

限定なし



音響試験ハンドブック

2023年 3月 31日 E改訂
(平成20年 9月 3日 制定)

宇宙航空研究開発機構

免責条項

ここに含まれる情報は、一般的な情報提供のみを目的としています。JAXA は、かかる情報の正確性、有用性又は適時性を含め、明示又は黙示に何ら保証するものではありません。また、JAXA は、かかる情報の利用に関連する損害について、何ら責任を負いません。

Disclaimer

The information contained herein is for general informational purposes only. JAXA makes no warranty, express or implied, including as to the accuracy, usefulness or timeliness of any information herein. JAXA will not be liable for any losses relating to the use of the information.

発行

〒305-8505 茨城県つくば市千現 2-1-1

宇宙航空研究開発機構 安全・信頼性推進部

JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency)

目次

1. 総則	1
1.1 目的	1
1.2 参考文献	1
1.2.1 宇宙航空研究開発機構（JAXA）文書.....	1
1.2.2 海外の規格等.....	1
1.3 用語・略語の定義.....	2
1.3.1 用語	2
1.3.2 略語	6
1.4 本試験ハンドブックの構成.....	7
2. 音響試験に関連する事項.....	10
2.1 打上げ時の音響環境.....	10
2.2 局所音圧上昇とその発生時の宇宙機振動応答.....	11
2.3 音響加振とベース加振によるランダム振動環境の選択とその比較手法.....	19
2.3.1 試験方法選択時に考慮すべき事項.....	19
2.3.2 音響加振とベース加振によるランダム振動環境の比較手法.....	21
2.4 音響試験時の累積疲労損傷.....	23
2.5 参考文献	23
3. 音響負荷時の応答の予測法.....	24
3.1 外挿手法	26
3.2 統計的エネルギー解析(SEA)	26
3.3 音響振動解析システム(JANET).....	28
3.4 境界要素法を用いた構造音響連成解析.....	30
3.5 ジョイントアクセプタンスを用いた応答解析.....	30
3.6 FEM-SEA 統合法	30
3.7 参考文献	31
4. 音響試験	32
4.1 反響室	32
4.1.1 低周波領域における音響試験設備の音圧の分散.....	33
4.2 音源	34
4.3 音場の制御	35
4.3.1 制御用マイクロホンの選定.....	37
4.4 計測系（加速度計測）	37
4.5 供試体の設置	38
4.5.1 供試体単体を吊り下げる方法.....	38
4.5.2 剛な治具を用いる方法.....	39

4.5.3	実機相当の治具を用いる方法.....	40
4.6	参考文献.....	40
5.	計測データの評価.....	41
5.1	計測データの解析手法.....	41
5.2	パワースペクトル密度関数の信頼区間.....	41
5.3	パワースペクトル密度関数の分解能誤差.....	43
5.4	ランダム応答スペクトラムによるランダム振動環境条件逸脱時の評価.....	45
5.5	Miles の式の使用範囲・評価.....	47
5.6	計測データの不確かさ評価.....	48
5.6.1	不確かさとは.....	48
5.6.2	計測データの厳密な評価.....	48
5.7	参考文献.....	49
Appendix A	音響試験条件の設定に関する一手法.....	1
A.1	統計値としての最大予測環境.....	2
A.2	最大予測環境の計算方法.....	3
A.3	最大予測環境に関して行われている検討について.....	4
A.4	試験条件と累積疲労損傷.....	5
A.4.1	各国標準における音響試験条件と累積疲労損傷値の比較.....	5
A.4.2	累積疲労損傷値に基づく試験条件.....	6
A.5	参考文献.....	8
Appendix B	局所音圧上昇の理論解析.....	1
B.1	局所音圧上昇の解析方法.....	1
B.1.1	FEM/BEM による局所音圧上昇の解析方法.....	1
B.1.2	直方体形状の局所空間における音響モード周波数の簡易解析方法.....	4
B.2	音響系と構造系のモード連成による宇宙機振動応答解析.....	5
B.2.1	音響・構造のモード連成解析.....	5
B.2.2	音響・構造モード連成の実験結果.....	13
B.3	(参考) フィルエフェクト.....	17
B.4	参考文献.....	19
Appendix C	ランダム振動試験と音響試験の選択方法について.....	1
C.1	供試体の面密度による音響試験とランダム振動試験の有効性の簡易検討方法.....	3
C.2	ジョイントアクセプタンスと有効質量を用いた応答比較法.....	6
C.2.1	解析理論.....	6
C.2.2	応答比較手法の簡易化.....	8
C.3	音響試験とランダム振動試験の選択と注意点.....	9
C.4	参考文献.....	10

Appendix D 累積疲労損傷の評価方法	1
D.1 簡易的な応力見積もり方法.....	1
D.2 故障及び疲労評価の方法.....	2
D.2.1 逆パワー則 (Inverse Power Law)	2
D.2.2 S-N 曲線による累積疲労損傷モデル	2
D.2.3 線形累積疲労損傷マイナー則.....	3
D.3 累積疲労損傷の具体的計算方法と計算例.....	5
D.4 参考文献.....	16
Appendix E 累積疲労損傷率の解説	1
E.1 信頼度と関連付けが可能な累積疲労損傷モデル	1
E.2 簡易的な累積疲労損傷率モデル	9
E.3 (参考) 材料減衰の特性を用いた累積疲労損傷率のモデル	10
E.4 累積疲労スペクトラムを用いたフライト累積疲労損傷度の分析.....	13
E.5 フライト品の地上試験実績に基づいた信頼度モデル	17
E.6 参考文献.....	24
Appendix F 外挿手法による音響負荷時の応答予測法.....	1
F.1 外挿手法.....	1
F.2 参考文献.....	3
Appendix G 統計的エネルギー解析による音響負荷時の応答予測法	1
G.1 統計的エネルギー解析の基礎理論.....	1
G.2 SEA による宇宙機外面平板の応答予測	5
G.3 参考文献.....	8
Appendix H 音響振動解析システム	1
H.1 システムの概要.....	1
H.2 JANET の予測法	3
H.3 JANET による安全側の上限值 (包絡値) 予測法.....	3
H.4 参考文献.....	5
Appendix J 音響試験設備の例	1
Appendix K パネル構造へ入射する音波の角度と振動応答	1
K.1 音圧分布と構造振動モードの連成理論.....	1
K.1.1 パネル構造の音響加振応答.....	1
K.1.2 音響連成項の検討.....	3
K.2 スピーカを用いた簡易音響試験と反響室での音響試験の比較実験	8
Appendix L 制御マイクロホンの個数に関する実験結果.....	1
L.1 試験実績による検討結果	1
L.2 参考文献.....	2

Appendix M	拡散音場中の境界における音圧上昇	1
M.1	理論検討	1
M.2	実験による検討	3
Appendix N	音響試験中の治具の振動	1
N.1	治具の振動の影響を簡易的に見積もる方法	1
N.2	治具振動の影響の検証例	4
Appendix P	RRS 解析の定義	1
Appendix R	音響試験公差の比較	1
R.1	参考文献	2
Appendix S	ジョイントアクセプタンスを用いた簡易音響振動解析	1
S.1	解析理論	1
S.2	応答解析の簡易化	4
S.3	参考文献	5
Appendix T	FEM-SEA 統合法	1
T.1	解析理論	1
T.2	統合法を用いた宇宙機の音響振動解析	3
T.3	参考文献	5

1. 総則

1.1 目的

本ハンドブックは、「宇宙機一般試験標準」(JERG-2-130)における音響試験を実施する際の考え方を解説したものであり、JERG-2-130をテーラリングする際の指針として活用されることを想定している。

本ハンドブックには、宇宙機の地上での音響試験の目的、予測解析手法、実施方法、使用する設備、計測技術、結果の評価方法から構成されており、海外の動向を反映し、またJAXAの宇宙機開発プログラムにおいて得られた音響試験の経験、知見及び研究開発の成果を積極的に取り入れている。本ハンドブックに言及されていない知見や技術については、今後、内容を検討のうえ積極的に反映していくものとする。

1.2 参考文書

参考文書を下記に示す。

1.2.1 宇宙航空研究開発機構 (JAXA) 文書

(1) JERG-2-130, 宇宙機一般試験標準.

1.2.2 海外の規格等

- (1) NASA-STD-7002, *Payload Test Requirement*, (1996-10).
- (2) NASA-STD-7001, *Payload Vibroacoustic Test Criteria*, (1996-6).
- (3) GEVS-SE Rev A, *General Environmental Verification Specification for STS & ELV Payloads, Subsystems and Components*, (1996-6), NASA.
- (4) ESA PSS-03-204 Issue 1, *Structural Acoustics Design Manual*, (1996-3).

1.3 用語・略語の定義

1.3.1 用語

- (1) インピーダンス法
 加速度応答予測の手法の一つ。
 搭載機器を質点、平板を無限板と仮定して応答予測する手法。
- (2) 受入試験
 一般的に、各対象品目がフライトに値するものであることを実証する試験。
 AT(Acceptance Test)と呼ばれる。
- (3) FEM-SEA 統合法
 加速度応答予測の手法の1つ。
 決定論的サブシステム (FEM) と統計的サブシステム (SEA) の統合理論をベースとした手法である。本ハンドブックでは構造を FEM、音響空間を SEA としてモデル化する。
- (4) オーバーオール
 各周波数バンドの音圧レベルの総和をとった合成レベルのこと。
 周波数バンド毎のバンドレベルを L_1, L_2, \dots, L_n (dB) とすると、オーバーオールレベル L_{OA} (dB) は、以下の式で示すことが出来る。

$$L_{OA} = 10 \log(10^{L_1/10} + 10^{L_2/10} + \dots + 10^{L_n/10})$$
- (5) オクターブバンド
 ある周波数を中心として上限と下限の周波数の比が2倍になる周波数の幅(帯域幅)を1オクターブバンドという。
- (6) 音響加振
 供試体に音響負荷をすることによって、供試体に振動が励起されること。
- (7) 音圧レベル(Sound Pressure Level)
 音圧の実効値を対数表示したもの。
 音圧レベルは以下の式で示すことが出来る。

$$L = 20 \log(p/p_0) \quad p = \text{音圧(Pa)}, \quad p_0 = 2 \times 10^{-5} \text{(Pa)} \text{ (基準値)}$$
- (8) 外挿手法
 加速度応答予測の手法の一つ。
 物理量のスケージングに基づいており、解析モデルが不要で、過去データから予測を行う。
- (9) 拡散音場
 音のエネルギー密度が空間的に一様で、全ての方向に対するエネルギー流れが確率的に等しいとみなされる分布をしている音場。

- (10) 加速度センサ
加速度を計測するセンサ。圧電形や半導体ゲージ形等、様々な種類がある。
- (11) 空音場
反響室に供試体がない状態の音場のこと。
- (12) 境界要素法(BEM, Boundary Element Method)
解析手法の一つ。
有限要素法と異なり解析対象の境界面の要素分割をして解析を行う。無限空間も扱える。
- (13) 局所音圧上昇
宇宙機とフェアリング間や宇宙機の構体間のような狭い空間で発生する局所的な音圧上昇現象。
- (14) Q 値
共振点の立ち上がりの鋭さ。共振点のピーク値からエネルギーが半分になる周波数の幅（半値幅）と共振周波数の比から算出する。
- (15) 共振
外部からの振動周波数と、音響加振対象（供試体）の固有振動数が一致し、振幅が大きくなる現象。
- (16) コインシデンス周波数（臨界周波数）
透過損失が著しく低下する周波数。
音響によって構造に生じる強制曲げ振動の伝播速度と音響の伝播速度が一致し、構造が遮音の効果を失う周波数のこと。
- (17)最大予測環境
宇宙機システム、サブシステム及びコンポーネントが組立後からミッション終了まで（地上輸送、地上ハンドリング及びフライト等）の全ての期間において遭遇すると予測される最大の環境レベル。尚、地上輸送及び地上ハンドリングの環境を予測することは困難であり、これらは予測可能なフライト環境に包絡されるように工夫及び考慮が成されるのが一般的である。このことを前提として、本標準における最大予測環境は特に規定される場合を除いて最大予測フライト環境と等価として扱う。
- (18)最大予測フライト環境
宇宙機システム、サブシステム及びコンポーネントが、組立後からミッション終了まで（地上輸送、地上ハンドリング及びフライト等）の全ての期間において遭遇すると予測される最大の環境レベル。最大予測フライト環境の推定には適切な統計的手法が

使用される。統計値がない場合、顧客との合意に基づく。

(19) 遷音速

亜音速と超音速が共存する流れのこと。

一般的にマッハ 0.8~1.2 を示す。

(20) JANET

統計的エネルギー解析法により、宇宙機パネル上の搭載機器のランダム振動を予測するシステムで、JAXA 試験センターにより開発された。NASA Lewis 法、JAXA インピーダンス法、及び経験則による三種類の手法が組み込まれている。

(21) ジョイントアクセプタンス

ある音圧に対する構造物の応答のしやすさを各振動モードに対して表す指標のこと。構造数学モデルから求められるモード形状を含む数値積分により表される。

(22) 信頼区間・信頼水準

信頼区間とは、ある統計量がどのような数値の範囲にあるかを確率的に示す方法であり、信頼水準はその確率を表す。例えば、ある統計量が 95%の確率で a から b の間にあるとき、信頼区間は、 $[a, b]$ であり、信頼水準は 95%である。

(23) 統計的エネルギー解析(SEA)

加速度応答予測の手法の一つ。

解析対象の構造物（又は音響空間）を複数のサブシステムに分割し、サブシステム間のパワーフロー平衡方程式により、各サブシステムのエネルギーを出力する。

(24) デシベル

音に関する量は変化の範囲が非常に広いため、基準値との比をとったものを対数表現する（例：音圧レベルの場合、 $2 \times 10^{-5} \text{Pa}$ を基準値(0dB)とする）。dB 換算すると掛け算が和算となるため、計算が容易になる利点がある。

(25) NASA Lewis 法

SEA を用いた加速度応答予測の手法の一つ。

搭載機器の有無に関わらず平板のモード密度とコインシデンス周波数が不変であるとし、機器質量は平板様に分布していると仮定する応答予測手法。

(26) 認定試験

一般的に、設計要求が満足されていることを保証するためにフライトモデルに適切なマージンが含まれることを検証するための試験。QT(Qualification Test)と呼ばれる。

(27) 反響室

音響試験設備において高レベルの拡散音場を得るために、壁・床・天井の音の反射

率を可能な限り大きくし、さらに各周波数帯域で十分な数の定在波が発生するように設計された試験室。

(28) パワースペクトル密度

単位周波数あたりのエネルギー（応答の2乗）を示し、以下の式で表される。

$$G_x(f) = \frac{2}{T} |X(f, T)|^2$$

ここに、 $X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt$: 信号 $x(t)$ の時間 T のフーリエ変換

(29) ピストンホン

マイクロホンの動作確認のために使用する機器。

(30) フーリエ変換

周波数解析の一つ。

ある信号の時間領域を周波数領域に変換する。

(31) フィルエフェクト

宇宙機がフェアリング内の空間を占有することによって、宇宙機とフェアリング間の狭い空間における音圧レベル(SPL, Sound Pressure Level)が空のフェアリング内の音圧レベルより大きくなる現象。局所音圧上昇の一現象。

(32) フェアリング

ロケット上部の宇宙機を収納する構造体。

(33) マイクロホン

音圧を測定するための機器。

(34) モード

ある振動数で振動しているときに現れる、特有のパターン（形）のこと。

(35) 有限要素法(FEM, Finite Element Method)

解析手法の一つ。解析対象を内部まで要素分割して解析を行う。

(36) ランダム振動

どの瞬間においても、あらかじめ定めた範囲内にて振幅、周波数が予測することができない、不規則な振動のこと。

1.3.2 略語

本ハンドブック内で使用する略語を以下に示す。

—A—	AT	Acceptance Test	受入試験
—B—	BEM	Boundary Element Method	境界要素法
—D—	dB	Decibels	デシベル
—F—	FEM	Finite Element Method	有限要素法
—J—	JANET	JAXA Acoustic Analysis Network System	音響振動解析システム
—M—	MPE	Maximum Predicted Environment	最大予測環境
—P—	PSD	Power Spectrum Density	パワースペクトル密度
—Q—	QT	Qualification Test	認定試験
—S—	SEA	Statistical Energy Analysis	統計的エネルギー解析
	SPL	Sound Pressure Level	音圧レベル

1.4 本試験ハンドブックの構成

一般的な音響試験の作業の流れを以下に示し、図 1-1 に音響試験の流れを示す。

- (1) 音響試験設備に供試体である宇宙機を搬入する。
- (2) 音響試験時の供試体各点の応答をモニタするための加速度センサを供試体に貼り付け、試験準備を行う（歪計測を行うこともある。このときは歪センサを供試体に貼り付ける）。
- (3) 音響試験設備を用いて供試体に音圧を負荷し、計測系により加速度・歪データを収集する。
- (4) 収集された加速度データの周波数解析を行い、撤収を行う。

