATMの中身は、例えば式 (L.2-16) に示すとおり、モードシェープの集合となっている。式 (L.2-16) はモード自由度数が $l$ 、リカバリ自由度数が $m$ の例である。他のOTMの作成方法等の詳細は参考文献を参照されたい (例えば[L-2]19章)。

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_1 \\ \ddot{\mathbf{x}}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\mathbf{x}}_m \end{Bmatrix} = \begin{array}{c} \text{弾性モードシェープ} \\ \left[ \begin{array}{cccc} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1l} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2l} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{m1} & \varphi_{m2} & \cdots & \varphi_{ml} \end{array} \right] \end{array} \begin{array}{c} \text{拘束モードシェープ} \\ \left[ \begin{array}{ccc} \varphi_{11}^R & \cdots & \varphi_{16}^R \\ \varphi_{21}^R & \cdots & \varphi_{26}^R \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_{m6}^R & \cdots & \varphi_{m6}^R \end{array} \right] \end{array} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_1 \\ \ddot{\mathbf{q}}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\mathbf{q}}_l \\ \ddot{\mathbf{U}}_{b1} \\ \vdots \\ \ddot{\mathbf{U}}_{b6} \end{Bmatrix} \quad (\text{L.2-16})$$

#### L.2.4 分離面荷重と重心相当加速度

境界自由度に発生する反力つまりロケットと宇宙機の分離面荷重や、ロケットインタフェース条件として規定される準静加速度に対応する宇宙機の重心相当加速度はCLAにおいて重要な評価項目である。これらの評価のポイントなどはL.3節で後述するとして、ここではCLAにおいてこれらがどのように計算されるかを解説する。まず、分離面荷重は式 (L.2-2) の第2式を整理して、

$$\mathbf{f}_b = [\mathbf{M}_{rig} \quad \mathbf{M}_{qb}^T \quad \mathbf{K}_{rig}] \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_b \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} \quad (\text{L.2-17})$$

と書き、これにL.2.2項で示した過渡応答解析結果で得る分離面加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_b$ 、分離面変位 $\mathbf{U}_b$ 及び宇宙機モード加速度 $\dot{\mathbf{q}}$ を代入することで計算できる。

続いて、宇宙機の重心相当加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_G$ について考える。 $\ddot{\mathbf{U}}_G$ は宇宙機の重心位置周りの荷重 $\mathbf{f}_G$ 及び重心位置周りの質量マトリクス $\mathbf{M}_G$ に対して式 (L.2-18) の関係で定義される。

$$\mathbf{f}_G = \mathbf{M}_G \ddot{\mathbf{U}}_G \quad (\text{L.2-18})$$

ここで、重心から境界点への変換について考える。境界点の位置を $X_{b1}, Y_{b1}, Z_{b1}$ 、重心位置を $X_G, Y_G, Z_G$ として、位置の差分を $\Delta X_1 = X_{b1} - X_G, \Delta Y_1 = Y_{b1} - Y_G, \Delta Z_1 = Z_{b1} - Z_G$ とおけば、重心から境界点への座標変換マトリクス $\mathbf{T}_{bG}$  (境界点が1点の場合に $6 \times 6$ サイズ) は式 (L.2-

19) のとおり書ける。

$$\mathbf{T}_{bG} = \begin{bmatrix} 0 & \Delta Z_1 & -\Delta Y_1 \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & -\Delta Z_1 & 0 & \Delta X_1 \\ \Delta Y_1 & -\Delta X_1 & 0 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (\text{L.2-19})$$

$\mathbf{T}_{bG}$ により、重心位置周りの荷重 $\mathbf{f}_G$ は境界点荷重 $\mathbf{f}_b$ と以下の関係で表され、

$$\mathbf{f}_b = \mathbf{T}_{bG} \mathbf{f}_G \quad (\text{L.2-20})$$

$M_G$ については、境界点における質量マトリクス $M_{rig}$ に対して式 (L.2-21) の関係がある。

$$\mathbf{M}_G = \mathbf{T}_{bG}^T \mathbf{M}_{rig} \mathbf{T}_{bG} \quad (\text{L.2-21})$$

式 (L.2-18) ～式 (L.2-20) と式 (L.2-21) を代入してまとめれば、

$$\ddot{\mathbf{U}}_G = (\mathbf{T}_{bG}^T \mathbf{M}_{rig} \mathbf{T}_{bG})^{-1} \mathbf{T}_{bG}^T \mathbf{f}_b \quad (\text{L.2-22})$$

が得られる。 $M_{rig}$ と式 (L.2-15) で求まる $\mathbf{f}_b$ を式 (L.2-22) へ代入すれば重心相当加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_G$ を求めることができる。

なお式 (L.2-22) は境界点が 1 点の場合に限らない。複数点の場合、 $\mathbf{T}_{bG}$ を行方向に拡張すればよい。例えば境界点が 2 点の場合、 $\mathbf{T}_{bG}$ は式 (L.2-23) である (サイズは  $12 \times 6$ )。

$$\mathbf{T}_{bG} = \begin{bmatrix} 0 & \Delta Z_1 & -\Delta Y_1 \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & -\Delta Z_1 & 0 & \Delta X_1 \\ \Delta Y_1 & -\Delta X_1 & 0 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ 0 & \Delta Z_2 & -\Delta Y_2 \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & -\Delta Z_2 & 0 & \Delta X_2 \\ \Delta Y_2 & -\Delta X_2 & 0 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (\text{L.2-23})$$

### L.2.5 CLA の外力ケース

CLA で解析する振動発生イベントは一般的に以下に挙げるものがあり、ロケットによって解析するイベントは異なる。

- ・ リフトオフ
- ・ リフトオフ音響振動
- ・ 動圧最大 (MaxQ)
- ・ バフエット
- ・ ロケット 1/2 段分離
- ・ 2 段エンジン燃焼

CLA ではこれら各振動発生イベントにおいて、さらに外力条件が異なる複数のサブケースが設定される。例えば大型ロケットにおける「リフトオフ」の解析では、固体ロケットブースタ（SRB）2機の推力立ち上がり時に機体が射点から浮上する際の過渡応答や、地上風により機体後端及び機体支持装置結合部に作用する反力による過渡応答などがサブケースとして設定される。各サブケースの応答を重ね合わせた結果が宇宙機側に提示される。ロケットによりクリティカルな振動発生イベントは異なることから、サブケースの設定ならびにそれらの結果の重ね合わせ方法はロケット毎に異なる。

### L.2.6 コンポーネント減衰を用いる場合の CLA

L.2.3 項で説明したモード法による過渡応答解析においてはシステム減衰を適用した。本項では宇宙機側が自身の CB モデルに対してモード減衰を指定する場合、つまりコンポーネント減衰を適用する場合における CLA の解法について解説する。この場合には、ロケット側についても宇宙機同様、FEM ではなく宇宙機との境界自由度で縮退した CB モデルを解析に用いる。ロケットの CB モデルの運動方程式は式 (L.2-24) のとおりである。なお上付きの LV はロケットを表す。 $\boldsymbol{\phi}_L^{LV}$  は境界自由度固定の弾性モードシェープ、 $\boldsymbol{\phi}_R^{LV}$  は同拘束モードシェープである。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{qq}^{LV} & \mathbf{M}_{qb}^{LV} \\ \mathbf{M}_{qb}^{LV T} & \mathbf{M}_{rig}^{LV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{LV} \\ \dot{\mathbf{U}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{qq}^{LV} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{LV} \\ \dot{\mathbf{U}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{qq}^{LV} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{rig}^{LV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{LV} \\ \mathbf{U}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_L^{LV T} \mathbf{f}_i \\ \boldsymbol{\phi}_R^{LV T} \mathbf{f}_i + \mathbf{f}_b \end{bmatrix} \quad (\text{L.2-24})$$

一方、宇宙機側の運動方程式は式 (L.2-25) である。上付きの SC は宇宙機を表す。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{qq}^{SC} & \mathbf{M}_{qb}^{SC} \\ \mathbf{M}_{qb}^{SC T} & \mathbf{M}_{rig}^{SC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{SC} \\ \dot{\mathbf{U}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{qq}^{SC} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{SC} \\ \dot{\mathbf{U}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{qq}^{SC} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{rig}^{SC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{SC} \\ \mathbf{U}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{f}_b \end{bmatrix} \quad (\text{L.2-25})$$

ここで減衰項  $\mathbf{C}_{qq}^{LV}$  は対角行列であり、ロケットの境界自由度固定境界による弾性モード数を  $k$  として以下である。

$$\mathbf{C}_{qq}^{LV} = \begin{bmatrix} 2m_1^{LV} \omega_1^{LV} \xi_1^{LV} & & & \\ & 2m_2^{LV} \omega_2^{LV} \xi_2^{LV} & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2m_k^{LV} \omega_k^{LV} \xi_k^{LV} \end{bmatrix} \quad (\text{L.2-26})$$

$\mathbf{C}_{qq}^{SC}$  も同様に対角行列であり、宇宙機の境界自由度固定境界による弾性モード数（＝宇宙機 CB モデルのモード自由度数）を  $l$  として以下のとおりである。

$$[\mathbf{C}_{qq}^{SC}] = \begin{bmatrix} 2m_1^{SC} \omega_1^{SC} \xi_1^{SC} & & & \\ & 2m_2^{SC} \omega_2^{SC} \xi_2^{SC} & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2m_i^{SC} \omega_i^{SC} \xi_i^{SC} \end{bmatrix} \quad (\text{L.2-27})$$

ロケットと宇宙機の結合系の運動方程式は、式 (L.2-24) と式 (L.2-25) から、境界点で結合させて式 (L.2-28) となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{qq}^{LV} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{qb}^{LV} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{qq}^{SC} & \mathbf{M}_{qb}^{SC} \\ \mathbf{M}_{qb}^{LVT} & \mathbf{M}_{qb}^{SCT} & \mathbf{M}_{rig}^{LV} + \mathbf{M}_{rig}^{SC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{LV} \\ \dot{\mathbf{q}}^{SC} \\ \ddot{\mathbf{U}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{qq}^{LV} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{qq}^{SC} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{LV} \\ \dot{\mathbf{q}}^{SC} \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{qq}^{LV} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{qq}^{SC} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{rig}^{LV} + \mathbf{K}_{rig}^{SC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^{LV} \\ \mathbf{q}^{SC} \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\phi}_L^{LVT} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\phi}_R^{LVT} \mathbf{f}_i \end{Bmatrix} \quad (\text{L.2-28})$$

コンポーネント減衰を適用する CLA では、式 (L.2-28) を解くことで宇宙機のモード自由度並びに境界自由度の応答を求める。

さてここで、コンポーネント減衰を適用した場合の応答結果と、L.2.3 項で示したシステム減衰を適用した場合の応答結果は、両者で同じ減衰比 $\xi$ を適用しても（ロケットと宇宙機のコンポーネント減衰の減衰比をシステム減衰の減衰比と同じ値にしたとしても）、両者の応答結果は一致しないことに注意する。図 L.2.6-1 は、システム減衰をモード一律 1.5%として与えたのち（この時の減衰マトリクスを $\mathbf{C}_{sys}$ と置く）、式 (L.2-29) によりコンポーネント減衰の次元に戻し、その対角項から逆算した減衰比をプロットしたものである。なお、式 (L.2-29) については L.4.2 項で詳述する。

$$[\overline{\mathbf{C}}_{qq}] = ([\boldsymbol{\phi}]^T)^{-1} [\mathbf{C}_{sys}] [\boldsymbol{\phi}]^{-1} \quad (\text{L.2-29})$$

この図から、システム減衰の方がコンポーネント減衰よりも減衰比が小さいことが分かる。つまりシステム減衰を適用した場合の応答結果はコンポーネント減衰を適用する場合より大きくなることを示唆している。