尚、(2)のセンサ類取付作業は、(1)の音響試験設備への搬入に先立って実施する場合も多い。

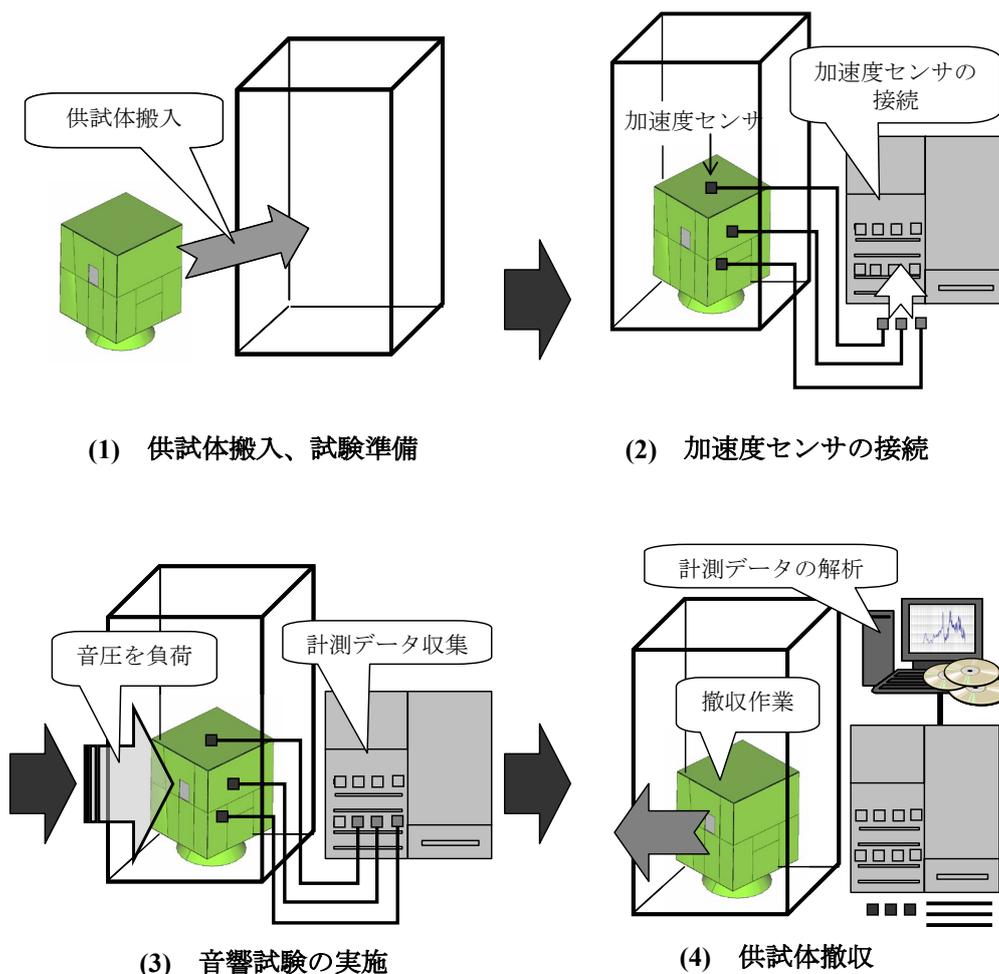


図 1-1 音響試験の流れ図

本試験ハンドブックは以下のように構成されている。図 1-2 に、音響試験の大まかな流れと本試験ハンドブックの構成を示す。

2 項 音響試験に関連する事項

本項では、音響試験の実施に当たり、直接的には関連しないが重要と考えられる事項について述べる。2.1 項では、宇宙機がロケットにより打ち上げられる際の音響環境について概要を述べる。2.2 項では、宇宙機とフェアリングや宇宙機構体と太陽電池パドル間のように狭い空間で発生する局所音圧上昇について述べ、局所音圧上昇による音圧レベルの上昇量が規定された場合の音響試験レベルの緩和方法の一例を示す。2.3 項では、音響加振とベース加振によるランダム振動環境の違いによる振動応答を比較する手法について述べる。2.4 項では、音響試験の結果、供試体に蓄積される累積疲労損傷の計算方法について述べる。

3 項 音響負荷時の応答の予測法

宇宙機開発の初期段階では、音響試験の音圧負荷により生じる各部のランダム振動レベルを搭載機器の設計条件として規定する必要がある。その際に有効となる予測手法として、本項では、外挿手法、統計的エネルギー解析(SEA)、SEA をベースに開発され音響振動解析システム(JANET)、境界要素法を用いた構造音響連成解析、ジョイントアクセプタンスを用いた応答解析、及び FEM-SEA 統合法について述べる。

4 項 地上音響試験

本項では、音響試験を実施する設備について述べる。4.1 項では、拡散音場を実現するための反響室について述べ、原理的に不可避な音圧のばらつきについて述べる。4.2 項では高音圧を発生させる音源について述べる。4.3 項では、音場の制御に必要な制御系について述べ、必要な制御マイクロホン本数や適切なマイクロホンの選定について述べる。4.4 項では、音響負荷により生じる供試体の振動を計測するシステムについて述べ、レンジ設定や加速度センサの選定など、計測系の設定における注意点について述べる。4.5 項では、供試体の設置方法と留意事項について述べる。

5 項 計測データの評価

本項では、音響試験の結果得られた供試体の加速度データの評価について述べる。5.1 項は、計測データの特徴と周波数解析方法について述べる。5.2 項では、音響試験の評価で一般的に用いられるパワースペクトル密度関数(PSD)について述べ、その統計的な性質と信頼区間について述べる。5.3 項では、PSD の分解能周波数は、供試体の減衰を考慮して決定する必要があることを述べる。5.4 項では、PSD が所定の既定値を上回った場合に有効なランダムレスポンス解析(RRS)とその使用方法を述べる。5.5 項では、RRS の簡易計算法である Miles 式とその注意点について述べる。5.6 項では、計測データの不確かさの評価に

ついて述べる。

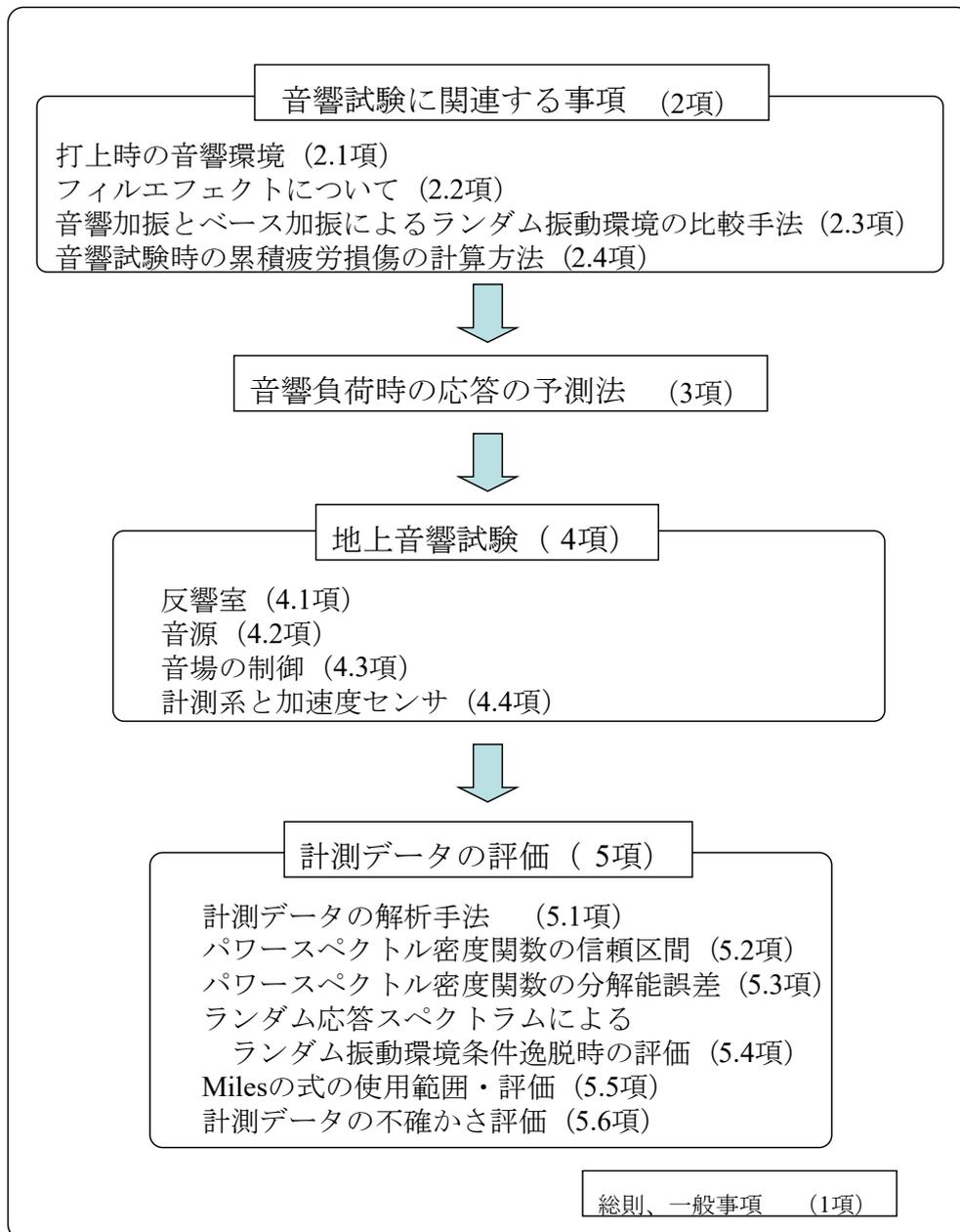


図 1-2 音響試験の大まかな流れと本試験ハンドブックの構成

2. 音響試験に関連する事項

2.1 打上げ時の音響環境

射点からのロケット発射時には、エンジン排気流と周辺空気や建物の干渉により生じる音響が地上で反射され、ロケット機体、及びフェアリング内部に収納されている宇宙機にとって最も過酷な音響環境となる。また、ロケットが遷音速になると、フェアリング外壁に発生する非定常な乱流や衝撃波による流体的加振がフェアリング壁のランダム振動を励起し、内部の宇宙機に音響環境を与える。

ロケット打上げ時のフェアリング内部の音響計測データの一例を図 2-1 に示す。音圧の大きさは時間と共に変化しており、非定常な現象であることが分かる。図 2-1 のようにフェアリング内部の最大音響発生時間帯は、発射後数秒（2～4 秒）となるものが多い。これらの音響負荷は非定常かつ低周波から高周波成分を有するランダムな現象である。宇宙機に作用するランダム振動は主に音響負荷によることが多い。

発射後数秒の音響環境発生メカニズムを図 2-2 に示す。音響の発生する主な原因は、燃焼ガスの圧力変動、エンジン排気流と周辺の静止した空気との混合・摩擦により生成する流体渦から発生する音響、エンジン排気流と射点建築物（発射棟、煙道、移動発射台周囲設備及び地形等）の干渉及び反射である[2-1]。

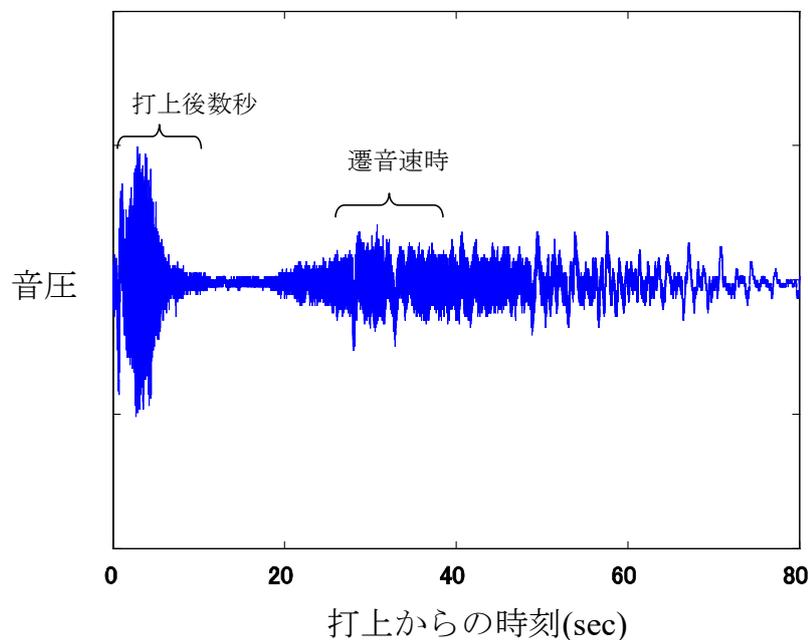


図 2-1 ロケット打上げ時のフェアリング内音響計測データの一例

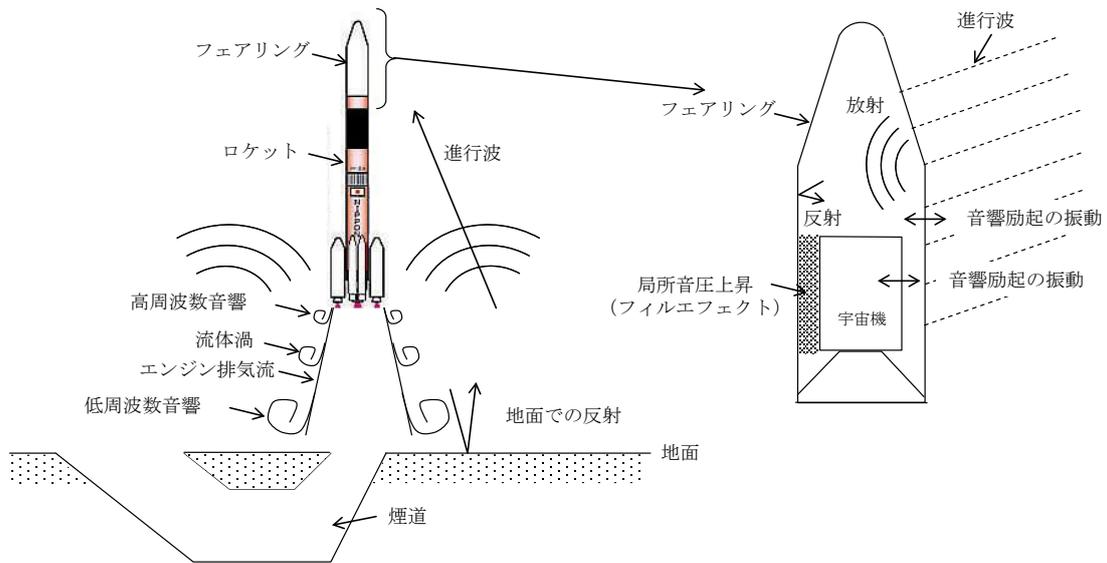


図 2-2 打上げ時のロケット音響発生メカニズム説明図

以上のように、打上げ時の音響環境は、負荷やロケット機体の時間変化のため非定常であるが、地上で行う音響試験では、定常な音響環境を用いて試験を行う。このため、非定常なフライト音響データを近似的に定常現象とみなし、各時間帯の音圧レベルを定常解析方法（定常近似）により求め、それらの音圧スペクトルを包絡することにより、宇宙機に対する音響試験条件の設定が行われる。音響試験条件の設定方法の一手法について、Appendix A に示す。

2.2 局所音圧上昇とその発生時の宇宙機振動応答

局所音圧上昇とは、フェアリング内に宇宙機を収納した時の宇宙機構体とフェアリング壁面間の音圧レベルが宇宙機を収納しない時より大きくなる現象（図2-3参照）や、宇宙機内部及び宇宙機構体と太陽電池パドル間のような狭い空間での音圧レベルが音響試験時の反響室内の音圧レベルより大きくなる現象（図2-4参照）のことである。このように、音圧レベルが大きくなる空間のことを本項では「局所空間」と呼ぶ。宇宙機構体とフェアリング壁面間で生じる音圧上昇については、これまで多くの調査・研究[2-2]がなされており、NASAでは音響振動試験基準[2-3]にフィルエフェクト(Fill Effect)と称し試験基準が規定されている。この基準では、簡易式により予測した音圧レベルの上昇量を加えた音響試験を実施すべきであると規定されている。

本項では、局所音圧上昇の発生原因及び局所音圧上昇発生時の宇宙機振動応答への影響について示すと共に、局所音圧上昇による音圧レベルの上昇量が規定された場合の音響試験レベルの緩和方法の一例（JAXA提案手法）を示す。局所音圧上昇が発生した場合には、

音圧上昇の発生する周波数範囲において、振動応答のピーク周波数での伝達関数（単位音圧に対する振動加速度応答）の値が低下することから、発生する音圧上昇量を加えた音響試験は宇宙機にとって過負荷となる。本項に示す方法により、発生する音圧上昇量を加えた過剰な音響試験レベルの緩和が可能である。尚、宇宙機内部等の局所音圧上昇については、実機の音響試験結果に基づき宇宙機振動応答への影響を判断することが出来る。