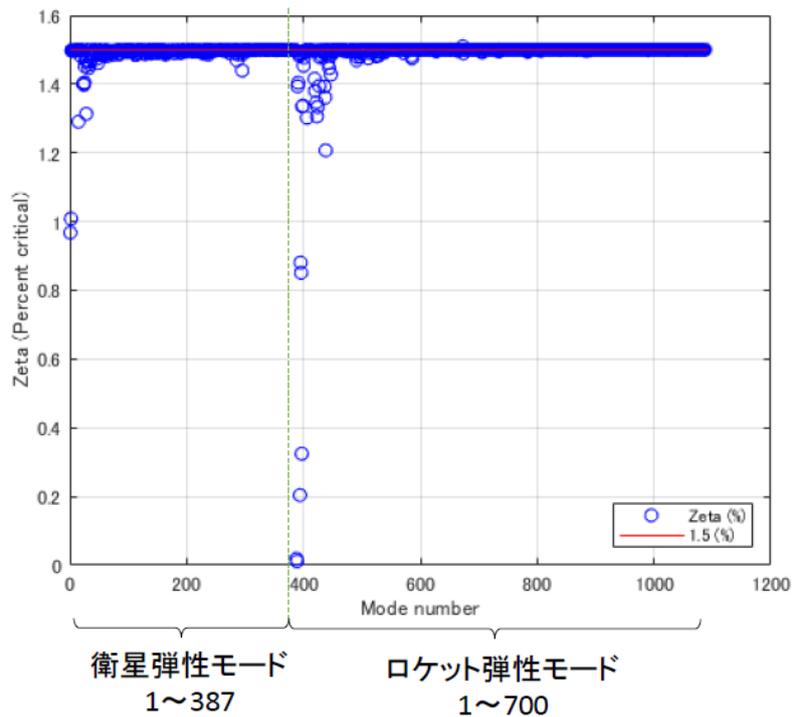


図 L.2.6-1 システム減衰から逆算した減衰比（青丸）とコンポーネント減衰（赤線）  
 （システム減衰の減衰比とコンポーネント減衰の減衰比（ロケットと衛星ともに）を 1.5%とした）

### L.3 CLA 結果の評価

CLA 結果としてロケット側より通常以下の解析結果が宇宙機側に提示される。

- 分離面荷重の最大値/最小値
- 重心相当加速度の最大値/最小値
- 分離面加速度の時刻歴及び SRS/Q
- 宇宙機内部応答（加速度、荷重など）の最大値/最小値

ロケット側はロケットインタフェース条件として規定する準静加速度条件に対する適合性評価を行い、上記データとともにその評価結果を宇宙機側に提示する。ロケットインタフェース条件を超過する場合には、ロケット側は宇宙機側に許容可否の確認を依頼し、宇宙機側は主構造に対する設計余裕等を勘案し許容可否について評価する。

宇宙機側における CLA 評価の要点は、構体に対する設計条件の妥当性確認（ロケットインタフェース条件の適合性確認）と宇宙機各部（特に大型サブシステムを含む搭載機器）に設定する設計条件の妥当性確認することである。前者はロケット側の結果報告に含まれるため、宇宙機側は基本的には後者を確認する。本 L.3 節ではロケット側のインタフェース条件の適合性評価作業並びに宇宙機側で行う宇宙機内部応答の評価について解説する。

### L.3.1 分離面荷重の評価

分離面荷重の評価では、CLA 結果がロケットインタフェース条件である「準静加速度条件」から求まる荷重を下回ることを確認する。準静加速度条件は、打上げ時の加速度発生イベント（発射時・MECO 時等）における機軸と機軸直交の並進加速度がイベント毎に規定される。表 L.3.1-1 には、参考として H-IIA ロケットの準静加速度条件[L-3]を示す。準静加速度条件から求める分離面荷重は、以下の計算により求める。ここで、 $A_{axial}$  は機軸方向準静加速度条件、 $A_{lateral}$  は機軸直交方向準静加速度条件であり、 $M_{sc}$  が宇宙機質量、ロケット機体座標系基準の宇宙機重心位置をそれぞれ  $x_{cg}$ ,  $y_{cg}$ ,  $z_{cg}$  と表記した。

$$F_x \text{ 軸力} = A_{axial} \times M_{sc}$$

$$F_y \text{ ヨー剪断} = A_{lateral} \times M_{sc}$$

$$F_z \text{ ピッチ剪断} = A_{lateral} \times M_{sc}$$

$$M_y \text{ ピッチ曲げモーメント} = A_{axial} \times M_{sc} \times z_{cg} + A_{lateral} \times M_{sc} \times x_{cg}$$

$$M_z \text{ ヨー曲げモーメント} = A_{axial} \times M_{sc} \times y_{cg} + A_{lateral} \times M_{sc} \times x_{cg}$$

表 L.3.1-1 H-IIA 202 の準静加速度条件[L-3]

イベント	機軸 [m/s <sup>2</sup> ]	機軸直交 [m/s <sup>2</sup> ]
発射時 (圧縮*)	-31.38	±17.65
発射時 (引張*)	-0.98	±17.65
MECO 時 (燃焼終了前)	-39.23	±4.90
MECO 時 (燃焼終了後)	+9.81	±9.81

\*符号 (-) : 圧縮方向、(+) : 引張方向

L.2.4 項の計算により求められる CLA 結果の分離面荷重  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  ( $M_x$  はねじりモーメントであるが CLA 評価では対象としない) が、上記の計算によって得られる準静加速度条件に基づく分離面荷重を下回れば、CLA 結果はロケットインタフェース条件を満たす結果であると評価される。例えば、衛星質量が 2700 kg である場合の機軸  $F_x$  の準静加速度条件に基づく分離面荷重は、圧縮に対し 105.9 kN (=MECO 時燃焼終了前 39.23 m/s<sup>2</sup> × 衛星質量 2700 kg)、引張に対し 26.4 kN (=MECO 時燃焼終了後 9.81 m/s<sup>2</sup> × 衛星質量 2700 kg) であり、CLA 結果がこれを下回ればよい。

### L.3.2 重心相当加速度の評価

重心相当加速度の評価においては、「CLA 結果の並進方向の分離面荷重 ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ) を宇宙機質量で除す」ことで重心相当加速度を計算し、それがロケットインタフェース条件である準静加速度条件を下回ることを確認する。なお重心相当加速度 6 成分は式 (L.2-20) を用いて厳密に求められることを示したが、ロケットインタフェース条件として規定される並進加速度については、上記「」の計算結果と等しい。このことは式 (L.2-20) を精査するこ

とで確認できる。以下に境界 1 点の場合で説明する（境界が多点でも結論は不変）。

まず、境界自由度質量行列である  $\mathbf{M}_{rig}$  は、宇宙機の質量を  $m$ 、重心  $\mathbf{G}$  から境界  $\mathbf{b}$  に向かうベクトルを  $\mathbf{a}_{bG}$  として、その歪対称行列<sup>2</sup>を  $\widetilde{\mathbf{a}}_{bG}$  とすると、

$$\mathbf{M}_{rig} = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3\times 3} & m\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \\ -m\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} & \mathbf{J}_{3\times 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & m\mathbf{I}_{3\times 3} & & 0 & -m\Delta Z_1 & m\Delta Y_1 \\ & & & m\Delta Z_1 & 0 & -m\Delta X_1 \\ & & & -m\Delta Y_1 & m\Delta X_1 & 0 \\ 0 & m\Delta Z_1 & -m\Delta Y_1 & & & \\ -m\Delta Z_1 & 0 & m\Delta X_1 & & & \\ m\Delta Y_1 & -m\Delta X_1 & 0 & & \mathbf{J}_{3\times 3} & \end{bmatrix} \quad (\text{L.3-1})$$

と表せる。 $\mathbf{J}$  は慣性モーメント行列である。この歪対称行列を用いると、既出の  $\mathbf{T}_{bG}$  も下式で表現することが出来る。

$$\mathbf{T}_{bG} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3\times 3} & -\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{I}_{3\times 3} \end{bmatrix} \quad (\text{L.3-2})$$

式 (L.3-1) と式 (L.3-2) から、式 (L.2-20) の  $[\mathbf{T}_{bG}^T \mathbf{M}_{rig} \mathbf{T}_{bG}]$  つまり重心における質量行列を整理すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{bG}^T \mathbf{M}_{rig} \mathbf{T}_{bG} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3\times 3} & -\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{I}_{3\times 3} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3\times 3} & m\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \\ -m\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} & \mathbf{J}_{3\times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3\times 3} & -\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{I}_{3\times 3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} \\ \widetilde{\mathbf{a}}_{bG} & \mathbf{I}_{3\times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3\times 3} & \mathbf{0} \\ -m\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} & \mathbf{J}_{3\times 3} + m\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3\times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{3\times 3} + m\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{L.3-3})$$

となる。これにより非対角部分はゼロ行列となり、並進と回転が非連成、即ち重心周りの質量行列が得られた。なお成分  $[\mathbf{J}_{3\times 3} + m\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \widetilde{\mathbf{a}}_{bG}]$  は平行軸の定理に対応している。

次に  $\mathbf{T}_{bG}^T \mathbf{f}_b$  を検討する。 $\mathbf{f}_b$  を並進力とモーメントに分け  $\mathbf{f}_b = [\mathbf{F}_b \quad \mathbf{M}_b]^T$  と書くと、 $\mathbf{T}_{bG}^T \mathbf{f}_b$  は

$$\mathbf{T}_{bG}^T \mathbf{f}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3\times 3} & -\widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{I}_{3\times 3} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_b \\ \mathbf{M}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} \\ \widetilde{\mathbf{a}}_{bG} & \mathbf{I}_{3\times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_b \\ \mathbf{M}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_b \\ \mathbf{M}_b + \widetilde{\mathbf{a}}_{bG} \mathbf{F}_b \end{bmatrix} \quad (\text{L.3-4})$$

となる。式 (L.3-3) と式 (L.3-4) を式 (L.2-20) に代入すれば、

<sup>2</sup> 歪対称行列  $\widetilde{\mathbf{a}}$  はベクトル  $\mathbf{b}$  に対して外積を引き起こすベクトル  $\mathbf{a} = [a_1 \quad a_2 \quad a_3]^T$  の作用として  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \widetilde{\mathbf{a}}\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{b} = -\widetilde{\mathbf{a}}^T \mathbf{b}$  からなる。 $\widetilde{\mathbf{a}}$  は転置で符号が反転する。

$$\begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J_{3 \times 3} + m\tilde{\mathbf{a}}_{bG}\tilde{\mathbf{a}}_{bG} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_b \\ \mathbf{M}_b + \tilde{\mathbf{a}}_{bG}\mathbf{F}_b \end{bmatrix} \quad (\text{L.3-5})$$

が得られる。式 (L.3-5) 第 1 式から、重心相当加速度の並進 3 成分については、分離面荷重の並進成分を質量で除して得られることが分かる。

なお、一部の海外ロケットの CLA 結果評価では、分離面荷重のモーメント成分を質量と重心高さの積で除して求めた加速度をモーメント等価な重心相当加速度としてロケット側が参考に提示する場合がある。これは、機軸直交面内の重心位置が機体座標基準に等しい場合には分離面荷重の並進成分を質量で除して得る値と等しい。一方、多くの宇宙機においては、面内重心位置は機体座標系基準からずれているため、モーメント等価な重心相当加速度は大きめの値が算出される。重心相当加速度の並進成分の厳密解は、あくまでも前述した式 (L.2-20) で求められるもので、つまりは式 (L.3-5) で示したように分離面荷重の並進成分を質量で除した値である。なお、ロケットインタフェース条件として規定される重心相当加速度は並進 3 成分のみであるため、重心相当加速度の回転成分は評価しないが、宇宙機の実分離面において実際にはモーメントが作用している。上述の計算により求める CLA 結果の重心相当加速度の並進 3 成分がロケットインタフェース条件を満足していたとしても、L.3.1 項の分離面荷重の評価においてモーメント成分が満足することの確認が必要である。

### L.3.3 分離面加速度の評価

CLA で求めた分離面加速度の時刻歴は、ロケットインタフェース条件として規定される正弦波振動条件に適合していることが確認される。正弦波振動条件はフライト中の全振動発生イベントの分離面加速度を包絡する条件として分離面並進 3 軸に対し 5-100Hz の周波数応答として規定される。一方、フライト時ならびに CLA による解析結果は過渡応答の時刻歴であるため、CLA 結果の分離面加速度は SRS/Q (SRS, Shock Response Spectrum を Q 値で割ったもの) に変換して正弦波振動条件と比較する。SRS/Q はここでは衝撃評価の目的で用いるのではなく、過渡応答を周波数応答に変換するフィルタの役割で用いる。SRS/Q についての解説は Appendix A を参照されたい。

SRS/Q のフィルタ特性として周波数  $f_n = 20$  Hz, Q 値 20 の場合の例を図 L.3.3-1 に示す。図 L.3.3-1 に示すように SRS/Q のフィルタは低周波でゼロに漸近しないため、 $f_n$  が高周波数でも低周波成分を取り込む。このフィルタ効果によって、CLA の外力関数に静的成分が含まれるリフトオフ時ケースなどでは、SRS/Q の動的成分が静的成分に埋もれてしまう場合がある。そのためロケット側では分離面加速度の SRS/Q 解析時に、CLA 結果の分離面加速度から剛体モードを削除して SRS/Q に供することがある (図 L.3.3-2 参照)。

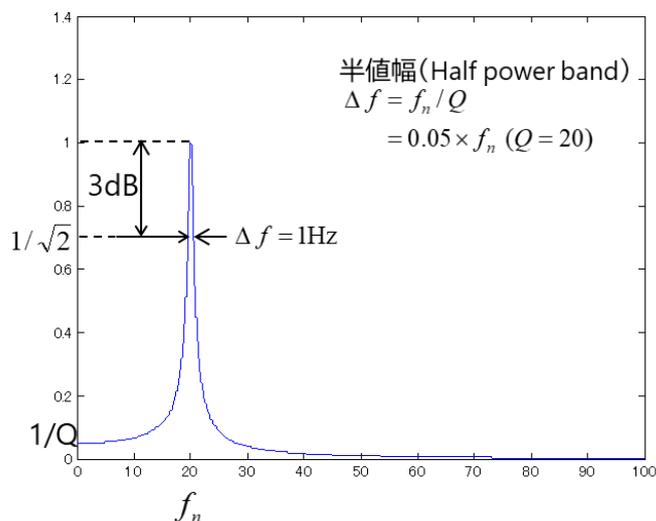


図 L.3.3-1 SRS/Q のフィルタ特性 (周波数 20Hz, Q 値 20 の例)

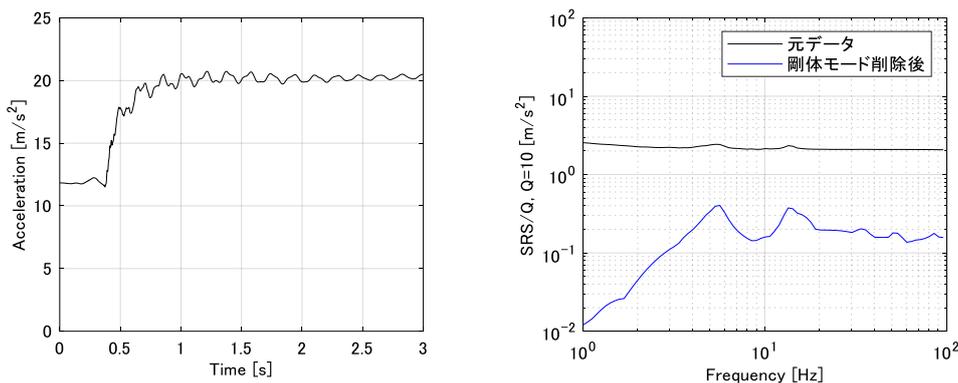


図 L.3.3-2 剛体モードを削除した SRS/Q の結果 リフトオフ時ケース  
 (左 : 元の時刻歴、右 : SRS/Q)

剛体モードを削除した応答は、式(L.2-14)に示したロケット-宇宙機結合系のフリーモード応答 $\eta$ の1から6行目に該当する剛体モードの応答系列を式 (L.3-6) に示すように強制的にゼロにしたのち、式 (L.2-14) に代入して物理座標に戻せば得られる。

$$\eta = \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_6 \\ \eta_7 \\ \vdots \\ \eta_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \eta_7 \\ \vdots \\ \eta_n \end{Bmatrix} \quad (\text{L.3-6})$$

### L.3.4 宇宙機内部応答の評価(宇宙機側作業)

宇宙機側は L.2.3 項で示した宇宙機内部自由度へのリカバリ結果から、宇宙機各部に設定した設計条件の妥当性を評価する。宇宙機側はリカバリ結果に対して、宇宙機モデルの不確かさを考慮した不確定係数並びに安全係数を乗じたものを評価値として用いることが一般的である。なおロケットによっては、宇宙機側に提示する CLA 結果に宇宙機モデルの不確かさを考慮した不確定係数が既に含まれていることもある。

$$\text{CLA 評価値} = \text{CLA 結果} \times \text{不確定係数} \times \text{安全係数}$$

宇宙機側が乗じる不確定係数は宇宙機の構造数学モデルの精度等を勘案して設定される(1.2~2.0の範囲の値が一般的である)。CLA 結果はロケット推力に起因する静的成分(定常分)と振動による動的成分が合わさったものである。静的成分はモデルの精度には依存しないため、不確定係数は動的成分のみに乗じる場合もある。一般的に開発初期の宇宙機モデルの不確定性は大きく、開発フェーズが進むにつれて小さくなっていく。そのため CLA 評価に適用する不確定係数は、開発をとおして段階的に低減させていく場合もある(例えば NASA-STD-5002A では PDR フェーズで 1.4~1.5、CDR フェーズで 1.2~1.25、モデル検証後は 1.1 と段階的に設定している)。

安全係数として設定する値は、構造設計標準(JERG-2-320) 4.3.2.1 項「安全係数」を参照のこと。

宇宙機各部に設定した設計条件に対し、上記 CLA 評価値との比較を行い、設定した設計条件(準静加速度条件)の妥当性が確認される。センサやアンテナ・太陽電池パドルなどの大型サブシステムの準静加速度条件は、重心相当加速度として宇宙機システムが規定する。CLA 結果の大型サブシステム重心相当加速度は、L.3.2 項で示した計算方法と同様にして、取付け点の荷重(リカバリ結果)を質量 $m$ で除して求められる。大型サブシステムの重心相当加速度の時刻歴を $\ddot{\mathbf{U}}_G(t) = (\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{z}(t))$ とすれば、具体的には式(L.3-7)のとおり、大型サブシステムの取付け点(全 $n$ 点とする)の並進 $X, Y, Z$ 方向毎の荷重時刻歴を合算し、それを質量で除して求める。

$$\ddot{\mathbf{U}}_G(t) = (\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{z}(t)) = \left( \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_x^i(t)}{m}, \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_y^i(t)}{m}, \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_z^i(t)}{m} \right) \quad (\text{L.3-7})$$

## L.4 宇宙機側で実施可能な簡易 CLA 法

CLA で用いるロケットの FEM 及び外力関数はロケットの重要な設計情報を含むため、基本的にはこれらは宇宙機側に提示できないため、L.1 節で述べたように通常 CLA はロケット側が行う。宇宙機側としては、CLA はコストとスケジュールの観点から実施の自由度が高いとは言えず、開発を通して計 2 回のみ実施することが一般的である（基本設計完了後に第 1 回 CLA、詳細設計完了後に第 2 回 CLA の場合が多い）。一方、宇宙機側が自身の必要なタイミングにおいて CLA 結果を得る方法として、「簡易 CLA 法」が提案されている[L-5][L-6][L-7]。簡易 CLA 法は、部分構造合成法[L-8]の一種である伝達関数合成法に基づく計算方法で、部分構造同士（CLA においてロケット並びに宇宙機を指す）の結合境界点における機械インピーダンスと、部分構造結合前の境界点加速度を用いて結合時の応答を求め、というものである。ロケット FEM は計算に使用せず、予め準備する機械インピーダンスに縮約される。また外力関数も同様で、予め準備する結合前の境界点加速度を求める際のみ使用する。そのため、ロケットの機械インピーダンスと結合前（宇宙機が結合していないロケット単体）の境界点加速度をロケット側から受け取れば、宇宙機側で CLA 結果と等価な結果を計算できる。ロケットインタフェースの責任分界の観点から、ロケット側が実施する CLA の目的を宇宙機側で実施する簡易 CLA が代替することは出来ないが、開発初期における構造設計時や第 1 回 CLA～第 2 回 CLA の間の設計変更時等において、開発リスクの早期見定めやリスクの低減策の検討等に活用することは有効と考えられる。簡易 CLA 法で使用する機械インピーダンスには、アクセラランスを用いる方法[L-7]や動質量を用いる方法[L-5][L-6]などがあるが、アクセラランスと動質量は逆数の関係にあり本質的に両者の方法は等価である。本節では、動質量を用いる方法について解説することとする（以降、「簡易 CLA 法」とはこの方法を指す）。

### L.4.1 簡易 CLA 法の理論展開

簡易 CLA ではロケットと宇宙機共に境界点で縮退した CB モデルを使用する。ロケットと宇宙機結合時（図 L.4.1-1 の左）のロケット側 CB モデルの運動方程式は式 (L.4-1) のとおりである。ここで  $\boldsymbol{\varphi}_L$  は境界拘束時の弾性モードシェープ、 $\boldsymbol{\varphi}_R$  は拘束モードシェープであり、上付き  $s$  は部分構造をインピーダンスと見做した場合のソース（Source）側であることを表す。減衰項  $\mathbf{C}_{qq}^s$  には、基本的に等価減衰の一部成分（詳細は L.4.2 項で後述する）を適用するが、宇宙機側でコンポーネント減衰を使用する場合においては、ロケットもコンポーネント減衰を適用する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{qq}^s & \mathbf{M}_{qb}^s \\ \mathbf{M}_{qb}^{sT} & \mathbf{M}_{rig}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}^s \\ \ddot{\mathbf{U}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{qq}^s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^s \\ \dot{\mathbf{U}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{qq}^s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{rig}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^s \\ \mathbf{U}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_L^T \mathbf{f}_i^s \\ \boldsymbol{\varphi}_R^T \mathbf{f}_i^s + \mathbf{f}_b \end{Bmatrix} \quad (\text{L.4-1})$$

宇宙機側 CB モデルの運動方程式は式 (L.4-2) であり、境界点反力が外力として働く。上付き  $l$  は部分構造をインピーダンスと見做した場合の負荷 (Load) 側であることを表す。ここで減衰項  $C_{qq}^l$  は基本的には等価減衰の一部成分を適用するが、宇宙機のコンポーネント減衰が既知の場合はコンポーネント減衰を適用することも可能である。

$$\begin{bmatrix} M_{qq}^l & M_{qb}^l \\ M_{qb}^{lT} & M_{rig}^l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}^l \\ \ddot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{qq}^l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}^l \\ \dot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{qq}^l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{rig}^l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^l \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -f_b \end{Bmatrix} \quad (L.4-2)$$

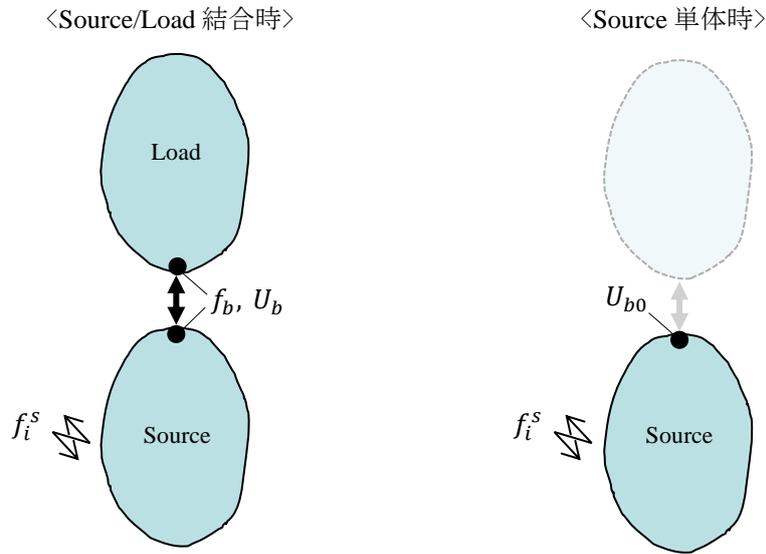


図 L.4.1-1 部分構造モデル (左: Source/Load 結合時、右: Source 単体時)