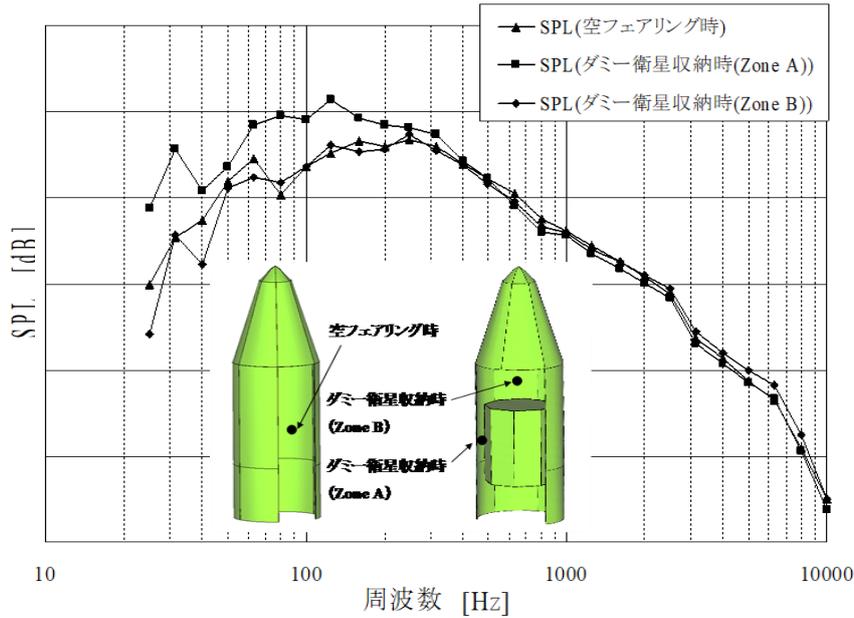


図 2-3 宇宙機構体とフェアリング壁間に生じる局所音圧上昇

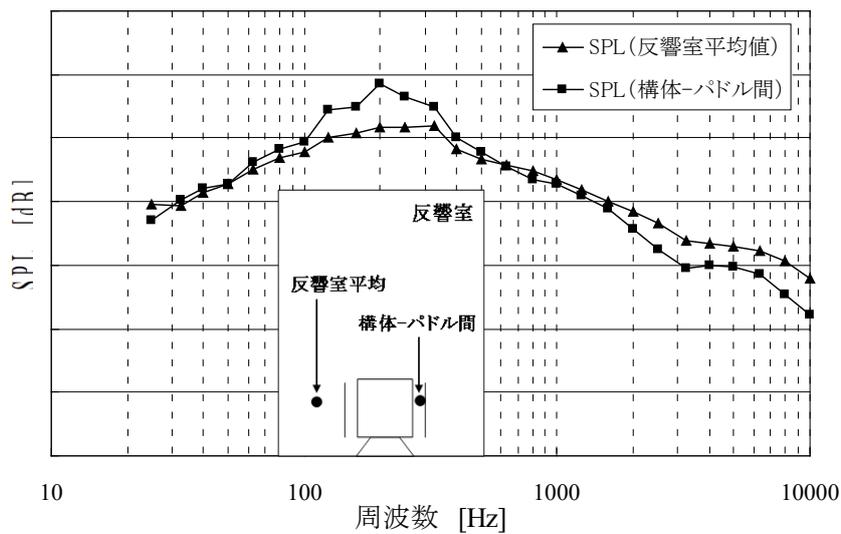


図 2-4 宇宙機構体と太陽電池パドル間に生じる局所音圧上昇

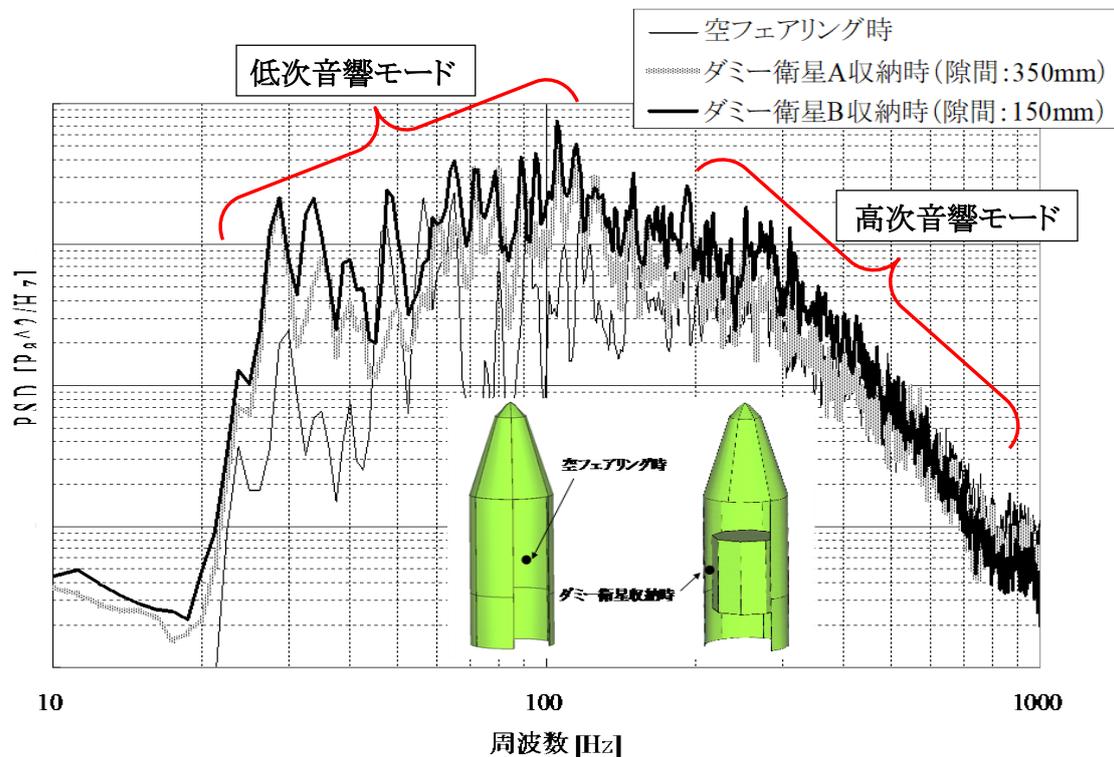


図2-5 実機フェアリングの音響試験結果 (PSD : $\Delta f = 1.25\text{Hz}$)

局所音圧上昇の発生原因は、局所空間に形成されるローカルな音響モードが励起されることによる。従って、局所空間の音場は、音響試験で模擬する拡散音場ではなく、音響モードに支配された音場となる。図2-5に示す通り、その音響モードの振幅は、低次のモード程大きい。

局所音圧上昇発生時の宇宙機振動応答は、局所空間に形成される音響モードとの連成振動となる。モード連成による振動応答の変化を図2-6に示す。図2-6に示した振動応答の変化を要約すると以下の通りである。

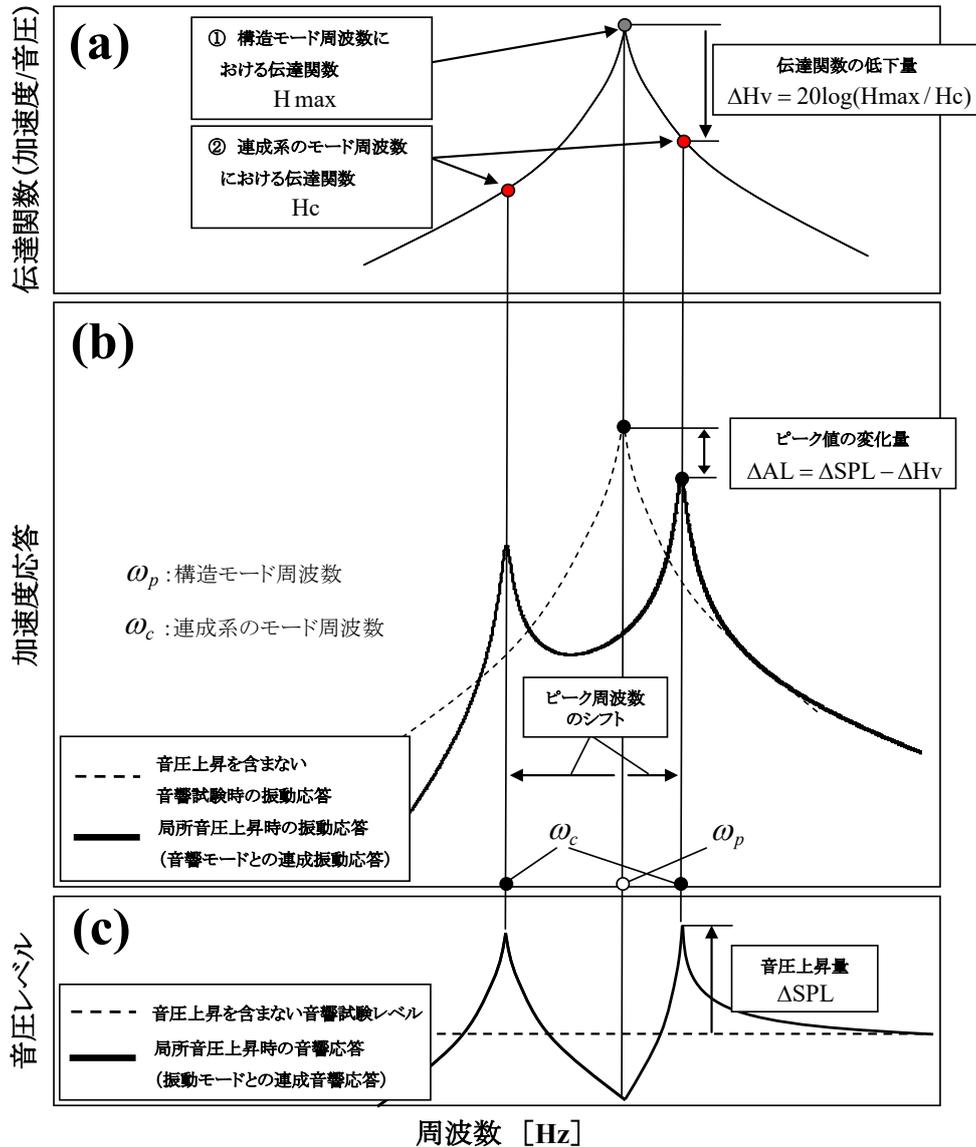


図 2-6 モード連成による振動応答の変化 (模式図)

- (1) 構造モードと音響モードの連成により、構造振動応答のピーク周波数が連成系のモード周波数 ω_c へシフトする (図 2-6(b))。局所空間の音響応答も同様に、連成系のモード周波数 ω_c においてピークとなる (図 2-6(c))。ピーク周波数のシフトの程度 (周波数変化率 ω_c / ω_p 、 ω_c :連成系のモード周波数、 ω_p :構造モード周波数) は、音響と構造のモード形状により決まる連成係数 C_{mp} 、音響と構造のモード周波数の近接度 $\alpha (= \omega_n / \omega_p$ 、 ω_n :音響モード周波数、 ω_p :構造モード周波数)、構造の面密度 \hat{m} 、局所空間の等価隙間 $\hat{h} (= V / S$ 、 V :局所空間の体積、 S :構造の面積) により決まる。連成の度合いを表す連成係数 C_{mp} が大きく、音響と構造のモード周波数が

近接している程、ピーク周波数の変化率は大きい。ピーク周波数の変化率が最大となる場合 ($C_{np} = 0.25, \alpha = 1$) の ω_c / ω_p は、図 2-7 に示す通りである。その他の場合 ($C_{np} \neq 0.25, \alpha \neq 1$) は、Appendix B の式(B-10)により求めることができる。

- (2) 連成前後で構造の伝達関数（単位音圧に対する振動加速度応答）は不変であるが、振動応答のピーク周波数のシフトにより、連成後の振動応答のピーク周波数（連成系のモード周波数 ω_c ）における伝達関数の値 H_c （図 2-6(a)②）は、連成前の振動応答のピーク周波数（構造のモード周波数 ω_p ）における伝達関数の値 H_{max} （図 2-6(a)①）より低下する。図 2-8 に、周波数の変化率に対する伝達関数の低下量 ΔH_v を示す。構造の Q 値が高く、周波数の変化率が大きい程、伝達関数の低下量は大きい。例えば、構造モードの周波数が 100[Hz]、 Q 値が 20、面密度が 10[kg/m²]の構体パネルが、隙間 0.1[m]の局所空間に隣接している場合、音響モードとの連成が最も強い $C_{np} = 0.25, \alpha = 1$ の時の伝達関数の低下量は、図 2-7 より周波数の変化率を読み取り(0.67、1.5)、図 2-8 より周波数の変化率に対応する伝達関数の低下量を読み取ることにより求められる（低下量の低い方は約 21[dB]：周波数の変化率 1.5）。図 2-8 に示した条件以外の伝達関数の低下量は、Appendix B の式(B-20)、(B-22)により求めることができる。
- (3) 局所音圧上昇発生時の振動応答のピーク値は、伝達関数の低下量 ΔH_v と音圧レベルの上昇量 ΔSPL の差に依存する（図 2-6(b)中の ΔAL ）。伝達関数の低下量 ΔH_v が音圧レベルの上昇量 ΔSPL より小さい場合にのみ、振動応答のピーク値は、局所音圧上昇を含まない音響試験時と比べて上昇する。従って、局所音圧上昇発生時の振動応答のピーク値は、音圧レベルの上昇量 ΔSPL に比例して上昇することはない。そのため、音圧レベルの上昇量 ΔSPL を加えた音圧レベルで音響試験を実施することは、宇宙機にとって過負荷となる。

尚、上記(3)で述べたピーク値の変化量 ΔAL は、拡散音場及び局所空間の音場の構造との連成度合(音場と構造の連成係数)、即ち加振効率(単位音圧加振による振動応答レベル)が等しいと仮定した場合の結果である。実際には、音響モードに支配される局所空間の音場と拡散音場の加振効率は異なるが（詳細は Appendix K を参照のこと）、この仮定は、フェアリング内の音場が拡散音場であるとし、音響環境条件を音圧レベルのみで規定するという音響試験の前提と同じである。

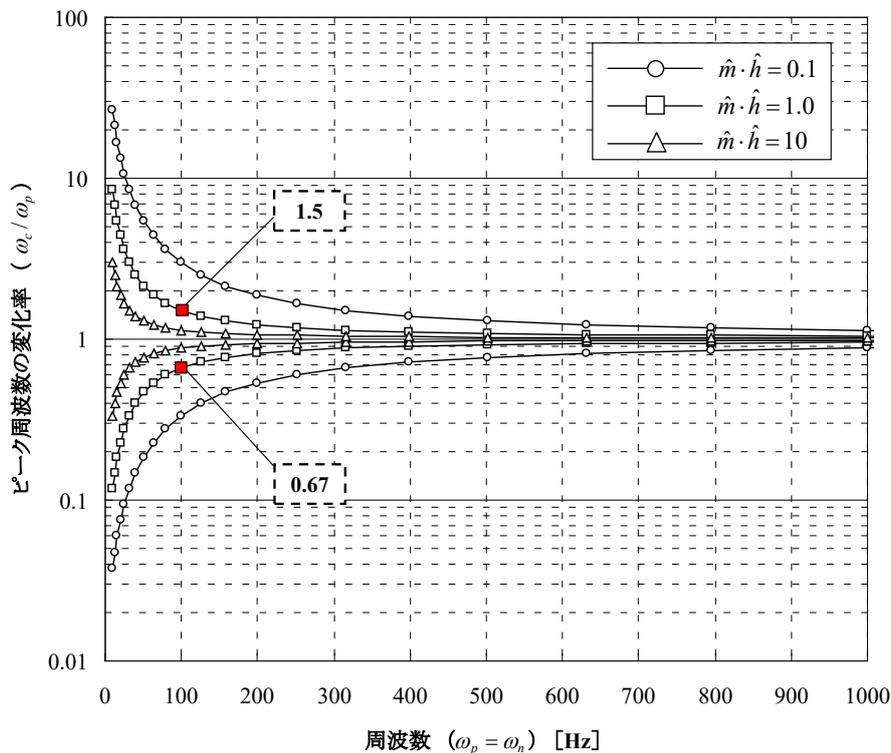


図 2-7 モード連成によるピーク周波数の変化率の最大値 ($C_{np} = 0.25, \alpha = 1$)

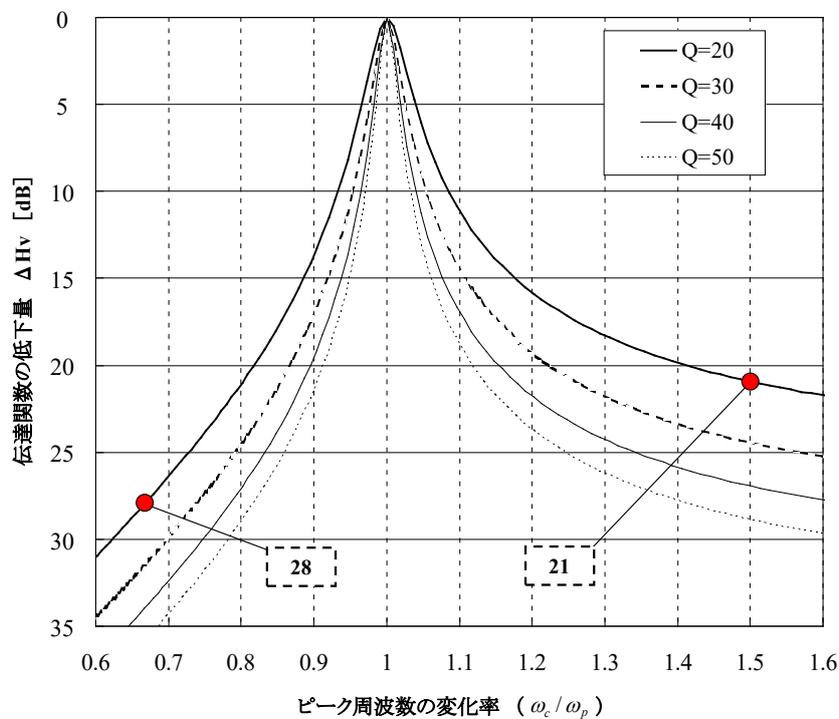


図 2-8 ピーク周波数のシフトによる伝達関数の低下量

局所音圧上昇により、宇宙機振動応答のピーク周波数はシフトし、ピーク値は変化するため、ランダム振動環境条件を逸脱する可能性がある。しかし、ランダム振動環境条件は、通常、各周波数を包絡するよう設定するため、ピーク周波数のシフトについては問題にならないと考えられる。ピーク値の変化については、上昇する場合にのみ検討を要する。発生する音圧上昇量を加えた音響試験レベルが、設計上厳し過ぎる場合においては、図 2-9 に示す手順により、音響試験レベルを緩和することができる。この緩和方法の考え方を以下に示す。

- 構造モードの正確な周波数を事前に推定することが困難であるため、規定された音圧上昇の周波数範囲内に構造モードが存在し、かつ音響モードの周波数と一致することを仮定している。この仮定により、構造の振動応答に対して最も厳しい評価となる。
- 音響試験レベルの緩和量は、伝達関数の低下量 ΔH_v である。 ΔH_v は、連成係数 C_{np} が大きい程、大きく、また、加振効率を示す連成係数 C_{np} が大きい程、振動応答も大きい。この連成係数 C_{np} と振動応答及び ΔH_v の関係を図 2-10 に示す。そこで、音圧上昇量を加えた音響試験レベルで機器のランダム振動環境条件を上回る可能性のある連成係数の最小値 C_{np_low} から、 ΔH_v （最小の緩和量）を求め、音響試験レベルの上限値を求める。この連成係数の最小値 C_{np_low} とは、ランダム振動環境条件を上回る連成条件であり、設計上の観点から考慮すべき連成係数の最小値である。従って、求められる音響試験レベルは、設計上考慮しなければならない音響試験レベルの上限値である。

尚、Appendix B に基づいた構造と音響の詳細な連成解析、または、開発実績に基づいた技術判断より、振動応答のピーク値の上昇がないことを示せる場合においては、音響試験レベルに発生する音圧上昇量を加える必要はない。

本項に示した音響と構造のモード連成解析についての理論的説明及び実験検証結果については Appendix B を参照のこと。

必要な解析パラメータ

空気密度	$\rho_0 = 1.2 [kg/m^3]$	機器のランダム振動環境条件 $[(m/s^2)^2/Hz]$	$PSD_v(f)$
空気音速	$c_0 = 340 [m/s]$	音圧上昇を含まない音響試験レベル [dB]	$SPL_0(f)$
局所空間に面する構体の面密度	$\hat{m} [kg/m^2]$	規定された音圧上昇 [dB]	$\Delta SPL(f)$
局所空間に面する構体の面積	$S [m^2]$	音圧上昇を加えた音響試験レベル [dB]	$SPL_1(f) \equiv SPL_0 + \Delta SPL$
構造モードの増幅率	Q	※ f は、音圧上昇量が規定されているオクターブバンドの中心周波数。	
局所空間の体積	$V [m^3]$	規定されている f の下限値を f_{start} 、上限値を f_{end} とする。	