なおロケット - 宇宙機結合系の運動方程式は、式 (L.4-1) と式 (L.4-2) を境界点で結合して、式 (L.4-3) のとおり書ける。ここで減衰  $C_{qq}^s$  及び  $C_{qq}^l$  に等価減衰を適用する場合は、式 (L.4-3) における質量マトリクスと剛性マトリクスによる固有値解析でシステムモードを求める。等価減衰の求め方については L.4.2 項で述べるためここでは割愛する。

$$\begin{bmatrix} M_{qq}^s & \mathbf{0} & M_{qb}^s \\ \mathbf{0} & M_{qq}^l & M_{qb}^l \\ M_{qb}^{sT} & M_{qb}^{lT} & M_{rig}^s + M_{rig}^l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}^s \\ \ddot{q}^l \\ \ddot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{qq}^s & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{qq}^l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}^s \\ \dot{q}^l \\ \dot{U}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{qq}^s & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{qq}^l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & K_{rig}^s + K_{rig}^l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^s \\ q^l \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_L^T f_i^s \\ \mathbf{0} \\ \varphi_R^T f_i^s \end{Bmatrix} \quad (L.4-3)$$

続いて、宇宙機が結合していないロケット単体形態 (図 L.4.1-1 の右) を考える。この形態における運動方程式は、式 (L.4-1) から境界点反力を除いて、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{qq}^S & \mathbf{M}_{qb}^S \\ \mathbf{M}_{qb}^{S^T} & \mathbf{M}_{rig}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_0^S \\ \ddot{\mathbf{U}}_{b0} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{qq}^S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0^S \\ \dot{\mathbf{U}}_{b0} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{qq}^S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{rig}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_0^S \\ \mathbf{U}_{b0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_L^T \mathbf{f}_i^S \\ \boldsymbol{\varphi}_R^T \mathbf{f}_i^S \end{Bmatrix} \quad (\text{L.4-4})$$

と書ける。なお応答系列には下付き 0 を付して、ロケット単体形態における加速度/速度/変位であることを明示する。

さてここで、式 (L.4-2) の第 1 式を周波数領域の表現にして、さらに宇宙機のモード加速度  $\ddot{\mathbf{q}}^l$  についてまとめると、式 (L.4-5) が得られる。ここで  $\omega$  は角周波数、 $i$  は虚数単位である。

$$\ddot{\mathbf{q}}^l(\omega) = - \left( \mathbf{M}_{qq}^l - i \frac{\mathbf{C}_{qq}^l}{\omega} - \frac{\mathbf{K}_{qq}^l}{\omega^2} \right)^{-1} \mathbf{M}_{qb}^l \ddot{\mathbf{U}}_b(\omega) \quad (\text{L.4-5})$$

同様に第 2 式を周波数領域の表現にして、式 (L.4-5) を代入した上で、さらに  $\mathbf{f}_b$  についてまとめれば、式 (L.4-6) が得られる。式 (L.4-6) の中括弧部は、境界点加速度に対する境界点反力の伝達関数であり、動質量と呼ばれる。宇宙機 (Load) の動質量をここでは  $\mathbf{M}^l$  とおく。

$$\mathbf{f}_b(\omega) = \left\{ \mathbf{M}_{qb}^{l^T} \left( \mathbf{M}_{qq}^l - i \frac{\mathbf{C}_{qq}^l}{\omega} - \frac{\mathbf{K}_{qq}^l}{\omega^2} \right)^{-1} \mathbf{M}_{qb}^l - \left( \mathbf{M}_{rig}^l - \frac{\mathbf{K}_{rig}^l}{\omega^2} \right) \right\} \ddot{\mathbf{U}}_b(\omega) \quad (\text{L.4-6})$$

$$\mathbf{f}_b(\omega) = \mathbf{M}^l(\omega) \cdot \ddot{\mathbf{U}}_b(\omega) \quad (\text{L.4-7})$$

続いて式 (L.4-1) 及び式 (L.4-4) の第 1 式を同様に周波数表現にして、 $\boldsymbol{\varphi}_L^T \mathbf{f}_i^S$  を消去してまとめれば、式 (L.4-8) が得られる。

$$\ddot{\mathbf{q}}_0^S(\omega) - \ddot{\mathbf{q}}^S(\omega) = - \left( \mathbf{M}_{qq}^S - i \frac{\mathbf{C}_{qq}^S}{\omega} - \frac{\mathbf{K}_{qq}^S}{\omega^2} \right)^{-1} \mathbf{M}_{qb}^S \left( \ddot{\mathbf{U}}_{b0}(\omega) - \ddot{\mathbf{U}}_b(\omega) \right) \quad (\text{L.4-8})$$

さらに式 (L.4-1) 及び式 (L.4-4) の第 2 式から、 $\boldsymbol{\varphi}_R^T \mathbf{f}_i^S$  を消去し、さらに式 (L.4-8) を代入して、 $\mathbf{f}_b(\omega)$  についてまとめれば、

$$\mathbf{f}_b(\omega) = \left\{ \mathbf{M}_{qb}^{S^T} \left( \mathbf{M}_{qq}^S - i \frac{\mathbf{C}_{qq}^S}{\omega} - \frac{\mathbf{K}_{qq}^S}{\omega^2} \right)^{-1} \mathbf{M}_{qb}^S - \left( \mathbf{M}_{rig}^S - \frac{\mathbf{K}_{rig}^S}{\omega^2} \right) \right\} \left( \ddot{\mathbf{U}}_{b0}(\omega) - \ddot{\mathbf{U}}_b(\omega) \right) \quad (\text{L.4-9})$$

が得られる。式 (L.4-9) の中括弧部は、式 (L.4-6) の中括弧部をロケットの CB パラメータに置き換えたものと同じであり、ロケット (Source) の動質量である。これを  $\mathbf{M}^S$  とおき、

$$\mathbf{f}_b(\omega) = \mathbf{M}^S(\omega) \cdot \left( \ddot{\mathbf{U}}_{b0}(\omega) - \ddot{\mathbf{U}}_b(\omega) \right) \quad (\text{L.4-10})$$

さらにこれを式 (L.4-7) に代入すれば、式 (L.4-11) が得られる。

$$\ddot{\mathbf{U}}_b(\omega) = \left\{ \left( \mathbf{M}^s(\omega) + \mathbf{M}^l(\omega) \right)^{-1} \cdot \mathbf{M}^s(\omega) \right\} \cdot \ddot{\mathbf{U}}_{b0}(\omega) \tag{L.4-11}$$

式 (L.4-11) は、宇宙機非搭載時（ロケット単体時）の境界点加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_{b0}$ から、ロケット/宇宙機結合時の境界点加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_b$ への変換式となっていることが分かる。ロケットの動質量 $\mathbf{M}^s$ とロケット単体形態の境界点加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_{b0}$ はロケット側で予め準備しておくことができるため、これらを宇宙機側に渡せば、外力関数や詳細なモデルを使用せずとも宇宙機側自身で結合時の加速度応答を求めることができる。なお、 $\ddot{\mathbf{U}}_{b0}$ はロケット単体形態のモデルを用いて外力関数毎に1度だけCLAを行って得ればよい。なおこのとき、ロケットのモデルは必ずしも有限要素モデルである必要はなく、十分高次までの弾性モードを取り込んでいるCBモデルでもよい。その場合は、式 (L.4-4) を解けば $\ddot{\mathbf{U}}_{b0}$ が得られる。

式 (L.4-11) は周波数関数の積の形であるが、CLAは時系列データを扱う解析であることから、畳み込み定理により時刻歴演算の形に変換する。まず式 (L.4-11) の中括弧部を $\mathbf{H}$ とおき、以降 $\mathbf{H}$ を「動質量結合関数」と呼ぶ。

$$\mathbf{H}(\omega) = \left( \mathbf{M}^s(\omega) + \mathbf{M}^l(\omega) \right)^{-1} \cdot \mathbf{M}^s(\omega) \tag{L.4-12}$$

ここで、動質量結合関数 $\mathbf{H}$ は境界点の自由度数が $nb$ の時、 $nb \times nb$ のマトリクスが周波数サンプル分並んだ3次元のマトリクスである。 $\mathbf{H}$ の $l$ 行 $m$ 列目における周波数系列を $\mathbf{H}_{l,m}$ とおき、 $\mathbf{H}_{l,m}$ の離散逆フーリエ変換を行えば、インパルス応答 $\mathbf{h}_{l,m}$ が求められる。ここで $k, n$ はサンプル番号であり、全サンプル数 $N$ に対して $k, n = 1, 2, 3, \dots, N$ である。図 L.4.1-2 にこの逆フーリエ変換の操作のイメージを示す。

$$\mathbf{h}_{l,m}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{H}_{l,m}(k) \left( e^{\frac{2\pi i}{N}} \right)^{(n-1)(k-1)} \tag{L.4-13}$$

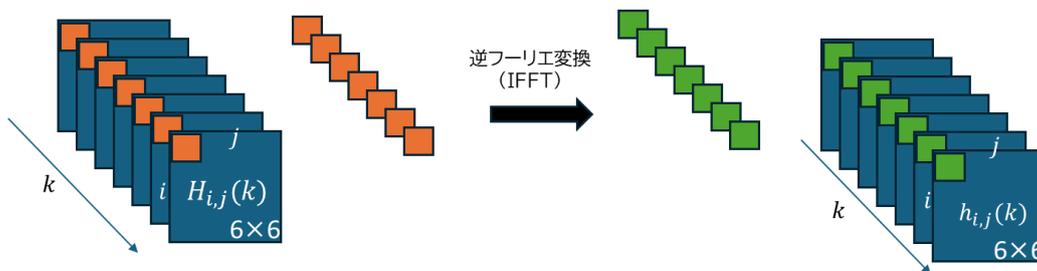


図 L.4.1-2 逆フーリエ変換の操作イメージ

式 (L.4-13) のインパルス応答  $\mathbf{h}_{l,m}$  をロケット単体時の境界点加速度  $\ddot{\mathbf{U}}_{b0}(t)$  に畳み込めば、ロケットと宇宙機結合時の境界点加速度時刻歴  $\ddot{\mathbf{U}}_b(t)$  が求められる。 $\ddot{\mathbf{U}}_b$  の内の  $l$  行  $m$  列の自由度における時刻歴  $\ddot{U}_b(l, k)$  は、具体的には式 (L.4-14) の演算となる。

$$\ddot{U}_b(l, k) = \sum_{m=1}^l \left\{ \sum_{s=1}^k \mathbf{h}_{l,m}(k-s+1) \cdot \ddot{U}_{b0}(m, s) \right\} \quad (\text{L.4-14})$$

ロケットと宇宙機の境界点反力  $\mathbf{f}_b$  (いわゆる分離面荷重) の時刻歴は、境界点加速度と式 (L.4-7) の関係であることから、 $\mathbf{M}^l$  の逆フーリエ変換で得るインパルス応答を式 (L.4-14) の  $\mathbf{h}_{l,m}$  に代入し、同じく式 (L.4-14) における  $\ddot{\mathbf{U}}_{b0}$  を求めた  $\ddot{\mathbf{U}}_b$  に置き換えて畳み込みを行えば求められる。さらに、宇宙機のモーダル自由度の加速度時刻歴応答  $\dot{\mathbf{q}}^l$  は、求めた  $\ddot{\mathbf{U}}_b$  を式 (L.4-2) の第 1 式を変形した式 (L.4-15) に代入し、Newmark  $\beta$  法等の時間積分法により求める。

$$\mathbf{M}_{qq}^l \ddot{\mathbf{q}}^l + \mathbf{C}_{qq}^l \dot{\mathbf{q}}^l + \mathbf{K}_{qq}^l \mathbf{q}^l = -\mathbf{M}_{rig}^l \ddot{\mathbf{U}}_b \quad (\text{L.4-15})$$

宇宙機の物理自由度の加速度応答は予め準備した ATM を用いて式 (L.2-15) によりリカバリが可能である。

#### L.4.2 簡易 CLA の誤差要因

簡易 CLA は通常の CLA と出力結果が完全には一致せず、数%程度の差異が生じる。誤差要因は二つあり、一つ目はそもそもの演算法の違いによるものであるが、この誤差は軽微でありほぼ無視できる。二つ目は表 L.4.2-1 に示す減衰の違いによるものであり、これが簡易 CLA と CLA の結果に有意な差異として現れる。本項ではこれら減衰の相違点について解説する。なお簡易 CLA と CLA の結果の差異についての数値例は L.4.3 項で示す。

表 L.4.2-1 CLA と簡易 CLA 減衰の違い

CLA	簡易 CLA
システム減衰	等価減衰の一部成分

CLA ではロケット/宇宙機結合系について過渡応答解析を行うが、その際に用いる減衰は、システム減衰 (なお、稀にコンポーネント減衰の場合もある) であることは L.2.2 項で述べたとおりである。一方、簡易 CLA において減衰はロケットの動質量  $\mathbf{M}^s$  と宇宙機の動質量  $\mathbf{M}^l$  の算出に必要なパラメータであるが、動質量の算出に適用する減衰は等価減衰の一部成分である。CLA でコンポーネント減衰を使用する場合において、簡易 CLA でもコンポーネント減衰を使用すれば両者の計算結果に減衰起因の計算誤差は生じない。ただし、CLA でコ

ンポーネント減衰を使用する場合は、L.2.6 項で述べたとおり宇宙機側でモード減衰が予め把握できている場合であり、そのようなケースは実際の宇宙機開発において多くはない。そのため、CLA ではシステム減衰を使用することがほとんどであるが、その場合簡易 CLA ではシステム減衰（モード座標系）と等価となる等価減衰（元の座標系）を求め、これの一部の成分を使用することとなる。これによって CLA 結果との誤差が生じる。

式 (L.2-13) のシステム減衰項をマトリクス表示し、これを  $\mathbf{C}_{sys}$  と表記する。なお  $\mathbf{C}_{sys}$  の  $\omega$  は結合系フリーモードの角周波数であり、 $m$  はモード質量である。

$$\mathbf{C}_{sys} = \begin{bmatrix} 2m_1\omega_1\zeta_1 & \cdots & & \\ \vdots & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & \cdots & 2m_i\omega_i\zeta_i \end{bmatrix} \tag{L.4-21}$$

$\mathbf{C}_{sys}$  は結合系のフリーモード座標系における減衰マトリクスであるため、元の座標系における減衰マトリクスを  $\mathbf{C}$  と置けば、式 (L.2-10) 及び式 (L.2-11) と同様にして、式 (L.4-22) により  $\mathbf{C}$  からフリーモード座標系へ変換されたものと見做せる。

$$\mathbf{C}_{sys} = [\boldsymbol{\phi}]^T [\mathbf{C}] [\boldsymbol{\phi}] \tag{L.4-22}$$

式 (L.4-22) から、 $\mathbf{C}_{sys}$  から逆算する形にして、

$$\mathbf{C} = ([\boldsymbol{\phi}]^T)^{-1} \mathbf{C}_{sys} ([\boldsymbol{\phi}])^{-1} \tag{L.4-23}$$

のとおり元の座標系の等価減衰  $\mathbf{C}$  が得られる。なお、 $\mathbf{C}_{sys}$  は対角行列であったが、等価減衰  $\mathbf{C}$  は対角行列ではないことに注意する。 $\mathbf{C}$  のマトリクス成分の内、簡易 CLA ではロケットと宇宙機各系のモード自由度に対応する、式 (L.4-24) における赤枠部の成分を使用する。残りの成分は簡易 CLA では取り込まれないため、これによってシステム減衰（＝等価減衰と等価）を用いる CLA 結果とは誤差が生じる。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{qq}^s & & \\ & & \\ & & \mathbf{C}_{qq}^l & \\ & & & \end{bmatrix} \tag{L.4-24}$$

簡易 CLA ではこの成分を取り入れる。

連成成分であり非ゼロであるが、簡易 CLA では取り入れることが出来ない。

ここは一般的には非ゼロ成分であるが、境界点が 1 点の場合は実質ゼロとなる。

### L.4.3 簡易 CLA 法の適用手順

本項では簡易 CLA の適用手順をまとめる。簡易 CLA の手順は大きく「事前解析」と「本解析」「後解析」の3パートに分けられる。

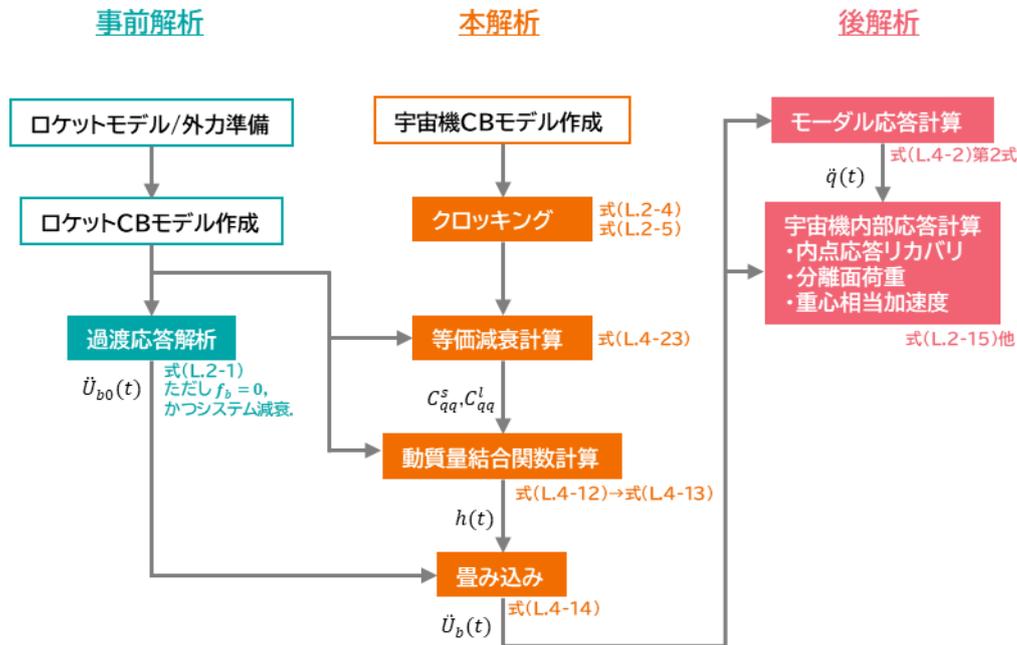


図 L.4.3-1 簡易 CLA の解析フロー

[事前解析]は宇宙機非搭載の形態（ロケット単体）で境界点の加速度時刻歴 $\ddot{U}_{b0}(t)$ を得る解析である。事前解析は外力関数ごとに1度だけ実施すればよく、ロケットの境界点で縮約されたCBモデルのパラメータと、 $\ddot{U}_{b0}(t)$ を予め準備しておけば、宇宙機側は本解析パートから開始できる。 $\ddot{U}_{b0}(t)$ はロケット側でNastran等の有限要素解析ソフトウェアで行って求めるか（その場合の運動方程式は、式(L.2-1)を境界点反力ゼロとしたもの）、あるいはCBモデルを用いて式(L.4-4)の計算を行うことで求められる。なお減衰はロケット単体のシステム減衰を適用する。

[本解析]は、「クロッキング」「等価減衰計算」「動質量結合関数計算」「畳み込み」の4つの手順を順に実行する。「クロッキング」では、座標変換マトリクス $T_{sclv}$ を作成し、式(L.2-4)と式(L.2-5)により宇宙機モデルをロケット座標系に変換する。「等価減衰計算」では、ロケットと宇宙機それぞれのCBパラメータを並べて式(L.4-3)における質量マトリクスと剛性マトリクスを作成し、固有値解析を行ってシステム減衰を作成したのち、式(L.4-23)により等価減衰を計算する。「動質量結合関数計算」では、ロケットと宇宙機それぞれのCBモデルパラメータから式(L.4-12)の動質量結合関数 $H(\omega)$ を求め、逆フーリエ変換によりインパルス応答 $h(t)$ にする。最後に「畳み込み」では、式(L.4-14)の畳み込み計算を行って、ロケットと宇宙機結合時の境界点加速度時刻歴 $\ddot{U}_b(t)$ を求める。

[後解析]では、まず[本解析]で求めた境界点加速度時刻歴 $\ddot{\mathbf{U}}_b(t)$ を使って、式 (L.4-2) 第1式を Newmark  $\beta$  法等の各種時間積分法によりモード加速度 $\ddot{\mathbf{q}}^l(t)$ について解く。そして $\ddot{\mathbf{U}}_b(t)$ 及び $\ddot{\mathbf{q}}^l(t)$ から、L.2.3 項で示したリカバリ解析や L.2.4 項で示した分離面荷重・重心相当加速度の計算等を行う。なお複数の解析ケースの解析を行った場合、ケース間の結果の重ね合わせを行う。

#### L.4.4 簡易 CLA 法の数値例

##### L.4.4.1 大型ロケットと 3ton 級中・大型衛星の CLA への適用例

本項では国産大型ロケットと 3ton 級地球観測衛星の CLA を例に、簡易 CLA を適用した数値例を示す。なお本例では、外力ケースはリフトオフ時のサブケースの一つ、SRB 推力アンバランス立ち上がりケースとした（他のサブケースとの重ね合わせ処理の例示は割愛）。PAF（1194 型）モデルはロケットモデルに予め結合させた。

まず、ロケットの CB モデルを用いて衛星非搭載時の境界点加速度時刻歴 $\ddot{\mathbf{U}}_{b0}(t)$ をモード法過渡応答解析（システム減衰, 減衰比モード一律=0.015 を適用）を行って求めた。ロケットの CB モデルはリフトオフ時のモデルで、100 Hz までの弾性モードを取り込んだ。求めた $\ddot{\mathbf{U}}_{b0}(t)$ を図 L.4.3-2 に示す。

本衛星の座標系はロケット座標系に対して図 L.4.3-3 のとおりクロッキングしており、このとき $\mathbf{t}_{sclv}$ は式 (L.4-31) のとおりである。式 (L.4-31) の $\mathbf{t}_{sclv}$ を用いて、衛星 CB モデルを式 (L.2-4) 及び式 (L.2-5) によりロケット機体座標に合わせた。

$$\mathbf{t}_{sclv} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x^{sc} \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_x^{sc} \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_x^{sc} \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{e}_y^{sc} \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y^{sc} \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_y^{sc} \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{e}_z^{sc} \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_z^{sc} \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z^{sc} \cdot \mathbf{e}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{L.4-31})$$