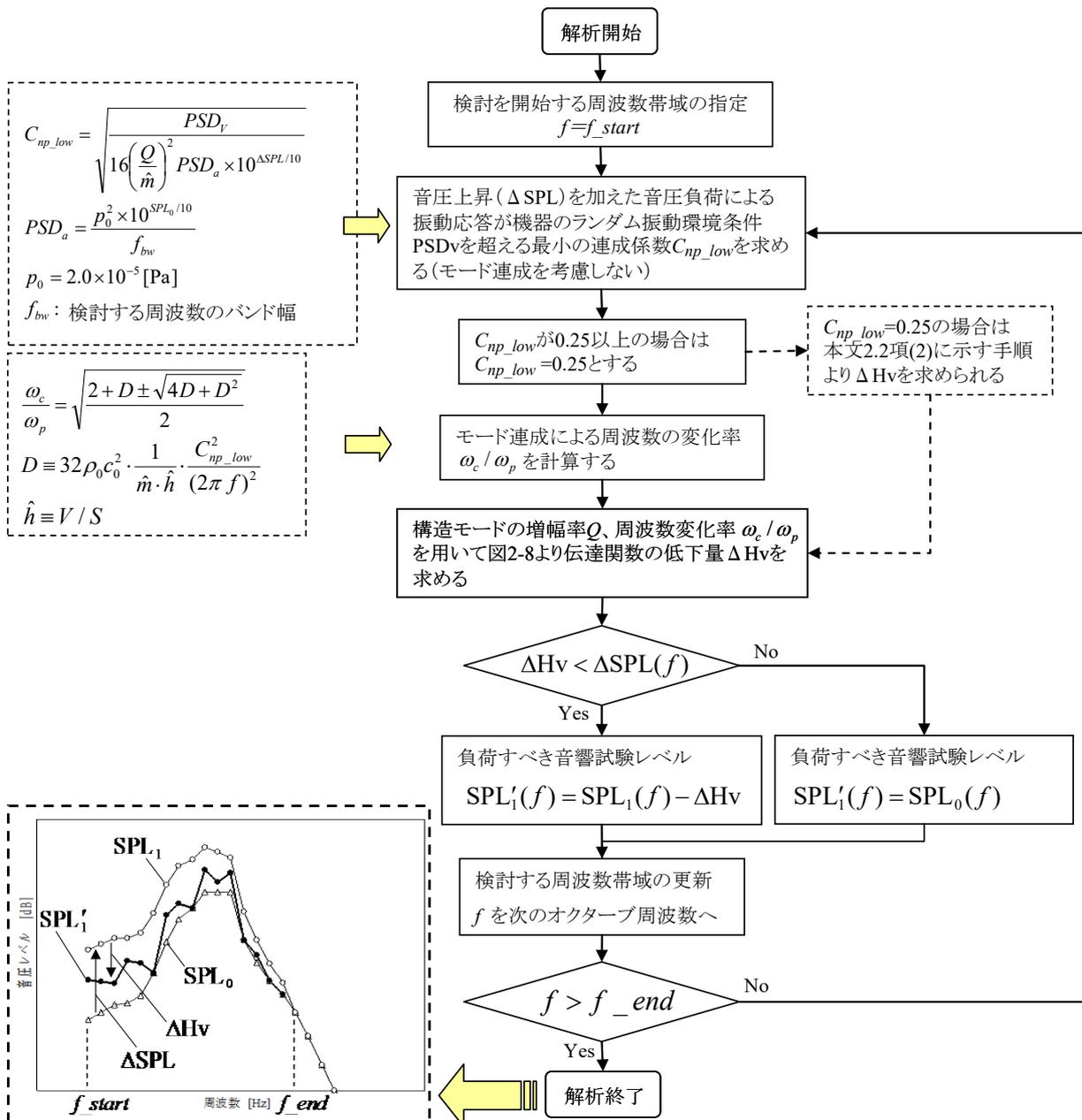


図 2-9 音響試験レベルの緩和手順 (JAXA 提案手法)

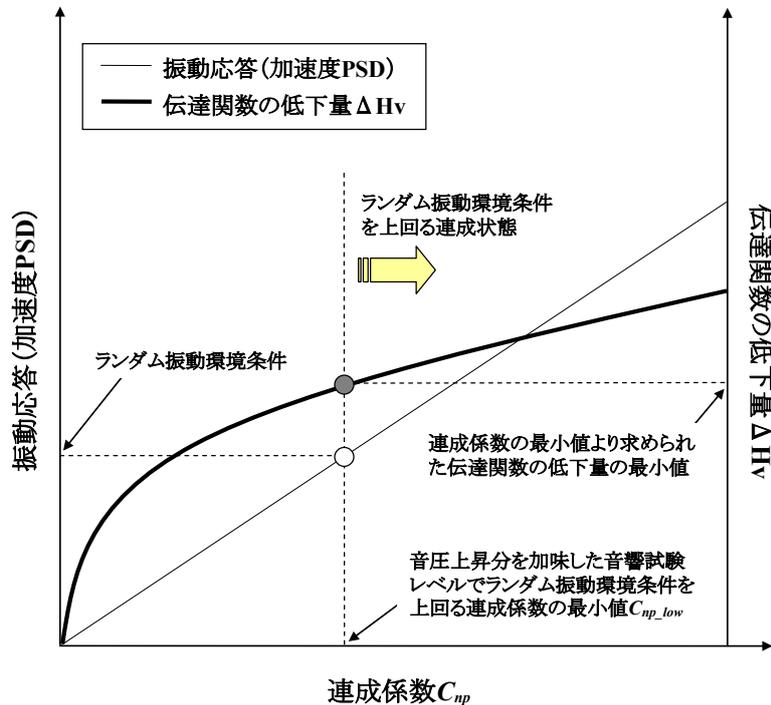


図 2-10 連成係数 C_{np} と振動応答及び伝達関数の低下量 ΔH_v の関係

2.3 音響加振とベース加振によるランダム振動環境の選択とその比較手法

ロケットで打上げられる宇宙機が曝される高周波ランダム振動は、宇宙機分離面からの構造振動伝搬よりもフェアリング内部音響による直接的な音響負荷が支配的な加振源であると考えられている[2-4, 2-5]。従って、宇宙機システムあるいは大型サブシステムについては、音響負荷時に発生するランダム振動環境が設計条件となり、設計検証のために音響試験が要求されている。一方、コンポーネントについては音響加振とベース加振によるランダム振動環境による供試体の振動応答の違いを判断して、個別に選択し規定することが要求されており、2.3.1 項に試験方法選択時に考慮すべき事項を、2.3.2 項に振動応答の違いを比較する手法の代表例を示す。

2.3.1 試験方法選択時に考慮すべき事項

コンポーネントのランダム振動耐性検証における試験方法の選択時に考慮すべき事項を以下に示す。構造表面積や振動伝播経路等の構造様式を考慮し、音響加振とベース加振によるランダム振動環境の過酷さとそれを受ける供試体の応答感度を比較してより厳しい環境条件を判断することに加え、供試体の重要度や試験手法の実現可能性を総合的に判断して試験方法を選択する。

① 環境の過酷さ (Severity)

音響加振とベース加振によるランダム振動環境の負荷レベルの大きさ（上位システムから要求される音響試験条件とランダム振動試験条件の負荷レベル）。一般にランダム振動試験は 2000Hz まで、音響試験は 8000Hz（1/1 オクターブバンドの中心周波数）まで試験条件が規定されているため、このような試験周波数範囲の違いについても考慮する必要がある。

参考として、図 2-11 にシステム音響試験でのコンポーネント取付点の加速度応答の一例を示す。ランダム振動試験の上限周波数である 2000Hz 以上の帯域も音響試験で励起されていることが分かる。また、音響加振における帯域ごとの相対的な負荷の過酷さについて、参考として H-IIA ロケット（202 型）の音響試験条件とその音響負荷を受ける 1 自由度系モデルから計算される歪応答スペクトラムを図 2-12 に示す（音響試験条件から 1 自由度系モデルが受ける速度応答スペクトラムを計算する方法については Appendix E を参照。ここでは Appendix D の式(D-4)より速度と歪が比例関係にあると仮定し、 $Q=10$ として帯域ごとの歪応答の相対評価を示している）。図 2-12(b)に示す歪応答スペクトラムは高周波数帯域に向けて約-12dB/oct.で減衰しており、低周波数帯域と比べると高周波数帯域の負荷の過酷さは相対的に小さいことが分かる。

② 供試体の応答感度 (Sensitivity)

音響加振ないしはベース加振によるランダム振動環境を受けることによる供試体の振動応答の感度。一般に、大型アンテナや太陽電池パドル等、比較的軽量かつ大表面積を有するような供試体についてはベース加振よりも音響加振に対して敏感な応答を示す。

③ 供試体の重要度 (Impact)

コンポーネントやサブシステムの潜在不具合をシステムに持ち越すリスク（システム組み込み後に不具合に伴う修理や再試験等が生じた場合に掛かるコストやスケジュールインパクト）。

④ 試験手法の実現可能性 (Feasibility)

コンポーネントやサブシステムでシステム組み込み後のコンフィギュレーションを模擬し試験を実施することの現実性、技術成熟度。

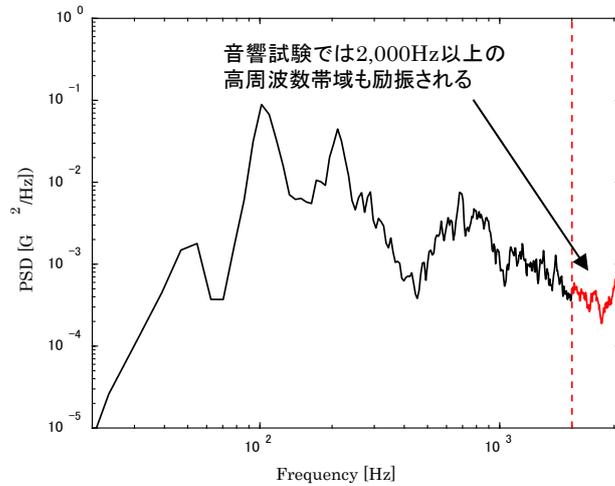
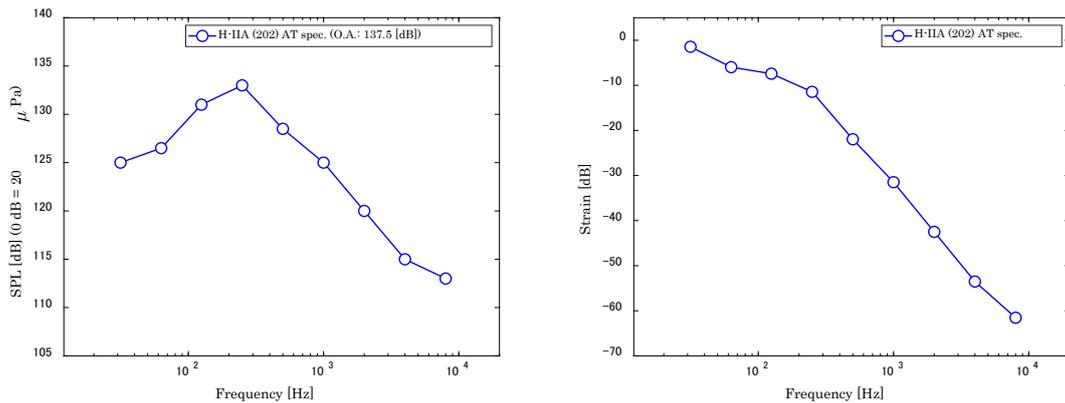


図 2-11 システム音響試験でのコンポーネント取付点加速度応答例



(a) 音響試験条件

(b) 歪応答スペクトラム (Q=10)

図 2-12 H-IIA ロケット (202 型) の音響試験条件とその音響負荷を受ける 1 自由度系モデルの歪応答スペクトラム

2.3.2 音響加振とベース加振によるランダム振動環境の比較手法

本節では、音響加振とベース加振によるランダム振動環境に対する振動応答の違いを比較する手法の代表例として、表 2-1 に示す 3 つの簡易手法を紹介する。各手法の特徴と限られたリソースの元、適切に手法を選択し、解析結果を検証計画 (試験計画) へ反映する。また、境界要素法や有限要素法による音場のモデル化等を用いた詳細な数値解析による比較手段もあるが、本ハンドブックでは簡易手法の紹介に留める。なお、詳細解析は簡易手法と比較して、応答計算に多くの時間が必要であるが、解析精度は高い。

(1) 外挿手法

検証対象と類似した構造の過去データが存在する場合に、過去の実績を基に、設計条件を設定する（経験則とも呼ぶ）。しかし、本手法は類似構造に対する大量のデータが必要であり、新規構造に対しては適用が困難である。

(2) 面密度を用いる方法

検証対象の周波数範囲において供試体を1自由度振動系と仮定し、音響加振を受ける構造表面の面密度が小さい構造ほど音響負荷の影響を受けやすいとする簡易計算手法である。本手法は、構造数学モデルを必要とせず、音響加振およびベース加振ともにランダム振動応答が最大となるような仮定に基づく簡易手法である。この解析手法は非常に簡易であるが、個別の構造モードに関する解析をしないため粗い評価となる。詳細を Appendix C.1 に示す。

(3) ジョイントアクセプタンスと有効質量を用いた応答比較法

ジョイントアクセプタンス（3.4項）を用いた拡散音場負荷時のランダム振動応答、および有効質量を用いたベース加振によるランダム振動応答の解析結果を比較する手法である。本手法では構造数学モデルのモード形状と音響およびランダム振動環境条件のみを用いて応答解析が可能である。詳細を Appendix C.2 に示す。

表 2-1 音響加振とベース加振によるランダム振動環境の比較手法の特徴

比較手法	手法(1) 外挿手法	手法(2) 面密度を用いる手法	手法(3) ジョイントアクセプタンスと有効質量を用いた応答比較法
新規構造(※1)への適用性	×	○	○
モデル化	不要	不要	FEM
備考	実績の整理にあたり大量のデータが必要	解析手法としては非常に簡易であるが、粗い評価方法である	構造数学モデルのモード形状と音響およびランダム振動環境条件のみを用いる

○：適用可、×：適用不可

※1：新規構造とは、過去の宇宙機構造と比較して根本的に異なる構造を有し、開発実績のない構造を意味する。

2.4 音響試験時の累積疲労損傷

宇宙機の故障は、故障モードを用いて定義する。故障モードとは、宇宙機ハードウェアの設計機能の発揮が妨げられることや破壊及び不具合が発生することである。通常、故障モードはハードフェールモードとソフトフェールモードで区別する。ハードフェールモードとは、ハードウェアが完全に機能しなくなり、音響試験後でも、これらの機能が回復しないことである。例えば、構造に顕著な亀裂、ボルト緩みが生じ、電子部品が完全に破壊されることなどを指す。ソフトフェールモードとは、音響試験時には設計機能の発揮が来ないが、試験後の音響負荷がない状態では機能が復帰し、構造や電気機器に損傷がないことである。この故障は、機構部分（ジャイロ等）や電気・電子系に多い。

故障のメカニズムは、負荷の大きさ（振幅）によるものが大半だが、負荷の振幅及び時間両方による疲労故障も多い。そのため、音響試験では、負荷の大きさ及び負荷時間両方を定義しなければならない。さらに、宇宙機の地上試験及びフライトによる疲労故障を防ぐために、地上での試験回数・試験時間・試験レベルに留意し、試験を計画する必要がある。累積疲労損傷の考え方に基づく試験条件の設定手法を Appendix A に、累積疲労の評価方法を Appendix D に、累積疲労損傷率に関する解説を Appendix E に示す。

2.5 参考文献

- [2-1] Eldred, K. M., *Acoustic Loads Generated by the Propulsion System*, NASA-SP-8072, (1971).
- [2-2] Hughes, W.O., McNeilis, M.E., Manning, J.E., *NASA LeRC's Acoustic Fill Effect Test Program and Results*, NASA Technical Memorandum 106688, (1994-11).
- [2-3] NASA-STD-7001, *Payload Vibroacoustic Test Criteria*, (1996-6).
- [2-4] NASA-HDBK-7005, *Dynamic Environmental Criteria*, (2001-3).
- [2-5] NASA-GSFC Specification, *General Environmental Test Specification for Spacecraft and Components*, S-320-G-1, (1973-5).