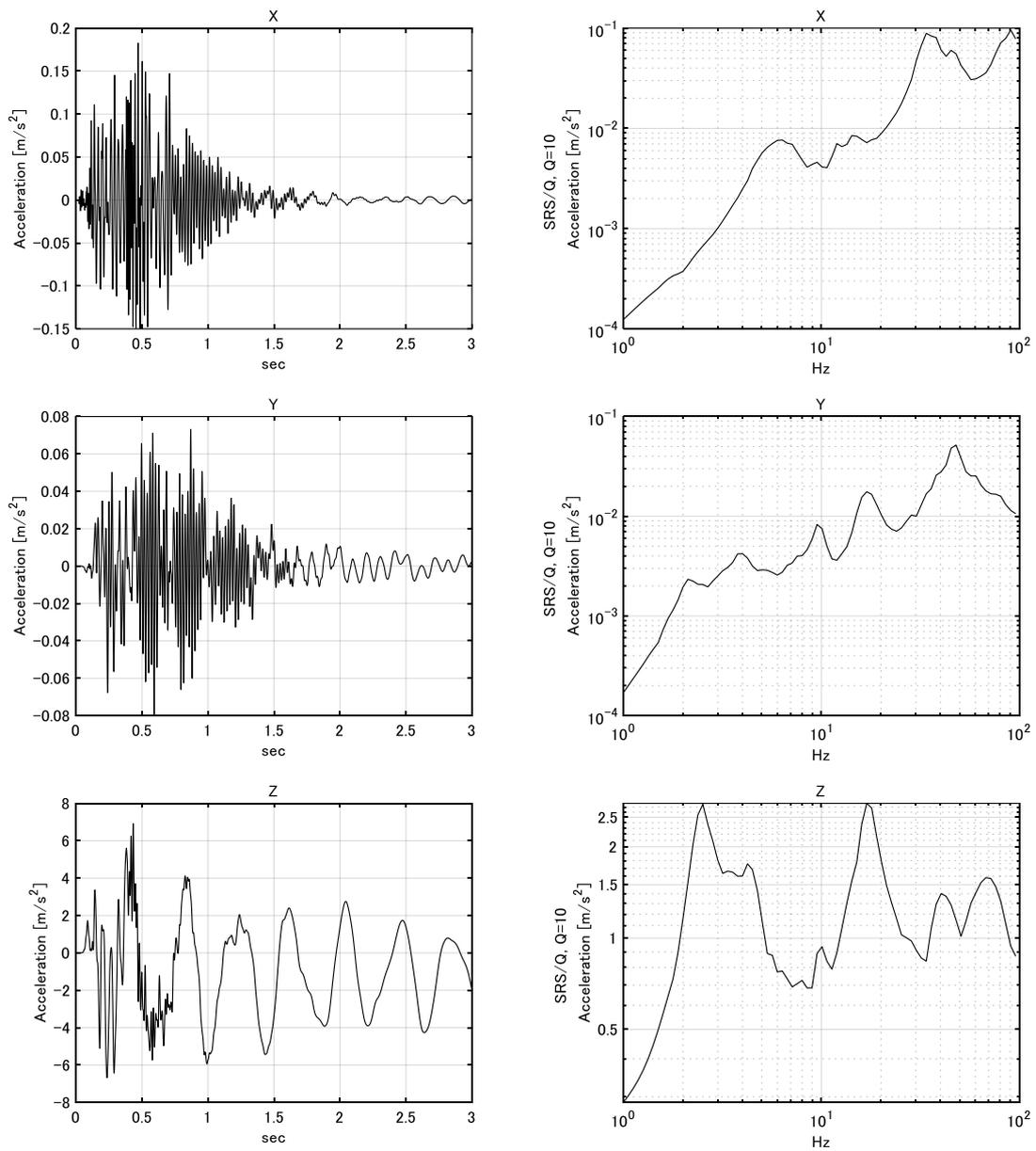


図 L.4.3-1(a) 衛星非搭載時の境界点加速度時刻歴 $\ddot{U}_{b0}(t)$ 【併進3軸】  
 (左列上から X,Y,Z 時刻歴、右列上から X,Y,Z SRS/Q)

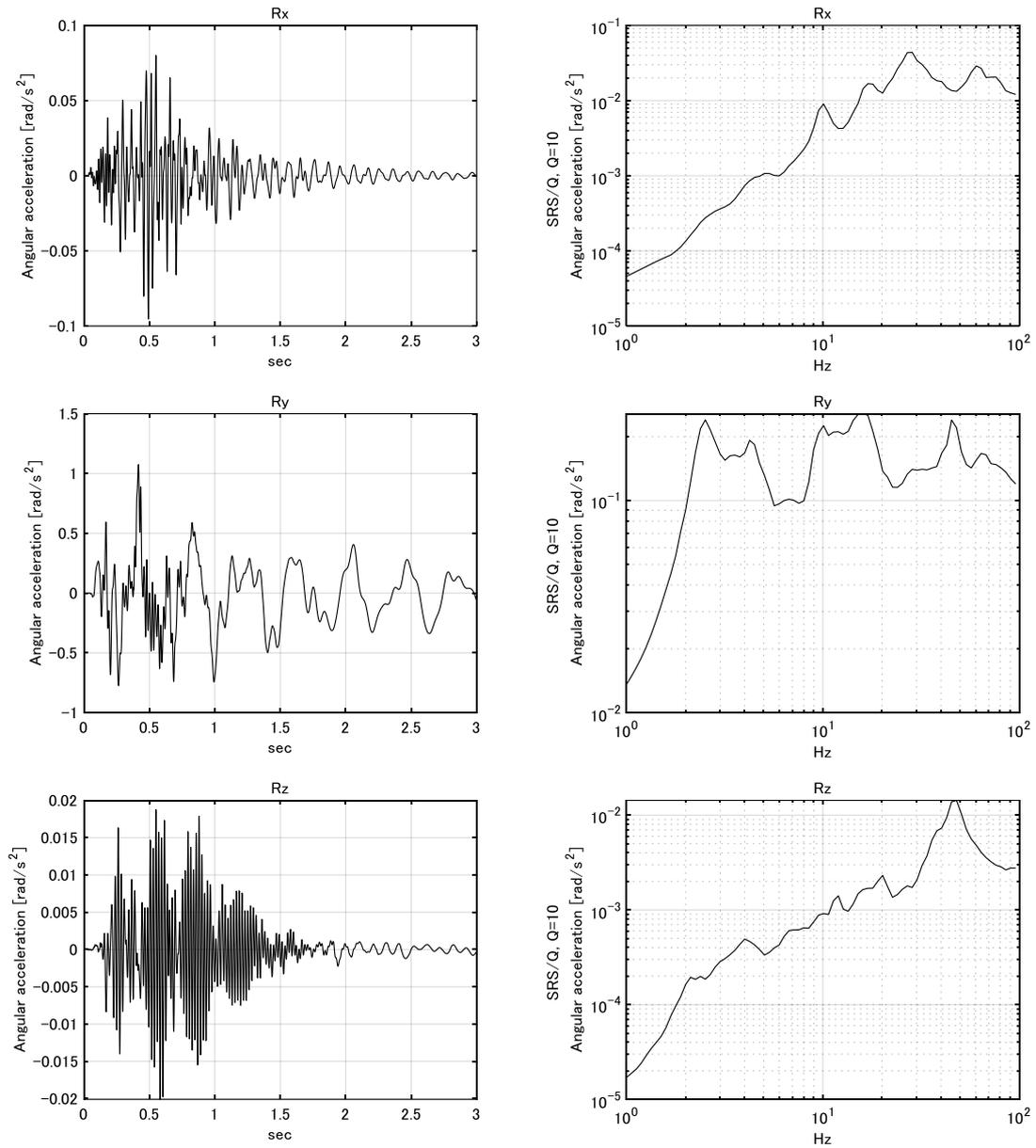


図 L.4.3-1(b) 衛星非搭載時の境界点加速度時刻歴 $\dot{U}_{b0}(t)$ 【回転3軸】  
 (左列上から Rx,Ry,Rz 時刻歴、右列上から Rx,Ry,Rz SRS/Q)

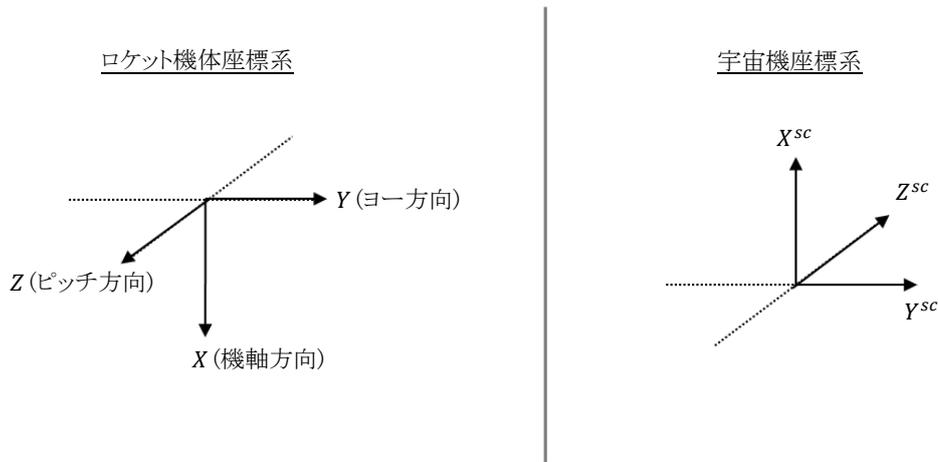


図 L.4.3-3 クロッキング

続いてロケットと衛星の CB モデルパラメータから式 (L.4-3) における質量マトリクスと剛性マトリクスを作成し、結合系フリーフリー境界の固有値解析を行って  $C_{sys}$  を求めた上で、 $C_{sys}$  から等価減衰マトリクス  $C$  を式(L.4-23)により求めた。図 L.4.3-4 は  $C$  の最大値を基準としたマトリクス成分の対数をコンタープロットで示したものである。対角成分が相対的に大きいことが見て取れると同時に、非対角成分に無視できないレベル (-40dB(=1/100)付近の成分) の成分が分布していることが確認できる。簡易 CLA ではこの  $C$  のマトリクス成分のうち、ロケット側の自由度に対応する領域の成分を  $C_{qq}^s$  (0~210 行×0~210 列) として、宇宙機の自由度に対応する領域の成分を  $C_{qq}^l$  (210~487 行×211~487 行) として使用する。

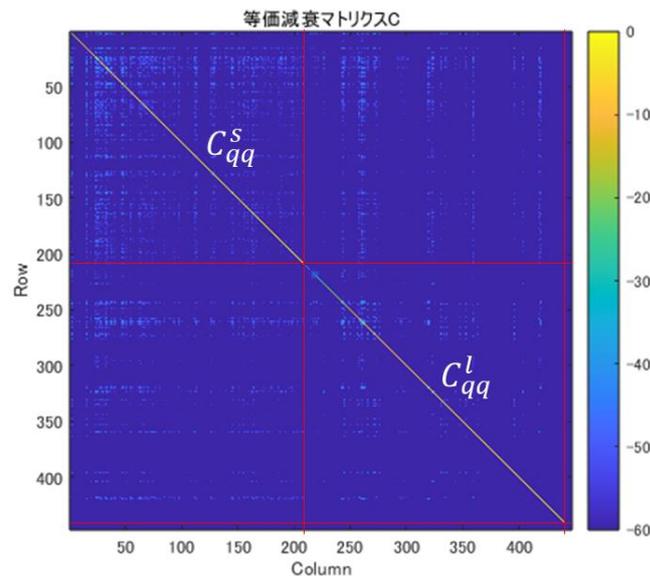


図 L.4.3-4 等価減衰マトリクスのコンター表示 (単位 dB)

次に動質量結合関数 $\mathbf{H}$ を求めた。 $\mathbf{H}$ は周波数関数であるが、周波数分解能については 0.1 Hz とした。周波数レンジ（上側）は解析の時間ステップの逆数であり、今回の解析ケースでは時間ステップを $10^{-4}$  sとしたため、 $10^4$  Hzである。続いて、求めた $\mathbf{H}$ を式 (L.4-13) の逆フーリエ変換によりインパルス応答 $\mathbf{h}$ に変換した。境界点の自由度数はこの例では 1 点であるため、 $\mathbf{H}$ は $6 \times 6$  自由度のマトリクスが周波数方向に $10^5$ サンプル分 ( $10^4$  Hz / 0.1 Hz =  $10^5$  サンプル) 分並んだ 3 次元行列である。図 L.4.3-5 には一例として、 $\mathbf{h}$ の 1 行 1 列目の自由度のインパルス応答の 0~1000 サンプル分を切り出してプロットしたものを示す。

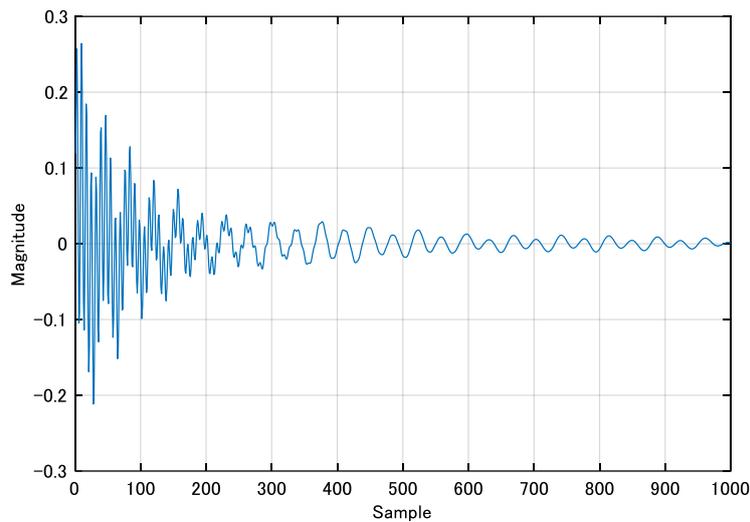


図 L.4.3-5 インパルス応答の例 ( $\mathbf{h}$ の 1 行 1 列目の自由度, 0~1000 サンプル分)

ここまでの手順により求めた $\ddot{\mathbf{U}}_{b0}(t)$ と $\mathbf{h}$ について、畳み込みを行って結合時の境界点加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_b(t)$ を算出した。畳み込みの計算には MATLAB(R2023a)の conv 関数を使用した。図 L.4.3-6(a)及び(b)には、簡易 CLA で求めた $\ddot{\mathbf{U}}_b(t)$ と、比較のため別途準備した CLA 結果の $\ddot{\mathbf{U}}_b(t)$ を重ね合わせた。図 L.4.3-6(a)は $\ddot{\mathbf{U}}_b(t)$ の併進 X, Y, Z 成分の時刻歴と SRS/Q、図 L.4.3-6(b)は回転 Rx, Ry, Rz 成分の時刻歴と SRS/Q である。時刻歴の凡例には CLA 結果の時刻歴絶対値最大に対する簡易 CLA の時刻歴最大応答の誤差 (%) を示している。両者の誤差はたかだか 3.4% (Ry 軸) と小さい。また、SRS/Q の結果は両者ほぼ一致していることが分かる。

図 L.4.3-7 には ATM を用いて式 (L.2-15) によりリカバリした衛星内部自由度の加速度応答の一例を示す。衛星内部自由度の応答も CLA と良く一致していることが確認できる。

なお、本例で行った図 L.4.3-1 における[本解析]の一連の手順を 解析ケース：1 ケース分行って要した解析時間は、以下の PC 構成において 1~2 分程度であった。

- CPU : 12th Gen Intel(R) Core(TM) i9-12900K 3.20 GHz
- 物理メモリ : 64GB
- OS : Windows 10

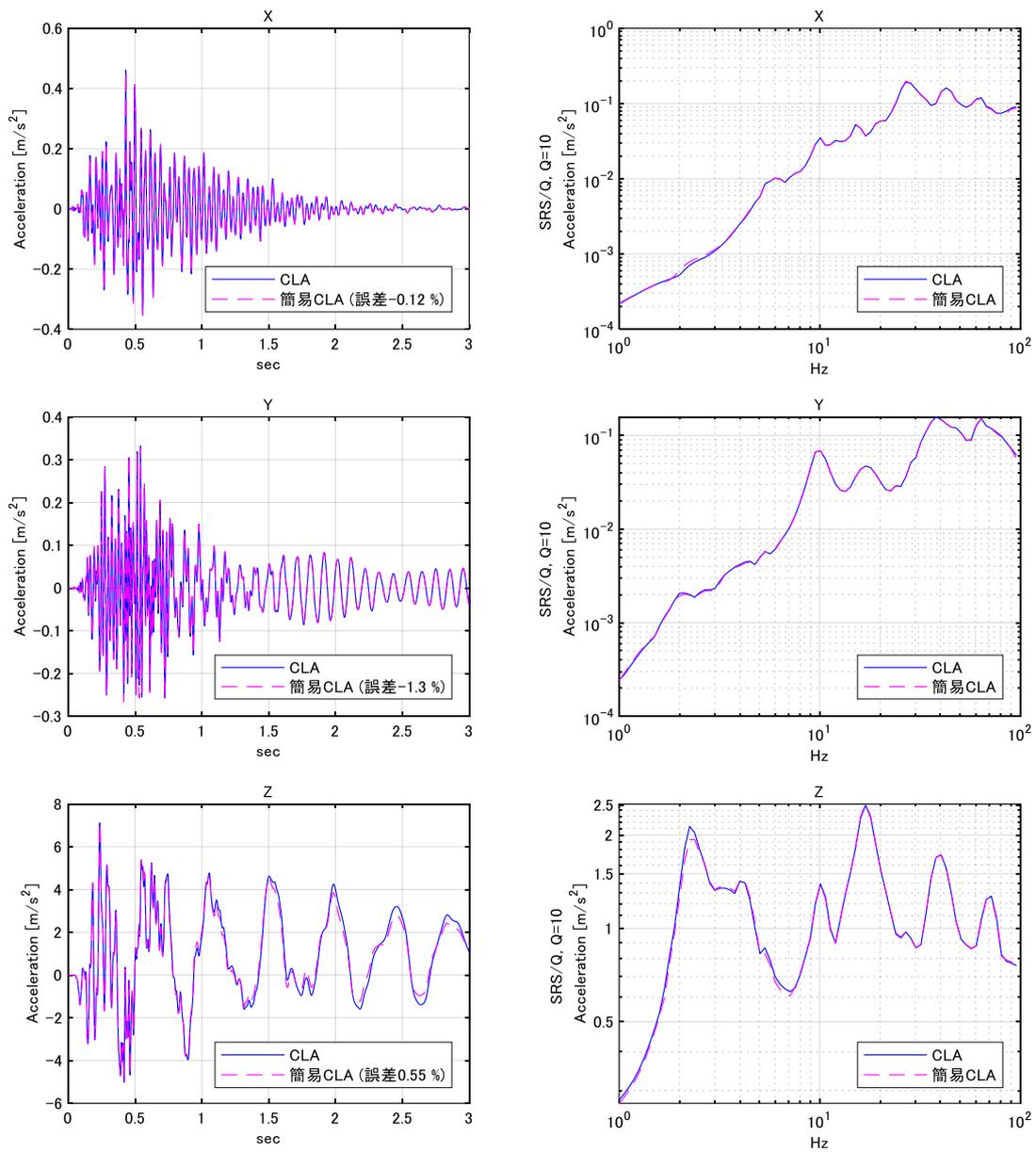


図 L.4.3-6(a) ロケット/衛星結合時の境界点加速度時刻歴 $\dot{U}_b(t)$ 【併進3軸】  
 (左列上から X,Y,Z 時刻歴、右列上から X,Y,Z SRS/Q)

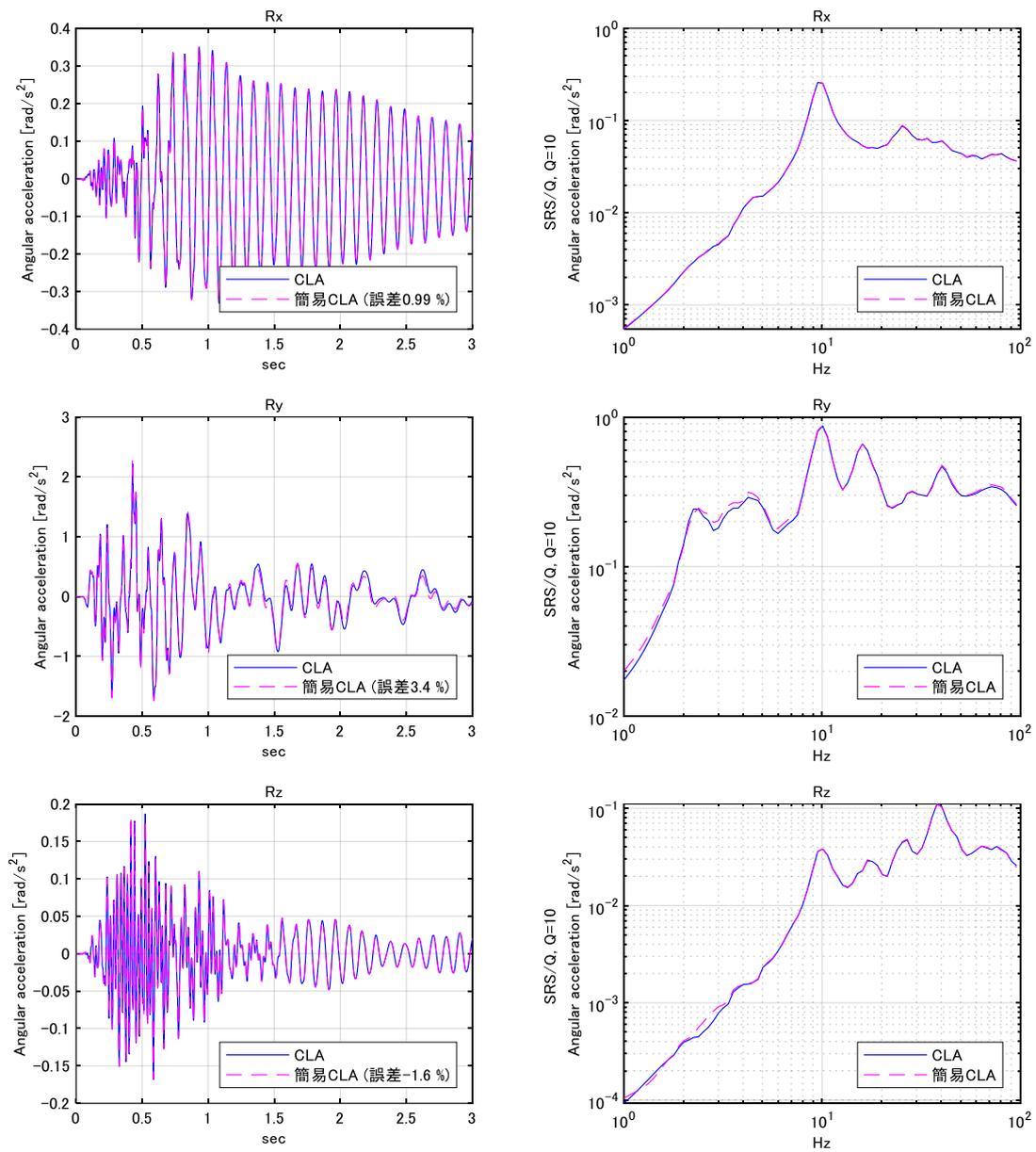


図 L.4.3-6(b) ロケット/衛星結合時の境界点加速度時刻歴 $\dot{U}_b(t)$ 【回転3軸】  
 (左列上から Rx,Ry,Rz 時刻歴、右列上から Rx,Ry,Rz SRS/Q)