3. 音響負荷時の応答の予測法

宇宙機は、規定された打上げ時の音響環境条件に耐えうるように、設計を行う必要がある。宇宙機構造は、多数の機器から構成されている。宇宙機の構成品のうち、大型アンテナ、太陽電池パドル、合成開口レーダーといった大型で面積の大きい構造物は、音響加振を受けやすいため低周波数領域で大きな応力が発生し、構造物の強度が問題となる。これらの構造物では、有限要素法を用いて音響負荷時における低周波数領域の応力解析が行われる。宇宙機構体パネル上の小型で面積の小さい搭載機器は、直接受ける音響負荷により発生する応力（強度）が問題となることはない。しかし、構体パネルが音響加振されることにより発生するランダム振動が搭載機器へ負荷されるため注意が必要である。そのため、各搭載機器には音響負荷時に発生するランダム振動環境が設計条件となり、20～2000Hzの周波数領域における PSD（パワースペクトル密度関数）として規定される。搭載機器の設計条件としてランダム振動環境を規定するためには、搭載機器の取付点におけるランダム振動応答を予測する必要がある。本項では、音響負荷時における搭載機器のランダム振動環境の予測法について述べる。

搭載機器のランダム振動環境の予測法として、外挿手法[3-1]、統計的エネルギー解析（SEA, Statistical Energy Analysis）[3-2]、境界要素法（BEM, Boundary Element Method）を用いた構造音響連成解析[3-3]、ジョイントアクセプタンスを用いた応答解析[3-4]、及び FEM-SEA 統合法[3-5]等がある。外挿手法は、類似構造の過去データが利用可能な際に精度が高く、複雑なモデル化作業が不要な手法である。SEA は、モデル化作業が必要であるが、全く新しい構造にも適用可能な汎用的な手法であり、モード密度が高い高周波数領域において有効な手法である。一方、モード密度の低い低周波数領域においては、境界要素法を用いた構造音響連成解析がある。本手法では、音場の解析に境界要素法を、構造の解析に有限要素法を用いて、多くの連立方程式を解くため計算時間を要するが、解析精度は高い。また、同じ低周波数領域において、有限要素法を用いて作成した構造数学モデルの精度が確保されている範囲では、ジョイントアクセプタンスを用いた音響解析が適用できる。本手法では、音場のモデル化を必要としないため、連立方程式を解く必要が無く、構造数学モデルのモード形状と入力音圧のみを用いて応答解析が可能である。また、FEM-SEA 統合法は、単独での FEM 又は SEA 適用範囲外の中周波数領域において精度の高い解析手法である。

本項では、音響に関する様々な予測法のうち、宇宙機に簡易適用可能な手法の代表例として表 3-1 に示す、外挿手法（3.1 項）、SEA（3.2 項）、SEA をベースに開発した設計解析ツールである音響振動解析システム(JANET, JAXA Acoustic Analysis Network System)（3.3 項）、境界要素法を用いた構造音響連成解析（3.4 項）、ジョイントアクセプタンスを用いた応答解析（3.5 項）、及び FEM-SEA 統合法（3.6 項）について紹介する。

表 3-1 音響負荷時の応答の予測法の特徴

予測法	3.1 項	3.2 項、3.3 項	3.4 項	3.5 項	3.6 項
	Appendix F	Appendix G, H	Appendix B	Appendix J	Appendix K
	外挿手法	統計的エネルギー解析(SEA)	境界要素法を用いた構造音響連成解析	ジョイントアクセプタンスを用いた応答解析	FEM-SEA 統合法
新規構造への適用性(※1)	×	○	○	○	○
適用周波数	制約なし	高周波数域	低周波数域	低周波数域	中周波数域
	類似構造に対して有効	モード密度が高い(>3)高周波数領域において有効	低周波数で有効	低周波数で有効	単独 FEM 又は SEA 適用外の中周波数で有効
解析ベース	過去データ	SEA	FEM、BEM	FEM	FEM
音場モデル	不要	SEA	BEM	不要	SEA
応答結果	-	周波数平均及び空間平均された応答	物理座標点毎の狭帯域応答	物理座標点毎の狭帯域応答	物理座標点毎の狭帯域応答
備考	予測の基本となる過去データが予測精度を決定する	低周波域では過大予測となる傾向がある 物理座標点毎の応答や個別モードの予測が不可能	多くの連立方程式を解くため計算時間を要するが、解析精度は高い	音場のモデル化を必要としないため、連立方程式を解く必要が無く、構造数学モデルのモード形状と入力音圧のみを用いて応答解析が可能	単独での FEM 又は SEA 適用範囲外の中周波数領域において精度の高い解析手法

○：適用可、×：適用不可

※1：新規構造とは、過去の衛星の構造と比較して根本的に異なる構造を有し、開発実績のない新規構造を意味する。

3.1 外挿手法

外挿手法は、解析対象と類似した構造の過去データが存在する場合に、外挿により予測する手法である。即ち、図 3-1 に示すように、過去データ $R_0(f)$ に基づき新たな解析対象の応答 $R_n(f)$ を外挿により予測する。

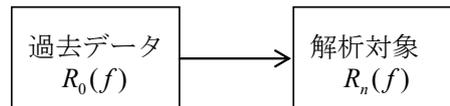


図 3-1 予測モデル

外挿の方法については、構造の面密度により予測する方法[3-1]や物理量のスケールリングに基づいた方法がある。スケールリングに基づいた方法については Appendix F に示す。

3.2 統計的エネルギー解析(SEA)

高周波領域での構造のモード形状や固有振動数は、わずかな構造パラメータの変化で変動しやすく統計的にランダムであると考えられる。従って、低周波領域で良く用いられる有限要素法(FEM, Finite Element Method)や境界要素法(BEM, Boundary Element Method)を高周波領域での予測に用いることは一般的に困難である場合が多い。一方、SEA[3-2]は高周波領域に適した手法であり、解析周波数帯域毎（1/1 や 1/3 オクターブバンド等）における周波数平均及びサブシステムの空間平均（又は、構造個体間のアンサンブル平均）された応答を解析することが出来る。

SEA では、解析対象の構造物（又は音響空間）を複数のサブシステムに分割し、出力されるエネルギーは、サブシステム内で空間及び周波数平均された値である。SEA を用いる上での制約条件を以下に示す。

（SEA の制約条件）

- 解析周波数帯域内に十分な数（一般的に 3 個以上）のモード数が必要である。
- 解析されるエネルギーは、解析周波数帯域内のモードに等分配され、支配的なモードは存在しない。
- 解析結果は、各サブシステムの空間及び周波数平均された値である。

このように、SEA では、各サブシステムの解析周波数帯域におけるエネルギーの平均値（統計値）を取り扱うため、解析周波数帯域内に十分な数（一般的に 3 個以上）のモード数が必要である。また、SEA による解析結果は、エネルギーの平均値であるため、空間

内（サブシステム内）の特定の位置における応答や支配的な単一のモードによる応答の解析が出来ない。

図 3-2 に 2 要素の場合のパワーフロー図を示す。 η_{11} 、 η_{22} は各サブシステムの損失係数（DLF, Damping Loss Factor）、 η_{12} 、 η_{21} は結合損失係数（CLF, Coupling Loss Factor）である。SEA についての詳細な基礎理論については、Appendix G を参照のこと。

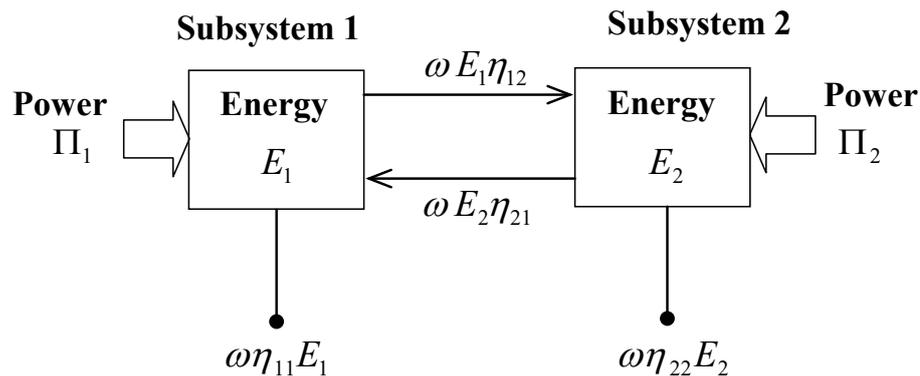


図 3-2 2つのサブシステム間のパワーフロー

宇宙機構造は複数のハニカムサンドイッチパネルや円筒を結合した複雑な構造であり、全構造をモデル化するためには多大な労力を必要とする。コンポーネントが多く搭載される外面パネルのランダム振動を SEA により予測する場合は、パネル 1 枚と音場をそれぞれ 1 要素とした 2 つのサブシステムによるモデルの簡易化が有効である。図 3-3 に、パネル 1 枚での音響試験結果と、宇宙機構体にそのパネルを取り付けた時の音響試験結果の比較を示す。宇宙機の全機グローバルモードが支配的な低周波数領域を除けば、両者の応答は良く一致し、パネル 1 枚のみのモデル化が可能なが分かる（図 3-3 に示す例では、100Hz 以上）。

このモデルの簡易化が有効である場合、外面パネルに搭載される機器の応答を効率的に予測することが出来る。この予測方法については、Appendix G を参照のこと。

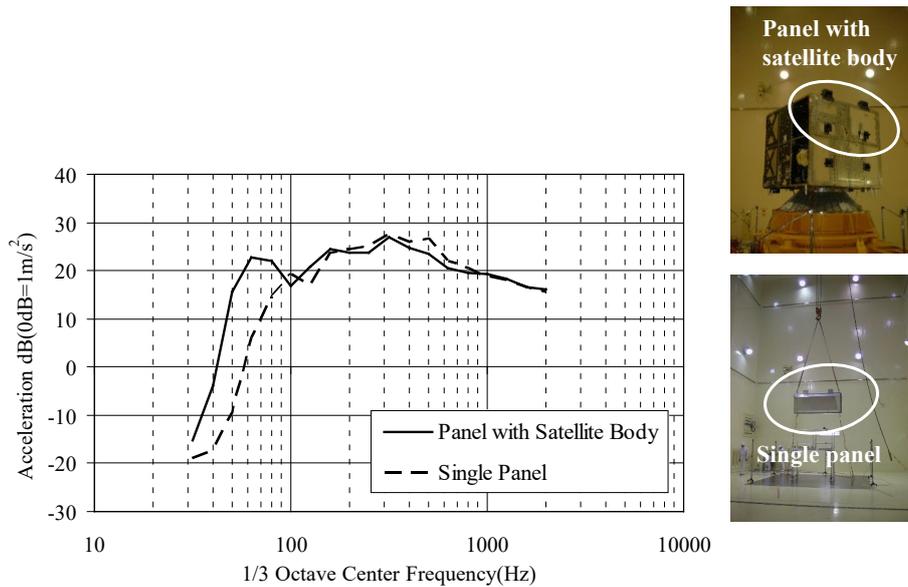


図 3-3 パネル単体時と宇宙機構体取付時の応答比較（中型衛星のパネル）

3.3 音響振動解析システム(JANET)

音響振動解析システム（JANET, JAXA Acoustic Analysis Network System）は、3.2 項及び Appendix G に示す統計的エネルギー解析(SEA)をベースとして開発された設計支援システムであり、宇宙機のシステム設計者と構体設計者を主たる対象者として開発されたシステムである。図 3-4 に、JANET のアウトプットの概略図を示す。JANET では、機器の搭載された宇宙機パネルのランダム振動応答（空間及び周波数平均）の予測が可能であると共に、設計（搭載機器のランダム振動環境条件の設定）で必要となる安全側の上限値（P95/50, P99/90）を予測することが可能である。P95/50、P99/90 については、Appendix A を参照のこと。

JANET を利用することにより、設計の初期段階（概念設計または基本設計）において、精度良くランダム振動環境条件を設定することができ、設計のリスク（再設計・再試験）を低減させることが可能となる。JANET の特徴及び使用上の制約事項を以下に述べる。

（JANET の特徴）

- インターネットを介して利用可能である。
- 予測式は SEA をベースとし、SEA パラメータ（損失係数等）として衛星構体に一般的に用いられている平板ハニカムパネルの実験値を組み込んである。
- 膨大なデータベース（宇宙機実機の音響試験データ）により統計的に算出した係数を用いた予測法（経験則）が組み込まれてあり、少ない設計情報で予測することが可能である。
- ランダム振動応答（狭帯域 PSD：周波数分解能 3.9[Hz]または 7.8[Hz]）を包絡する為

の包絡マージン値が組み込まれており、パネルの振動応答の空間・周波数平均を予測することが可能であると共に、搭載機器のランダム振動環境条件となる安全側の上限値（P95/50、P99/90）を予測することが可能である。

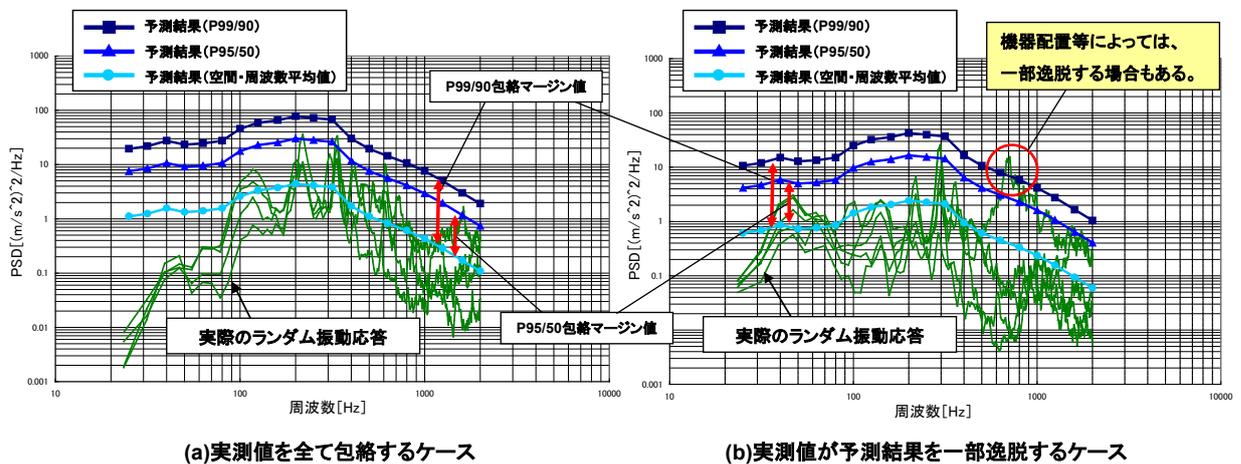


図 3.4 JANET のアウトプット概略図

(使用上の制約事項)

- 平板ハニカムパネルにのみ適用できる。アンテナ等、曲面をもつ構造物については、SEA パラメータを現時点の JANET に組み込んでいないため、適用できない。
- 供試体内部に設置されているパネルの予測を実施する場合は、供試体内部の音圧レベルが必要となる。供試体内部の音圧情報がなく、外部音圧を基に予測解析を行う場合は、予測値は大きくなり安全側となる。
- パネルの縦横比（アスペクト比）が大きいものは、パネルとして取り扱うことができなくなる為、予測精度が悪くなる。JANET では、パネルの縦横比が 3 以下であることを使用上の制限としている。
- JANET の予測式は SEA をベースとしている為、モード密度が小さい周波数領域では、適用が困難となる。JANET では、パネルの第 2 次固有振動数を適用下限周波数としている。
- JANET による安全側の上限値（包絡値）（P95/50、P99/90）の予測結果は、SEA により得られる空間・周波数平均と包絡マージン値との和であるため、一部の機器については過大な予測結果を与える場合がある。また、図 3.4(b)に示すように、機器配置に偏りがある等、理論上の仮定に沿わない場合においては、実測値が予測値を上回る（参考として、図 3.5 に図 3.4(b)の機器配置図を示す）。従って、実際の適用の可否については、技術判断を要する。

JANET の詳細については、Appendix G 及び Appendix H を参照のこと。

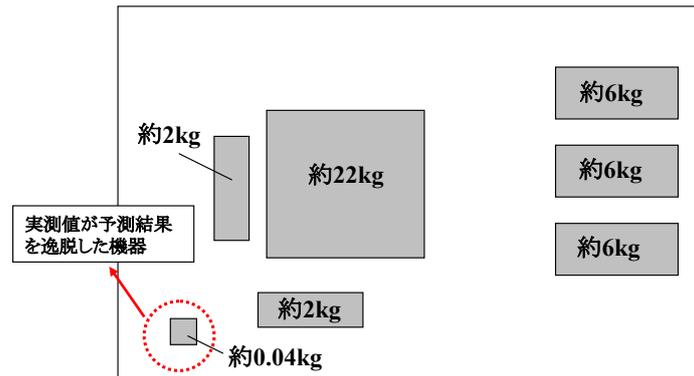


図 3.5 実測値が予測結果を逸脱した機器配置（機器質量分布）の例

3.4 境界要素法を用いた構造音響連成解析

低周波数領域の応答解析では、音響空間を境界要素法（BEM）にてモデル化、構造を有限要素法（FEM）によりモデル化し、これら FEM と BEM の結合解析により構造音響の連成解析を行う手法がある。本手法では、まず構造数学モデルを作成し、動特性を求めるための固有値解析を実施した後、音響試験条件を入力し応答計算を行う。境界要素法は、構造音響の連成を考慮するため、多くの連立方程式を解く必要があり応答解析に時間を要するが解析精度は高い。本手法の適用例を Appendix B に示す。

3.5 ジョイントアクセプタンスを用いた応答解析

本手法は、低周波数領域を対象とし、境界要素法における応答計算をジョイントアクセプタンス(Joint Acceptance)を用いた手法で代替し、構造音響の連成は考慮せずに解析を行う手法である。ここで定義するジョイントアクセプタンスは、音圧に対する構造物の応答のしやすさを各振動モードに対して表す指標であり、構造数学モデルから求められるモード形状を含む数値積分により表される。本手法では構造数学モデルのモード形状と入力音圧のみを用いて応答解析が可能である。詳細については Appendix J を参照のこと。本手法は有限要素法を用いた応答予測手法の一つであり、古典的ノーマルモード解析手法（Classical Normal Mode Analysis Procedures）として紹介されている手法[3-6]と同様の考え方を用いている。

3.6 FEM-SEA 統合法

宇宙機コンポーネントの1次固有振動数が存在することが多い300Hz前後の周波数は中周波数領域と呼ばれる。この周波数領域では、解析周波数バンド内のモード密度が低く、単独でのSEAは適用範囲外である。また、構造数学モデルについても不確実性が生じる周波数領域でもあり、FEMをベースとするジョイントアクセプタンスの適用も推奨されない。そこで、中周波数域の音響振動応答を解析するための手法として、FEM-SEA 統合法がある。この手法は、構造等の決定論的サブシステム（FEM）と音響空間等の統計的サブシス

テム (SEA) の統合理論をベースとしており、欧米の航空宇宙業界でよく使用されている手法である。決定論的サブシステムとは、挙動に不確定性が無く FEM や BEM 等の決定論的手法で記述出来るサブシステムであり、統計的サブシステムとは、諸元や挙動に不確定性があり SEA 等の統計的手法で記述出来るサブシステムをさす。図 3-6 に解析対象モデルの例を示す。解析では、固有値の出現がランダム行列のガウス直交アンサンブル(GOE, Gaussian Orthogonal Ensemble)に従う性質を利用し、構造からの放射と音響空間からの負荷が等しいとする相反性を用いて数式を簡易化し、統計的サブシステムがランダムに変化する際の決定論サブシステムの物理座標毎の応答を求める手法である。詳細については、Appendix K を参照のこと。

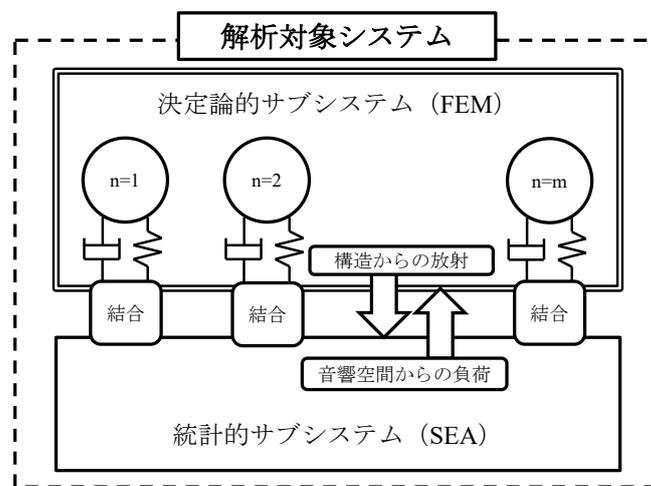


図 3-6 FEM-SEA 統合法適用時の解析対象システム

3.7 参考文献

- [3-1] Barnoski, R.L. et al., *Summary of Random Vibration Prediction Procedures*, NASA CR-1302.
- [3-2] Lyon, R.H. and Dejong, R.G., *Theory and Applications of Statistical Energy, 2nd Edition*, (1995), Butterworth-Heinemann, London.
- [3-3] Brebbia, C.A., S. Walker, *Boundary Element Techniques in Engineering* (1980), Butterworth & Co. Ltd., London, England
- [3-4] 安藤成将, 柳瀬恵一, 施勤忠, “ジョイントアクセプタンスを用いた拡散音場負荷時の簡易音響振動解析”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.76, No.764(2010), pp 818-824.
- [3-5] 赤城弘樹, 安藤成将, 柳瀬恵一, 施勤忠, “宇宙機音響振動応答予測に関する FEA-SEA 統合法適用の理論検討と実験検証”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.79, No.802(2013), pp 1960-1969.
- [3-6] NASA-HDBK-7005, ”DYNAMIC ENVIRONMENTAL CRITERIA”, 13 March 2001

4. 音響試験

2項で述べたように、宇宙機は打上げ時に過酷な音響環境に晒される。その音響環境に宇宙機が耐えうることを検証するために、地上において音響試験が行われる。音響試験では、ロケットで規定される試験レベルと試験時間で拡散音場において試験を行うことが要求されている。打上げ時のフェアリング内部は、完全な拡散音場ではないことが知られているが、音響試験で拡散音場を用いるのは、拡散音場は、宇宙機供試体の高次振動モードを励起することが出来、また、供試体の反響室での設置位置条件を守れば非常に安定した試験を実現出来るロバストな試験法であるからである。

本項では、地上で要求される音響環境試験条件を実現するための試験装置と、試験実施上の注意すべき事項等について述べる。

音響試験を行うために設備に求められる特性を以下に示す。

- (1) 音圧レベルの空間分布が均一な拡散音場であること。
- (2) ロケットで規定されるフェアリング内部音響の周波数スペクトラムと音圧レベルを実現出来ること。
- (3) 供試体に過負荷を与えないよう、音場を制御できること。
- (4) 供試体の応答（加速度、歪み）を計測する装置を有すること。

以下に、これらの特性を音響試験設備として実現するための方法について述べる。尚、音響試験設備の一例として、JAXA 筑波宇宙センター1600m³ 音響試験設備の概要をAppendix Jに示す。

4.1 反響室

地上での音響試験では、拡散音場が多く用いられる。拡散音場を作り出す方法として、反響室を使用する方法が一般的である。反響室内の音波には、音源からの直接音と、壁によって反射し形成される固有音響モードがある。多くの固有音響モードを励起し、拡散音場を得る方法が反響室による音響試験である。宇宙開発初期の頃の反響室は、室内に特異なモードが発生しないように不等辺五角形のものが使用されていた。この形状の反響室で大型の供試体に対応するには、建築コストが高くなるため、固有音響モードを利用して効率よく高音圧を形成させる直方体形状の反響室が開発された。現在では、ほとんどの宇宙機関でこの方式の反響室が用いられている。

例えば、Appendix Jで示す音響試験設備の反響室は、良好な拡散音場環境を得るために1/1オクターブバンド内に22個以上（31.5Hz 1/1オクターブバンド、15℃）の音響モードが存在するように設計した直方体形状の反響室が用いられている。

尚、良好な拡散音場環境で試験を実施するため、供試体の容積の 10 倍以上の容積を持つ反響室で音響試験を実施することが望ましい[4-1]。

4.1.1 低周波領域における音響試験設備の音圧の分散

反響室のような密閉空間内では、波長が長い低周波数領域ほど空間内の音圧分布の分散（ばらつき）が大きくなる。ここでは、その分散について定量的に説明する。

音圧の分散は、反響室内での固有音響モードの形状（モードの腹や節）及び固有音響モードの周波数の出現に伴う周波数変動（周波数方向のモードの有無）により生じる。反響室内にバンドノイズを持つ点音源があるとき、反響室内の時間二乗平均音圧の正規分散（分散を平均値の二乗で除した値）は、次式で書ける[4-2]。

$$\sigma_{p^2}^2 / m_{p^2}^2 = \begin{cases} 11.4/n\Delta, & (M < 1) \\ \pi\omega\eta/\Delta, & (M > 1) \end{cases} \quad (4-1)$$

ここに、 $\sigma_{p^2}^2$ 、 $m_{p^2}^2$ はそれぞれ、時間二乗平均音圧の分散と平均であり、 n は反響室のモード密度、 η は反響室の損失係数、 Δ は周波数バンド幅、 M はモーダルオーバーラップファクターで、 $M = \pi\omega\eta n/2$ である。反響室の三辺を L_x 、 L_y 、 L_z とすれば、 n は次式で計算出来る。

$$n = \frac{V\omega^2}{2\pi^2 c_0^3} + \frac{A\omega}{8\pi c_0^2} + \frac{P}{16\pi c_0} \quad (4-2)$$

ここで、 V 、 A 、 P は反響室の体積、表面積、周囲長さであり、それぞれ $V = L_x L_y L_z$ 、 $A = 2(L_x L_y + L_y L_z + L_z L_x)$ 、 $P = 4(L_x + L_y + L_z)$ である。また、 c_0 は音速である。

図 4-1 に筑波宇宙センターの 1600m³ 音響試験設備の正規分散の計算結果を示す。40Hz バンド以下の周波数バンドでは正規分散が 1 以上、即ち二乗音圧の標準偏差が平均値より大きいことを示している。さらに図 4-2 に音響試験の 6 つの制御マイクロホンの音圧レベル(dB)の標準偏差（実験値）と式(4-1)から求まる音圧レベル(dB)の標準偏差（理論値）を比較した結果を示す。両者は低周波数で増加する傾向が良く一致しており、100Hz 以下では標準偏差が 1dB 以上となることが分かる。

以上のように、低周波領域では、高周波数領域に比べて、音圧の分散が大きい。

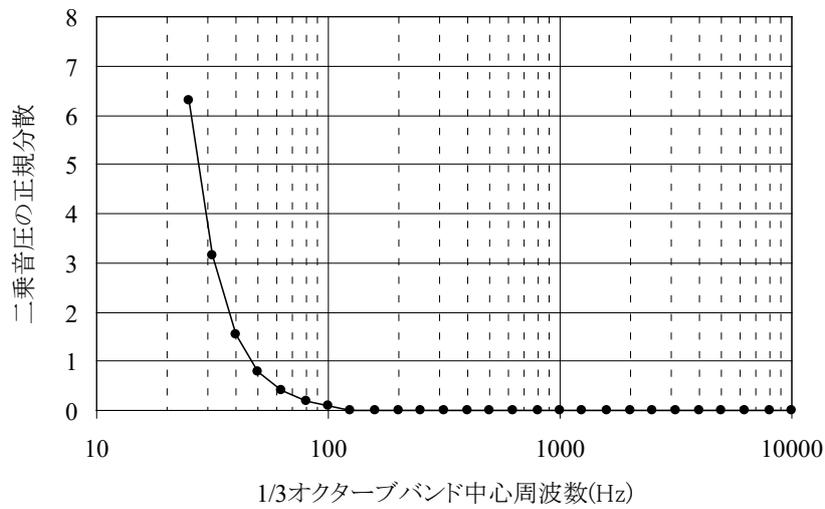


図 4-1 1600m³ 音響試験設備の二乗音圧の正規分散

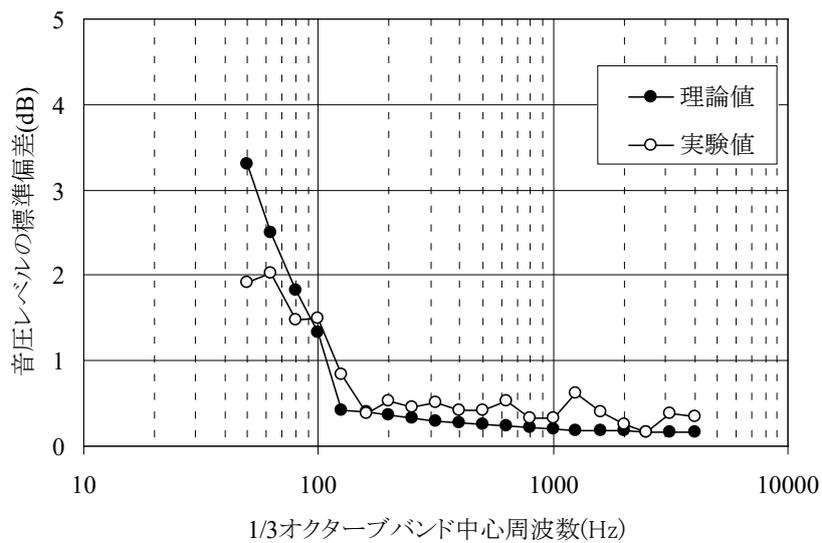


図 4-2 1600m³ 音響試験設備の音圧レベルの標準偏差(dB)

4.2 音源

宇宙機の音響試験に際しては、一般的にオーバーオールで 120～150dB 程度の音圧レベルが必要となる。このような大きな音圧レベルを得るために、以下のような機器を音源として使用することが多い。

(1) 電気－音響変換器(EPT, Electro Pneumatic Transducer)

開口面積が変化するスリットに高圧の気体を通し、疎密波を作ることによって、音響を発

生させるもので、高い音圧レベルで正弦波及びランダム波等、任意の波形を得ることができる。

(2) ジェット流(Jet Flow)

ノズルを通して圧縮気体を放出する際に発生する流体騒音を利用する方法で、気体のエネルギーから音響エネルギーへの変換効率は良くないが、高周波領域にピークを持つランダムノイズが得られる。スペクトラムの細かな制御は難しい。

(3) スピーカ(Electrodynamic Loudspeaker)

スピーカから発生させる音圧レベルを直接使用するもので、スペクトラムの制御性は良いが、低周波数、高音圧レベルの音響を得ることは難しい。

宇宙機の音響試験設備の多くは、反響室と EPT を組み合わせた設備である。数 kHz 以上の高周波数領域においてスペクトラムの制御が必要な場合、ジェット流やスピーカを追加する場合もある。また EPT から発せられた音響を効率よく反響室内へ導くため、ホーンが用いられることが多い。

反響室と EPT を組み合わせた音響試験設備は、反響室や機器の駆動のための周辺機器を含めると設備規模が大きくなる。近年、中・小型宇宙機やコンポーネントレベルの簡便な音響試験手法として、大型スピーカを供試体に向かって放射状に複数個設置し、擬似的な拡散音場環境を得る簡易的な手法が検討されている[4-3]。この方法の場合、音響によって加振される構造の振動応答は、音圧レベルのみではなく、供試体への音の入射角度も重要な要素となってくる。従って、スピーカによる簡易試験を実施する場合は、試験の目的に応じてスピーカの角度などの試験コンフィギュレーションを調整することが重要である。パネル構造を例にした、振動応答と簡易音響試験（スピーカ加音）の関係についての詳細な理論検討及び拡散音場（反響室）と簡易音響試験の実験結果を Appendix K に示す。

4.3 音場の制御

拡散音場の制御にあたり、注意すべき点を下記に示す。

- (1) 音圧レベルの制御は、最低 3 個のマイクロホンを使用する必要がある[4-1, 4-4]。制御用マイクロホンの設置個数に関する検討結果を Appendix L に示す。
- (2) 反響室壁面・床面や供試体の近傍では、音の反射により局所的に音圧が上昇するので、制御用マイクロホンは、反響室壁面・床面や供試体から、試験条件における最低周波数の 1/4 波長以上離す必要がある。同様に、供試体も反響室壁面・床面から、試験条件における最低周波数の 1/4 波長以上離す必要がある。但し、特に低周波を対象とした試験等、これらの条件を満足させることができない場合は、制御用マイ

クロホンを各表面からの反射波の影響が出来る限り少なくなるような位置に設置する必要がある。供試体の設置状況の一例を図 4-3, 4-4 に示す。壁面や供試体近傍での音圧上昇に関する詳細な検討結果を Appendix M に示す。

- (3) 音圧の制御には、周波数特性及び振幅特性について校正がなされている音圧計測システムを使用する必要がある。また、制御マイクロホンの事前点検として、音響試験実施前にピストンホン等の基準音圧発生器を用いて音圧計測システムの動作確認を行うことが望ましい。
- (4) 低及び高周波数帯では音圧の制御が困難な場合が多い。そのため試験公差は、該当する周波数帯では緩和されるのが一般的である。詳細については Appendix R を参照のこと。



図 4-3 反響室床面に供試体を固定した試験

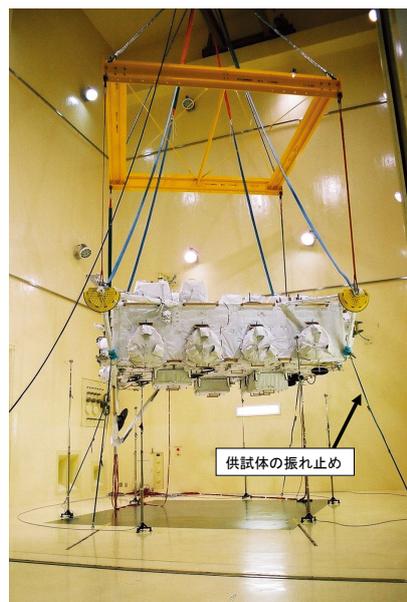


図 4-4 反響室内に供試体を吊して試験を行った例

4.3.1 制御用マイクロホンの選定

音響試験で使用するマイクロホンは、オーバーオールで 140dB 前後の高音圧で 8kHz バンド (1/1オクターブバンド) に及ぶ高周波数の音圧を計測できなければならない。マイクロホンには、大別すると圧電形マイクロホンとコンデンサマイクロホンがある。

(1) 圧電形マイクロホン

圧電素子を受音部とする圧電形マイクロホンは、160dB を超える高音圧まで計測可能であるが、高周波で感度上昇があるため、制御系で感度補正を行う必要がある。

(2) コンデンサマイクロホン

200V 程度の直流極電圧を印加するコンデンサマイクロホンには圧力音場形・自由音場形がある。自由音場形は野外計測等に適し、圧力音場形は密閉空間での計測に適したマイクロホンである[4-5]。従って、音響試験でコンデンサマイクロホンを使用する場合は、拡散音場で良好な特性が得られる圧力音場形を使用することが望ましい。

4.4 計測系 (加速度計測)

音響試験においては、通常、1/1オクターブバンドで 31.5Hz から 8kHz までの広い周波数帯域の音響負荷が加えられる。計測装置はこの音響負荷による宇宙機の応答加速度・歪を計測するもので、センサと増幅器から構成される。ここでは、応答加速度を計測する加速度センサの選定、及び計測系に関する留意事項を以下に示す。

- (1) 計測結果の評価に用いる加速度パワースペクトル密度解析 (5.2 項参照) の結果は、一般的に周波数の違いによる値の変動が大きい (最大値と最小値の差が数十 dB になることもある) ので、加速度センサはダイナミックレンジの広いものを選定すること。
- (2) 加速度センサの選定においては、センサ自体の共振周波数にも注意を払わなければならない。評価対象の周波数範囲 (通常 2kHz まで) において、周波数特性が概ねフラット (変動量<5%) である加速度センサを用いること。例えば圧電形加速度センサの共振周波数における増幅率は 20~40dB (Q=10~100) に及ぶ。
- (3) 音響試験で使用する加速度センサについては、音響負荷によるノイズの発生が少ないセンサ (音響感度が少ないセンサ) を使用すること。音響試験中は加速度センサ自体にも音響が負荷されるため、音響感度が高いセンサを使用した場合、出力信号に計測信号以外のノイズが混入する。
- (4) 計測系と供試体が意図せず接地してしまうことが無いよう、加速度センサ底面と供試体の間に絶縁処置を行うこと。

- (5) 前置増幅器（プリアンプ）を持たない圧電形加速度センサのような電荷伝送型の計測ラインにおいては、極力、ローノイズケーブルとチャージアンプの間に中継接続のない連続ケーブルを使用することが望ましい。接続部のがたつき等が計測ノイズの原因となる場合がある。
- (6) 音響試験中に加速度センサが外れると、供試体を損傷させる恐れがあるため、接着剤等により確実に取付けること。また、供試体や治具上に配線するローノイズケーブルは、音響試験中に揺れると計測ノイズの原因となるため、確実に固定すること。
- (7) 搭載コンポーネント等の機器インタフェース部の加速度応答を計測する場合は、機器の取付インタフェース（取付フランジ等）に極力近づけてセンサを配置すること。
- (8) 計測データが計測系の最大入力電圧を超えて飽和（サチレーション）を起こさぬように計測レンジを設定すること。計測レンジの設定にあたっては、時系列加速度データの最大値を包絡するような計測レンジ（時系列加速度データの実効値の+20～30dB程度）を設定すること。
- (9) 計測データのサンプリング周波数については、評価周波数範囲の上限周波数の2倍以上とすること（ナイキストの標本化定理）。また、サンプリング周波数の1/2以上の周波数成分が1/2以下の周波数領域に折り返されることによりエイリアシング（折り返し歪という）が発生する。実際は、計測データに含まれる評価周波数範囲以上の成分を遮断するアンチエイリアシングローパスフィルタ（通常-3dB/Oct～-20dB/Oct）が適用されるが、その遮断特性は完全ではないため、サンプリング周波数は評価周波数の2倍よりも大きな値を設定する必要がある。

4.5 供試体の設置

音響試験において良好な拡散音場を供試体へ負荷するためには、4.3項(Appendix M)で述べたとおり、反響室の天井・壁面・床面の反射や音響発生源からの直接音の影響を受けないように、供試体を反射面及び音響発生源から離して設置する必要がある。