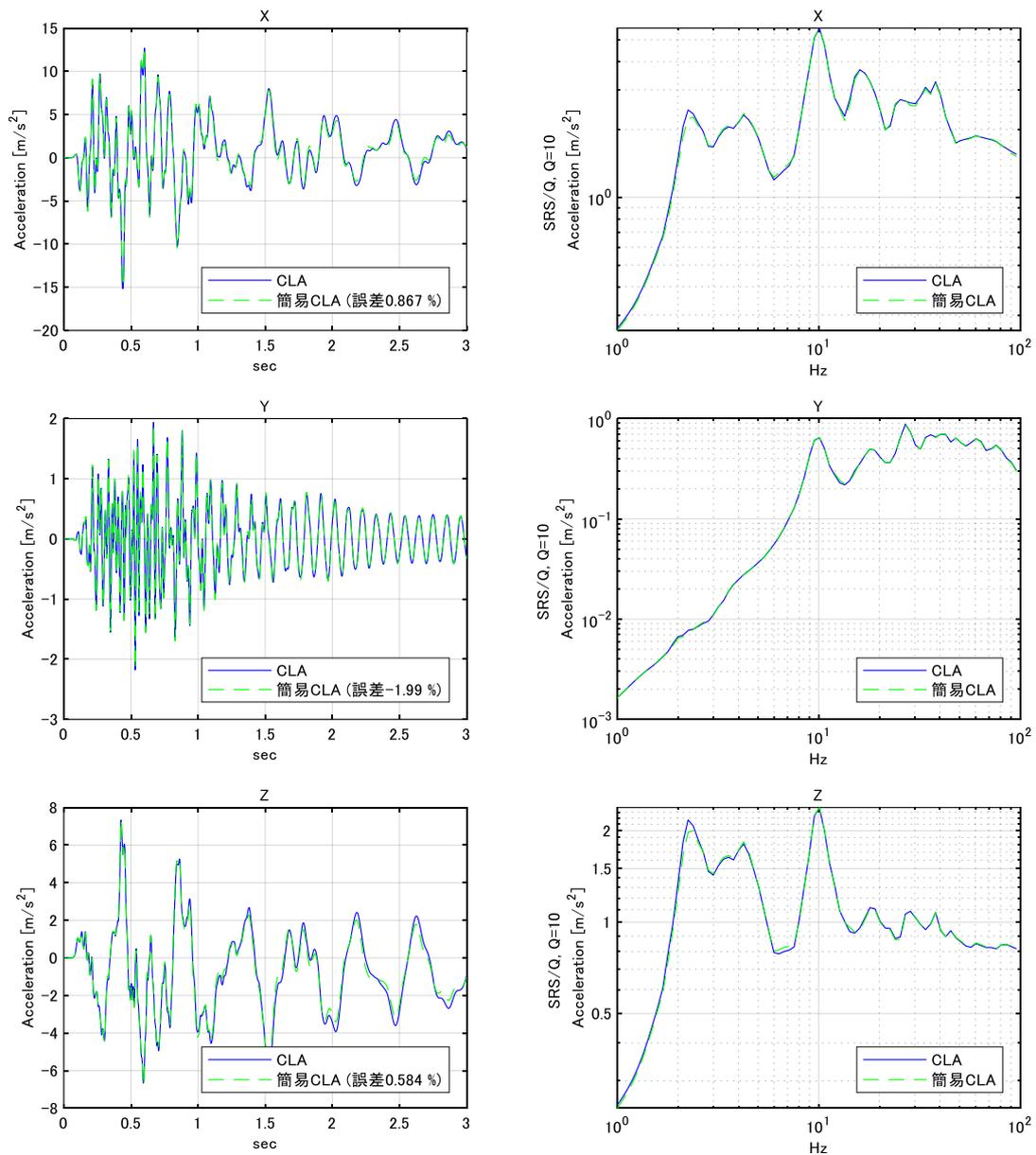


図 L.4.3-7 衛星内部自由度加速度時刻歴 $\ddot{x}_i(t)$ の比較  
 (ミッション部 STT の応答. 左列上から X,Y,Z 時刻歴、右列上から X,Y,Z SRS/Q)

本項では解析ケースとしてリフトオフ時の SRB 推力立ち上がりアンバランスケースを例として取り上げ、図 L.4.3-1 における本解析の手順の数値例を示した。最後に、図 L.4.3-1 の適用手順において[後解析]として行う衛星相当重心加速度の算出の例として、リフトオフ時の他ケース含めた計 4 ケース及び MaxQ ケース（ただし突風層の厚さと突入速度は任意の 1 条件とし、ヨー方向とピッチ方向それぞれ 1 ケースずつをサブケースとして設定）の計 2 ケースについて求めた結果を参考として表 L.4.4-1 に示す。表 L.4.4-1 から、全ケースの最大を比較すると（表中の最終行）、簡易 CLA と CLA の衛星重心相当加速度の誤差は 3.4%（Z 軸）であり、簡易 CLA は十分に実用に足る誤差範囲と言える。

表 L.4.4-1 衛星重心相当加速度の算出結果（ロケット機体座標）

	ケース	X [m/s <sup>2</sup> ]	Y [m/s <sup>2</sup> ]	Z [m/s <sup>2</sup> ]	備考
CLA	LO1A	21.51	0.06	0.10	
	LO1B	20.81	7.52	0.10	
	LO2A	0.70	0.24	7.03	
	LO2B	2.12	6.71	1.38	
	MQP	0.96	0.24	11.18	
	MQY	0.38	11.09	0.21	
	ケース最大	21.51	11.09	11.18	①
簡易 CLA	LO1A	21.51	0.06	0.10	
	LO1B	20.82	7.45	0.10	
	LO2A	0.72	0.23	6.87	
	LO2B	2.13	6.69	1.45	
	MQP	0.98	0.25	11.56	
	MQY	0.39	11.46	0.22	
	ケース最大	21.51	11.46	11.56	②
	誤差②vs①	0.0%	-3.3%	-3.4%	

#### L.4.4.2 簡易 CLA と CLA の結果差異統計

本項では簡易 CLA と CLA の解析結果の差異を統計的に確認した結果を示す。ロケットは国産大型ロケットとし、衛星は表 L.4.4.2-1 に示す諸元の衛星 6 機を対象とした。簡易 CLA を 6 機分それぞれについて行い、衛星内部物理自由度の加速度応答最大値（サブケース結果の重ね合わせはロケット側で行う処理と合わせた）の出力結果を CLA 結果と比較した。

表 L.4.4.2-1 衛星諸元

	衛星 A	衛星 B	衛星 C	衛星 D	衛星 E	衛星 F
質量 (Approx.)	2700 kg	2000 kg	2100 kg	2700 kg	2800 kg	2500 kg
構造様式	シアパネル	シアパネル	シリンダ	シリンダ	シリンダ	シリンダ
内部自由度 数	813	3198	951	1098	1470	1167

図 L.4.4.2-1 は、簡易 CLA と CLA の結果差異 (%) と加速度応答最大値 ( $\text{m/s}^2$ ) に対する発生頻度をコンター図で示したものである。ここでサンプル数は、衛星 6 機分で計 8,697 (自由度) である。図 L.4.4.2-1 より、加速度応答が小さい領域で簡易 CLA と CLA の差異は大きく、加速度応答が大きい領域で差異は小さくなっていることが分かる。図 L.4.4.2-2 は、簡易 CLA と CLA の結果差異の発生頻度を確率密度で示したものである。確率密度は差異 0% の付近が鋭く、かつ  $\pm 5\%$  以内の領域に分布は集中している。なお差異が  $\pm 5\%$  以内となる確率は、図 L.4.4.2-2 における  $\pm 5\%$  の領域を積分すると 98.7% である。

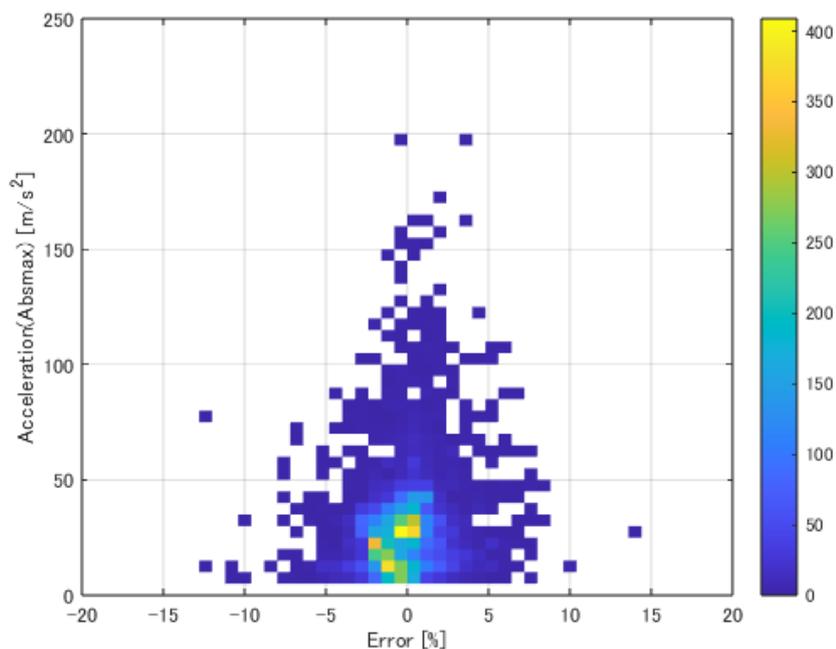


図 L.4.4.2-1 衛星内部自由度加速度差異と加速度応答の関係 (衛星 6 機分データ)  
(縦軸：加速度絶対値最大 $[\text{m/s}^2]$ 、横軸：簡易 CLA と CLA の差異 $[\%]$ 、カラー：頻度 $[\text{回}]$ )

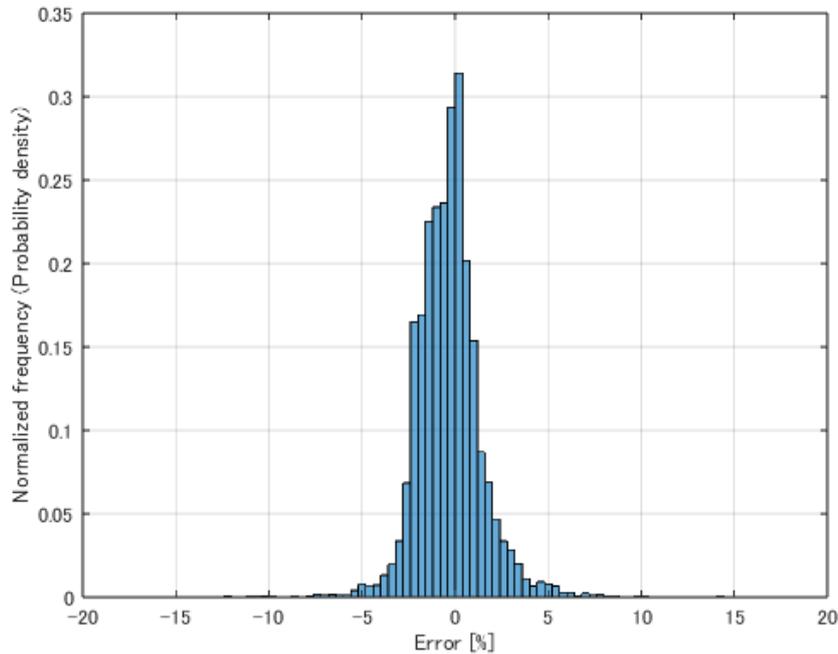


図 L.4.4.2-2 衛星内部自由度加速度差異の確率密度 (衛星 6 機分データ)  
(縦軸：確率密度、横軸：簡易 CLA と CLA の差異[%])

## L.5 参考文献

- [L-1] Roy R. Craig Jr. and Mervyn C. C. Bampton, “Coupling of Substructures for Dynamic Analysis”, AIAA Journal, Vol. 6, No.7, July 1968.
- [L-2] Wijker, J., “Spacecraft structures”, Springer (2008).
- [L-3] H-IIA User’s Manual, ver4.0, February 2015.
- [L-4] Newmark, N. M., "A method of computation for structural dynamics.", Journal of the engineering mechanics division 85.3, pp67-94 (1959).
- [L-5] 丹羽 智哉, 篠原 信行, 施 勤忠, “人工衛星の構造変更時における結合振動応答の迅速な更新手法の提案”, 日本機械学会論文集, 86 卷, 892 号, p. 20-00379(2020).
- [L-6] 丹羽 智哉, 安藤 成将, 施 勤忠, “動質量の結合と inertia relief を用いたロケットと宇宙機の柔結合荷重解析の簡易解析手法の提案”, 日本機械学会論文集, 90 卷, 933 号, p. 23-00316(2024).
- [L-7] Kaufman, Daniel S., Scott Gordon and Arya Majed. “Norton-Thevenin Receptance Coupling (NTRC) as a Payload Analysis Tool.”, Proceedings of the European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Environmental Testing (ECSSMET) (2018).
- [L-8] 長松昭男, 大熊政明, 部分構造合成法, 培風館 (1991).