主な供試体の設置方法として、供試体を吊り下げる方法と、治具を介して供試体を設置する方法がある。いずれの場合も、供試体の固定点をフライト時と合わせることは基本であるが、その上で供試体をどのように設置するかは、以下に示すように供試体に加えたい負荷のパス（音響負荷のみ、または治具振動によるランダム振動を複合して負荷）によって選択する必要がある。

以下に、主な設置方法の特徴と留意すべき事項を示す。

4.5.1 供試体単体を吊り下げる方法

天井クレーンや反響室壁面に設置されている固定部を用いて、反響室の中央付近に供試体単体を吊り下げて設置する方法である。この方法は、取り付け部の剛性に影響しない自

由支持に近い状態で設置されるため、供試体に音響以外の振動が負荷されにくい特徴がある。この設置方法を選択する場合の留意点を以下に示す。

- (1) 供試体を吊り下げるロープやワイヤ、シャックル等の部品の強度が十分であること。
- (2) 吊り下げに用いる部品自体が音響試験中に緩むことが無いよう、ネジ等を確実に固定すること。
- (3) ワイヤの捻れ等による供試体の回転や大きな揺れを防止するために、床面と供試体の間もロープ等で固定すること。
- (4) 計測系のケーブルが振動してノイズ源とならないよう、取付ワイヤ等に計測系のケーブルを固定して配線すること。
- (5) この設置方法では、供試体の機械的締結インタフェース部（搭載機器取付点や太陽電池パドルの保持点等）の境界条件が自由であるため、実機に於いてそのインタフェース部に作用する実荷重を模擬できない。従って、供試体の機械的締結インタフェース部に作用する荷重に対する強度評価が適切に行えない場合が生じることに留意すること。

4.5.2 剛な治具を用いる方法

供試体と比較して音響負荷時の振動応答レベルが十分低い、剛な治具に供試体を固定する方法である。剛な治具とは、音響負荷時の治具の振動に起因する供試体の振動レベルが、供試体の音響負荷による振動と比べ無視できる治具のことである。この治具の設置方法としては、床面に固定する方法やクレーン等で吊り下げる方法がある。供試体は治具の取り付け部で固定支持となる。この設置方法を選択する場合の留意点を以下に示す。

- (1) 音響負荷時に治具のがたつき等による振動が発生しないよう、治具の設計、設置及び取付方法に注意すること。
- (2) 治具と供試体の取付面の間や治具自体などに密閉空間が出来ないような構造にすること。密閉空間があると空間内に音響の定在波が発生し、治具が振動する原因となる場合がある。
- (3) 治具を床面に設置する場合は、床面による音の反射の影響を抑えるために（詳細は Appendix M を参照）、供試体をかさ上げして設置すること。
- (4) 治具を吊り下げて固定する場合は、4.5.1 項(1)～(4)に示す事項に注意すること。
- (5) 音響試験中の治具の振動が供試体の振動に影響を与えないよう、治具の設計に注意する必要がある。音響試験中の治具の振動についての詳細な説明を Appendix N に示す。
- (6) この設置方法では、供試体の機械的締結インタフェース部（搭載機器取付点や太陽電池パドルの保持点等）の境界条件が剛であり、そのインタフェース部のインピー

ダンスが実機と異なるため、実機に於いてインタフェース部に作用する荷重分布を模擬できない。従って、供試体の機械的締結インタフェース部に作用する荷重に対する強度評価が適切に行えない場合が生じることに留意すること。

4.5.3 実機相当の治具を用いる方法

治具として、打ち上げ時に供試体を搭載する実機相当の構造体を用いる方法である。この方法では、治具が音圧により加振され、励起されたランダム振動が供試体に負荷される。供試体には、音響負荷と治具の振動によるランダム振動が同時に負荷されるが、治具の振動によるランダム振動を主要負荷として与えることが目的である。この設置方法の例として、衛星の構体パネルを模擬した治具を用いて、搭載機器の音響試験を行う場合などが考えられる。この設置方法を選択する場合の留意点を以下に示す。

- (1) 音響試験時に治具から負荷される振動を、実フライト時の振動レベルに近い状態にするため、フライト時に供試体が搭載される構造に極力近い構造体（取り付け条件、受音面積及び構造の動特性など）を治具として用いることが望ましい。
- (2) 本項の設置方法による音響試験とランダム振動試験を比較すると、音響試験の方が供試体取付部の機械インピーダンスがより実環境に近い状態となる。従って、ランダム振動試験よりもより実環境に近い負荷を供試体に与えることができる利点がある（振動試験で生じる過負荷の問題を回避できる）。
- (3) 治具の振動を実フライト時の振動レベルに近い状態にする、という試験目的を損なわないよう、治具の製作、設置方法に留意すること。治具を吊り下げて固定する場合は、4.5.1 項(1)～(4)に示す事項に注意すること。
- (4) 実機相当の治具を設計及び製作する必要があるため、他の方法よりもコストが高い。

4.6 参考文献

- [4-1] *Department of Defense Test Method Standard for Environmental Engineering Consideration and Laboratory Tests*, MIL-STD-810F, Part two, Laboratory Test Methods, METHOD 515.5, ANNEX.B 1.1, c.
- [4-2] Lyon, R.H., *Statistical Analysis of Power Injection and Response in Structures and Rooms*, *J. Acoust. Soc. Am.* 45, (1969), pp.545-565.
- [4-3] O'Connell, M., Hausle, F., *Direct Acoustic Verses Reverberant Acoustic Testing Of The Cloud Profiling Radar Instrument*, *Spacecraft and Launch Vehicle Dynamic Environments Workshop*, (2005).
- [4-4] NASA-STD-7001, *Payload Vibroacoustic Test Criteria*, (1996-6).
- [4-5] 時田保夫, 音の環境と制御技術第 I 巻基礎技術, (2000), フジテクノシステム.

5. 計測データの評価

5.1 計測データの解析手法

音響試験時における供試体の応答は、供試体上の各点に設置された加速度センサによって計測される。供試体への加振力となる拡散音場の音圧はランダムであるため、供試体の応答である加速度センサの出力信号もランダムである。図 5-1 に加速度センサの出力信号の一例を示す。

音響試験では、供試体各部の加速度応答の周波数特性やそのレベルを評価することが多いため、時系列信号を周波数領域に変換して評価することが行われる。周波数領域の解析方法としては、狭帯域のパワースペクトル密度関数(PSD, Power Spectral Density function)[5-1]による解析や、比較的広い周波数バンドを持つ $1/n$ オクターブバンド解析が用いられる。PSD 解析は、時系列信号のフーリエ変換から求められ、 $1/n$ オクターブバンド解析はバンドパスフィルター[5-2]を用いて求められる。

音響試験では、宇宙機の構体パネル上に搭載される機器の取付位置における振動レベルや固有振動数を確認する必要があるため、狭帯域の加速度 PSD を用いるのが一般的である。この PSD 解析を評価する際に留意すべき PSD 解析の推定誤差や分解能誤差は、それぞれ 5.2 項と 5.3 項で述べる。加速度 PSD がランダム振動環境条件 PSD を逸脱した場合に用いられるランダム応答スペクトラム(RRS, Random Response Spectrum)については 5.4 項で述べる。

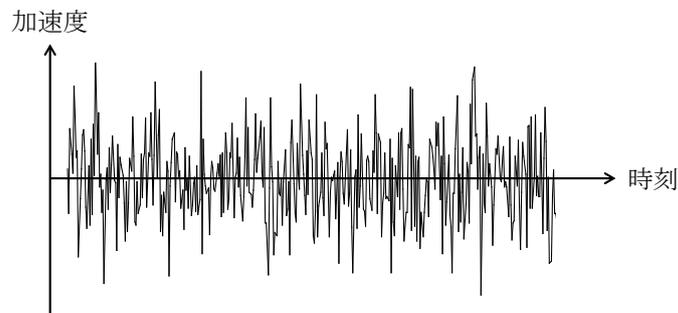


図 5-1 音響試験時の加速度センサ出力信号の一例

5.2 パワースペクトル密度関数の信頼区間

音響試験における供試体の評価は、応答加速度の PSD によって行われる。応答加速度の時系列信号がランダムであるため、その PSD も統計的にランダムな性質があり、データ解析結果として得られた PSD の信頼区間に留意する必要がある。

加速度 PSD は、加速度時系列信号のフーリエ変換によって推定される。ここで、時間 T の加速度時系列信号を $x(t)$ とすれば、推定されるパワースペクトル密度関数 $\hat{G}_x(f)$ は、

$$\hat{G}_x(f) = \frac{2}{T} |X(f, T)|^2 \tag{5-1}$$

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt \tag{5-2}$$

と書ける。ここに、 $X(f, T)$ は $x(t)$ のフーリエ変換であり、 $\hat{G}_x(f)$ は負の周波数を持たない片側スペクトルである。音響試験における加速度時系列信号はランダムであるため、推定されるパワースペクトル密度関数もランダムであり、 $\hat{G}_x(f)$ は真値ではなく、推定値である。真のパワースペクトル密度関数を $G_x(f)$ とするとき、 $\hat{G}_x(f)$ との関係は、

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma[\hat{G}_x(f)]}{G_x(f)} = \sqrt{\frac{2}{DOF}} = \sqrt{\frac{1}{n}} \tag{5-3}$$

で与えられる[5-1]。ここに、 ε_r は真のパワースペクトル密度関数と推定値の標準偏差 $\sigma[G_x(f)]$ の比であり正規化誤差(Standard Error)と呼ばれる。また、 DOF は自由度(Degree of Freedom)であり、推定に用いるフーリエ変換の平均回数 n と、 $DOF = 2n$ の関係がある[5-1]。式(5-3)から分かるように、正規化誤差は平均回数を増やすほど低下する。例えば、平均回数1回($n=1$)では、正規化誤差は1で標準偏差が真のパワースペクトル密度の値と等しく、著しい誤差を生じる。従って、パワースペクトル密度関数の推定では、図5-2に示すように複数の時間に分割したり、オーバーラップを与えてフーリエ変換の平均回数 n を増加させることが一般的に行われる。オーバーラップを大きくする程、平均回数を増加させることが出来るが、過度のオーバーラップは誤差の低減効果が無く（実効的な自由度が増加しない）、無用に計算量を増大させてしまう[5-4]。オーバーラップは、50%~80%が妥当な値である（図5-2でオーバーラップ領域の時間が $0.5 \times T \sim 0.8 \times T$ ）。

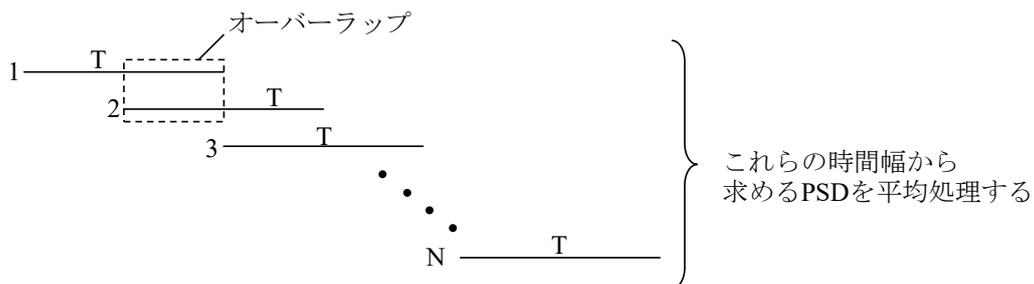


図 5-2 パワースペクトル密度の計算における時間分割やオーバーラップ

現実の音響試験では、「推定されるパワースペクトル密度の信頼出来る区間」が重要である。表 5-1 に、自由度に対する信頼区間の例を示す。例えば、平均を 50 回 ($DOF = 100$) 行って得られるパワースペクトル密度の推定値は、95%の確率で真のパワースペクトル密度の区間[+1.12 / -1.29dB]に含まれるということを示している。

現実の音響試験では、パワースペクトル密度の推定に100回以上の平均処理が行われるのが通常であり、この場合、真のパワースペクトル密度との差が約1dB以内 (95%確率) となる。

5.3 パワースペクトル密度関数の分解能誤差

音響試験における供試体の評価に用いられる応答加速度のPSDは、式(5-1)に示すように、加速度の時刻歴データの離散フーリエ変換から求められる。離散フーリエ変換では、有限の時刻歴データを処理するため、PSDは周波数に関して連続なPSDではなく、離散PSDであり、必然的に分解能誤差が発生する。フーリエ変換に供される時間が T (s) であるならば、分解能周波数は $1/T$ (Hz) である。PSDの分解能周波数が構造の固有振動モードの周波数バンド幅 (半値幅) よりも十分に小さくない場合、図5-3に示すように、構造モードの共振ピークが小さくなり、減衰を過大に評価してしまう。従って、以下に示す方法に従い、適切な周波数分解能を選択する必要がある。

表 5-1 パワースペクトル密度関数の信頼区間(dB)の一例

	50% Confidence	80% Confidence	90% Confidence	95% Confidence	99.9% Confidence
DOF=10	0.99 / -1.72	2.04 / -3.13	2.63 / -4.05	3.11 / -4.89	4.97 / -8.98
DOF=20	0.76 / -1.12	1.52 / -2.06	1.96 / -2.66	2.33 / -3.19	3.76 / -5.69
DOF=50	0.52 / -0.66	1.02 / -1.23	1.30 / -1.58	1.55 / -1.89	2.53 / -3.29
DOF=100	0.38 / -0.45	0.74 / -0.84	0.95 / -1.08	1.12 / -1.29	1.85 / -2.23
DOF=200	0.28 / -0.31	0.53 / -0.58	0.68 / -0.75	0.81 / -0.90	1.34 / -1.53

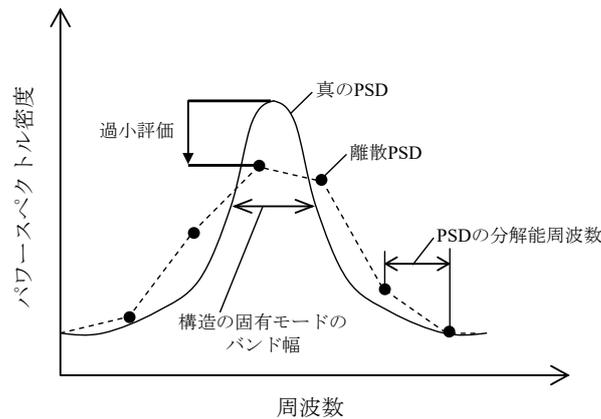


図 5-3 離散 PSD による減衰の過大評価

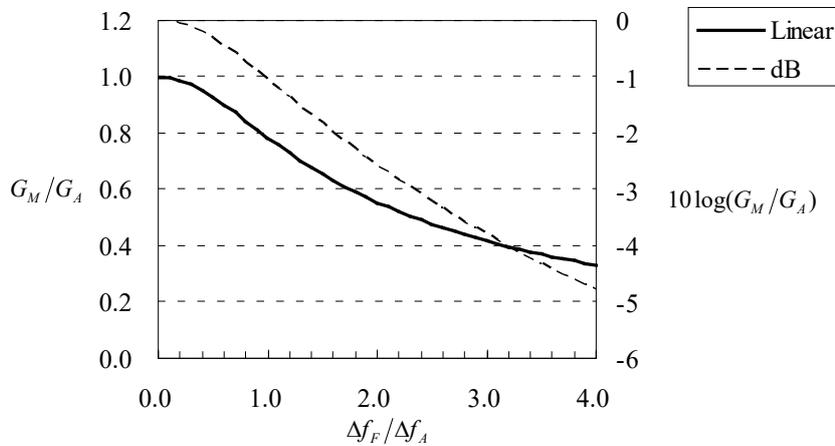


図 5-4 分解能周波数による離散 PSD ピーク値への影響

Forlifer[5-5]によると、構造の固有振動数における真のPSD値を G_A 、離散PSD値を G_M とすれば、これらの関係は次式で書ける。

$$\frac{G_M}{G_A} = \frac{\Delta f_A}{\Delta f_F} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta f_F}{\Delta f_A} \right) \quad (5-4)$$

ここに、 Δf_F は PSD の分解能周波数であり、 Δf_A は固有振動数を f_n 、損失係数を η ($= 2\xi$, ξ は減衰係数比) としたときの半値幅 $\Delta f_A = f_n \eta$ である。図 5-4 に式(5-4)をプロットした図を示す。PSD の分解能周波数 Δf_F が大きくなるに従って、離散 PSD のピーク値 G_M が真の PSD 値 G_A より小さく評価されることが分かる。例えば、PSD の分解能周波数が半値幅の 2 倍である場合、離散 PSD のピーク値は約 50%(-3dB)に過小評価される。具体例として、固有振動数が $f_n = 100$ Hz、減衰係数比が 2%の時、半値幅は $\Delta f_A = 4$ Hz であり、PSD の分解能周波数が 8Hz であれば $G_M/G_A = 0.55$ ($= -2.57$ dB) となる。

音響試験では、加速度 PSD のピーク値が規定のランダム振動環境条件レベルを超えないかを判断するため、供試体の減衰係数比を考慮し、適切な周波数分解能とする必要がある。

5.4 ランダム応答スペクトラムによるランダム振動環境条件逸脱時の評価

音響試験時に各機器で計測された加速度 PSD（以下、計測加速度 PSD という）が図 5-5 のようにランダム振動環境条件 PSD を逸脱した場合、特に鋭いピークを持つ共振周波数付近での搭載機器への影響を検討する必要がある。その検討には、ランダム応答スペクトラム(RRS, Random Response Spectrum)[5-6]が有効である。

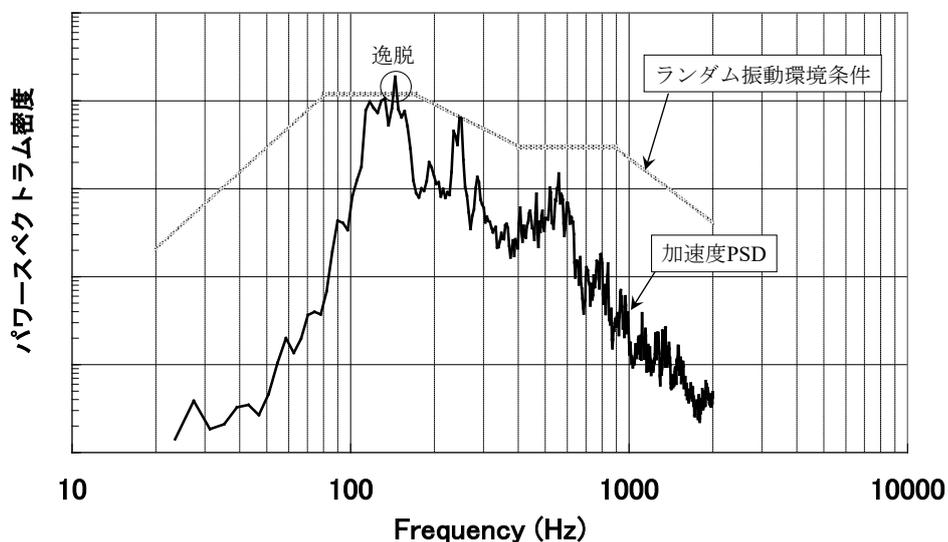


図 5-5 ランダム振動環境を逸脱した応答の例

音響により加振されやすい軽量なハニカムパネル上に搭載されることの多い宇宙機の機器については、機器へ作用する音圧ではなく、搭載面から機器への力の伝達経路が支配的であると考えられる。従って、計測加速度 PSD がランダム振動環境条件 PSD を逸脱した場合でも、音響試験時に機器や構体のクリティカルな固有振動数の共振によって作用した力の実効値が、ランダム振動環境条件で作用する力の実効値を越えなければ、機器に対して問題はないと判定することが出来る。

以上のことから、RRS 解析では、「ランダム振動による各搭載機器の不具合や破壊は、機器や構体のクリティカルな固有振動数において、搭載面から機器へ作用する力に支配される」と考える。その力は搭載機器の絶対加速度と機器質量の積で求められるが、各機器や構体の正確な固有振動数を事前に推定することは困難である。そのため、RRS 解析では、搭載機器のクリティカルな固有振動モードを 1 自由度系と考え、その固有振動数はあらゆる

る周波数で発生するものとし、その1自由度系の絶対加速度の実効値を近似的に計算する。
RRS 解析についての留意事項を以下に示す。

- RRS 値は、機器の共振周波数及び減衰によって変わるが、ランダム振動環境条件の RRS も同様であるため、計測加速度と環境条件との加速度実効値の相対比較であることに注意する。
- RRS 解析の出力値として、本項の絶対加速度や相対変位[5-6]等の定義があるが、評価上は同等である。この点について、Appendix P に示す。

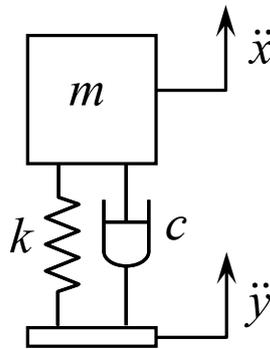


図 5-6 1 自由度振動系

次に、RRS 解析の計算方法を示す。図 5-6 に示す 1 自由度系（固有振動数 f_n 、減衰係数比 ξ_n ）に加速度 \ddot{y} を負荷した場合、質量 m の RRS（= 加速度実効値 \ddot{x}_{rms} ）は次式となる。

$$\ddot{x}_{rms}(f_n, \xi_n) = \sqrt{\sum_{i=1}^N PSD_{\ddot{x}}(f_i) \Delta f} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{1 + (2\xi_n \frac{f_i}{f_n})^2}{\left(1 - \left(\frac{f_i}{f_n}\right)^2\right)^2 + (2\xi_n \frac{f_i}{f_n})^2} PSD_{\ddot{y}}(f_i) \right] \Delta f} \quad (5-5)$$

ここで、 $PSD_{\ddot{y}}(f_i)$ は、離散周波数 f_i での加速度負荷 \ddot{y} の PSD、 Δf は PSD の分解能周波数、 N は周波数点数である。

狭帯域での PSD 結果が、一部の周波数でランダム振動環境条件の PSD レベルを逸脱する場合、以下の点を総合的に考え判定する。

- (1) 搭載機器のクリティカルな周波数及び減衰（ Q 値）が既知の場合、そのクリティカルな周波数及び減衰を使用して、計測加速度 PSD 及びランダム振動環境条件 PSD の

RRS を解析する。また減衰のみが未知の場合、安全側の減衰を用いて RRS を計算する。クリティカルな周波数において、ランダム振動環境条件 PSD の RRS が計測加速度 PSD の RRS に対し、大きい場合、音響試験の負荷は環境条件の負荷を下回るので問題がないと考えられる。

- (2) 搭載機器のクリティカルな周波数及び減衰が未知の場合、搭載機器のあらゆる共振周波数及び安全側の減衰を使用して、計測加速度 PSD 及びランダム振動環境条件 PSD の RRS を解析する。計測加速度の RRS がランダム振動環境条件の RRS より大きい場合、音響試験の負荷は環境条件の負荷を上回ると考えられる。

RRS の具体例として、図 5-5 に示した加速度 PSD とランダム振動環境条件の RRS 解析結果を図 5-7 に示す。図 5-5 に示すように、衛星の音響試験時に得られた機器インタフェース点の加速度 PSD (実線) は、130Hz 付近でランダム振動環境条件 (灰色) を超えているが、図 5-7 に示す RRS 解析結果では 130Hz 付近において計測値 (実線) が環境条件 (灰色線) を下回る。従って、音響試験時の負荷は環境条件の負荷を超えないと結論付けることが出来る。尚、図 5-7 中の破線は 5.5 項で説明する Miles の式による計算結果である。

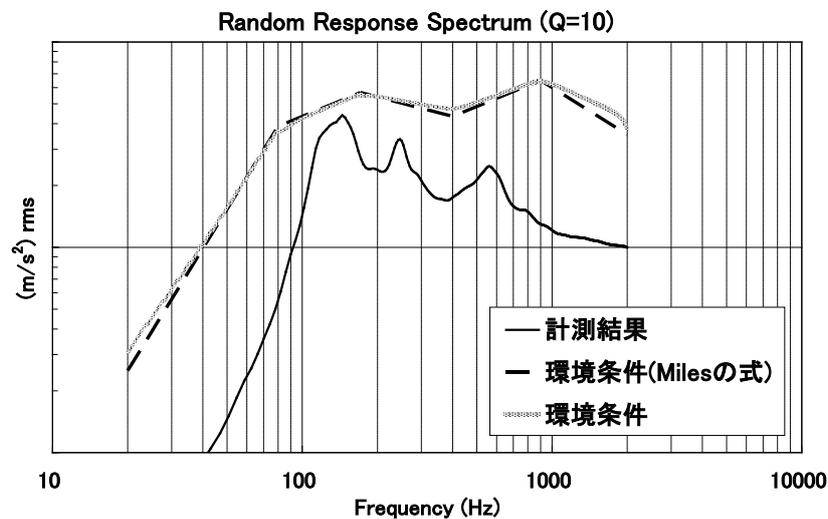


図 5-7 ランダム振動環境条件と音響試験での計測結果の RRS

5.5 Miles の式の使用範囲・評価

RRS の計算式(5-5)は、各共振周波数 f_n を与え計測加速度 PSD の各周波数に対して積分演算を行う必要があり、複雑な計算である。式(5-6)に示す Miles の式[5-7]は RRS の計算式の簡易形であり、共振周波数と共振周波数における PSD と減衰が分かれば、積分演算無し

に搭載機器応答の実効値を求めることが出来る。この簡易式の使用条件として、搭載機器の減衰が小さく($Q > 5$)、PSDの値が周波数によって激しく変化しないことが必要である。図 5-5 に示すように、通常、ランダム振動環境条件は周波数によって激しく変化しない PSD であるため、Miles の式を用いた RRS 解析結果(Spec(Miles))は、式(5-5)を用いて厳密に計算した RRS 解析結果(Spec)に対し 1dB 以内で一致する。しかし、試験で計測される PSD の値は周波数によって激しく変化するため、式(5-5)を用いて厳密に計算した方が良い。

$$\ddot{x}_{0rms} \approx \sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q \cdot PSD_y(f_n)} \quad (5-6)$$

5.6 計測データの不確かさ評価

5.6.1 不確かさとは

計測値の信頼性を表す指標としてこれまで「誤差」が用いられてきたが、国際的には誤差の概念が否定されつつある。正確には知り得ない「真の値」からの差を示す「誤差」という表現ではなく、元々測定できない「真の値」に対して計測値がどの程度のバラツキの範囲内にあるかを示す、計測値の不確かさを表記する方法へ移行しつつある。

バラツキの統計的な表現は、標準偏差 σ であり、この標準偏差は標準不確かさとなる。計測対象の真値は、計測値の確率分布の信頼区間内に存在する。例えば、正規分布を想定すると $\pm 2\sigma$ 範囲内 (包含係数(Coverage Factor) : $k=2$) の信頼水準は 95% である。

不確かさを用いた一例として、加速度センサの不確かさを示す例を図 5-8 に示す。この例では、校正により得られた 100Hz の感度は $0.136568 \text{ pC}/(m/s^2) \pm 1.1\%$ (Uncertainty Estimate : 95% Confidence, $k=2$) であることがわかる。

不確かさによる表現は世界的に計量標準[5-8]となっているが、現実には不確かさという概念が一般的にはまだ広く認知されていないのが実情である。これまで使用してきた計測システムを全て不確かさで表現し直すのには時間・労力を伴うが、世界の動向に合わせて今後順次見直していく必要がある。

5.6.2 計測データの厳密な評価

音響試験の最終評価は、厳密には計測データに異常がない場合でも計測系によって異なる結果が得られる。なぜならば、計測には不確かさが存在し、計測データは実際発生している加速度を近似したものに過ぎないからである。従って、計測結果を厳密に評価するような場合は、計測や解析処理による不確かさを考慮する必要がある。

計測データの不確かさは、センサやアンプなどを含めた不確かさの和 (合成不確かさ) の平方根である。計測データの不確かさは式(5-7)によって計算できる。

$$U_{sys} = (U_{Acc}^2 + U_{CON}^2 + U_{DAS}^2)^{1/2} \quad (5-7)$$

ここで、 U_{Acc} 、 U_{CON} 、 U_{DAS} は、それぞれ、加速度センサ、コンディショナ、及びADコンバータ等デジタル処理系の不確かさである。

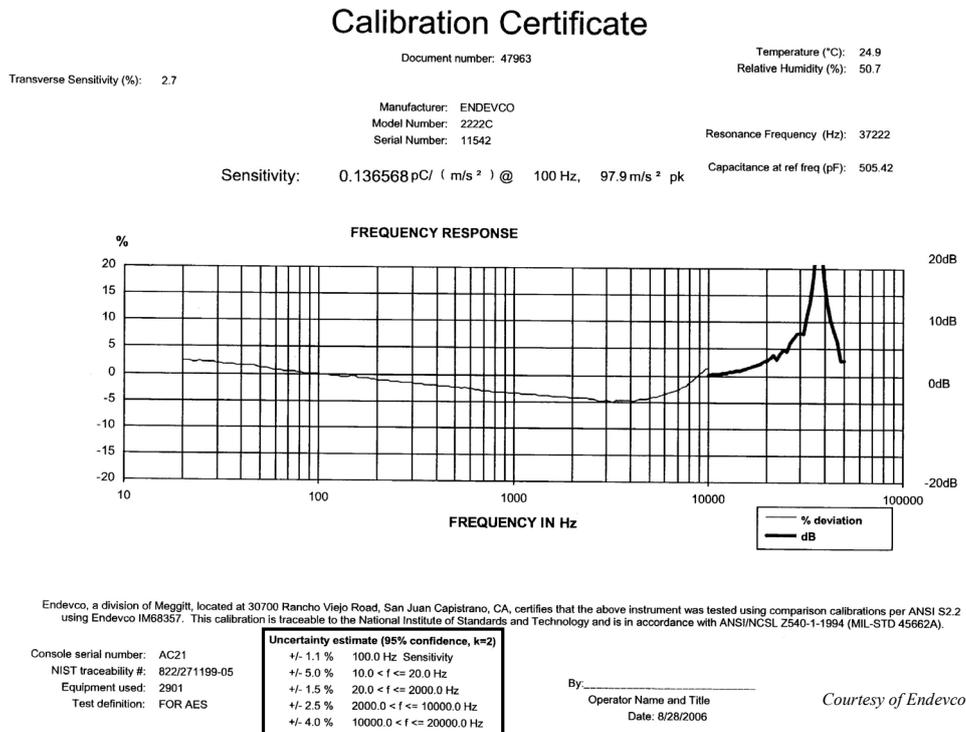


図 5-8 加速度センサの校正結果（不確かさ表現）

5.7 参考文献

- [5-1] Bendat, J.S. and Piersol, A.G., *Random Data: Analysis and Measurement Procedures, 3rd ed.*, (2000), John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [5-2] *IEC-1260, Electroacoustics-Octave-band and fractional-octave-band filters*（オクターブ及び 1/N オクターブフィルタ）, (1995).
- [5-3] Johnson, N.L., Leone, F.C., *Statistics and Experimental Design in Engineering and the Physical Sciences Volume I*, John Wiley & Sons, Inc. (1977).
- [5-4] Welch, P.D., The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms, *Proceeding of the IEEE*, Vol. 66, No. 1, (1967), pp. 51-83.
- [5-5] Forlifer, W.R., The Effects of Filter Bandwidth in Spectrum Analysis of Random Vibration, *shock, vibration, and Assoc. environ Bull.33, Pt.2*, Department of Defense, (1964).
- [5-6] Spanos, P.D. et al., Spectral Representation of High-Frequency Space Shuttle Data, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 7, No. 3, (1994), pp. 314-326.

- [5-7] Miles, J.W., On Structural Fatigue Under Random Loading, *Journal of the Aeronautical Sciences*, (1954-11), p. 753.
- [5-8] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, (1993, corrected and reprinted 1995), International Organization for Standardization (ISO), Geneva, Switzerland.

Appendix A 音響試験条件の設定に関する一手法

音響試験の規定条件は各機関の標準ごとに異なっており、その一覧を表 A-1 に示す。宇宙機一般試験標準[A-1]に記載されているように、認定試験や受入試験等の各音響試験条件は、地上輸送、地上ハンドリング等、組立後からミッション終了までの全ての期間において遭遇すると予測される影響を考慮した最大予測環境（MPE, Maximum Predicted Environment）に基づき、音響の負荷レベル及び負荷時間で規定される。一般に、宇宙機ではロケットによる音響の影響が最も大きく、打上げ時の音響環境が最大予測環境となることが多い。また、宇宙機個別の音響試験条件は、局所音圧上昇や累積疲労等、宇宙機個別の影響を考慮して規定される。

以上より、本項では音響試験条件の設定に関し、統計値としての最大予測環境の計算方法について述べ、米国で一般的となっている最大予測フライト環境に関する考え方も合わせて紹介する。また、疲労を考慮した試験条件の設定手法についても述べる。

表 A-1 各機関の音響試験の標準条件

機関	文書	内容
JAXA	JERG-2-130A [A-1]	<ul style="list-style-type: none"> AT=MPE、試験時間=最大 1 分 QT=MPE+3dB、試験時間=AT の 2 倍
NASA	NASA-STD-7001 [A-3]	<ul style="list-style-type: none"> AT=Max（MPE-3dB、最小ワークマンシップレベル 138dB）、試験時間=1 分間 QT=Max（MPE+3dB、最小ワークマンシップレベル 138dB）、試験時間=2 分間（単一ミッションの場合） 注：MPE=P95/50 の確率レベル
NASA	GEVS-SE Rev.A [A-4]	<ul style="list-style-type: none"> AT=MPE、試験時間=1 分 QT=MPE+3dB、試験時間=2 分間 注：MPE=P95/50 の確率レベル
ESA	ECSS-E-ST-10-03C [A-5]	<ul style="list-style-type: none"> AT=ロケット規定のレベルまたは QT - 3dB、試験時間=1 分間 QT=ロケット規定のレベルまたはフライトレベル+3dB、試験時間=2 分間
米国 MIL	MIL-STD-1540E [A-6]	<ul style="list-style-type: none"> AT=Max（MPE, 最小ワークマンシップレベル）を包絡、試験時間=1 分間 QT=AT+6dB、試験時間=3 分間

A.1 統計値としての最大予測環境

音響環境は非定常かつ低周波から高周波成分を有するランダムな現象であり、その最大予測環境は、統計値で表される。つまり、最大予測環境は、宇宙機が遭遇する環境のある割合を、ある確率で包絡するレベルという意味を持ち、真の最大値（確定値）ではない。特に、ロケット打上げ時の音響環境は、フェアリング内の計測を行い得られたデータに対し、音圧のばらつきを統計処理することで設定される。

ロケット打上げ時の音響環境において、計測位置やロケット号機間等のばらつきは、対数正規分布に従うことが経験的に知られている[A-2]。対数正規分布とは、対数值である音圧レベル(dB)が正規分布に従うということである。この場合、有限個の計測データから、確率的な最大値を求めることが出来る。即ち、図 A-1 に示すように、有限個の計測データから平均値 μ と標準偏差 σ を求めれば、確率 $\gamma\%$ で $\beta\%$ の割合のデータを包絡する最大値を求める事が出来る。この最大値の表示は、慣例として $P\beta/\gamma$ と書く。例えば、米国では、打上げ時の音響は、P95/50 レベル、即ち、50%の確率で集合（フライト）の 95%を包絡するレベルで規定することになっている[A-3]。

文献[A-1]において、最大予測環境が $+2\sigma$ (QT=AT+4dB)のときと $+3\sigma$ (QT=AT+2dB)のときが併記されていたが、現在は $+2\sigma$ のみとなった。これは、 $+2\sigma$ の値を前提として打上げ時の音響環境が算定されている現状に即したものである。

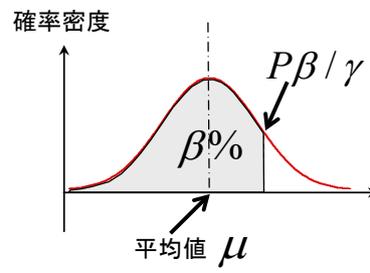


図 A-1 確率的な最大値

A.2 最大予測環境の計算方法

最大予測環境は、非定常な時系列音響データから短い時間幅（1.0 秒など）のデータを切り出して、周波数解析（1/3 オクターブバンド解析等）を行い、これらの包絡値によって規定され、次式で計算出来る。

$$MPE = \bar{\mu} + k_{n\beta\gamma} \bar{\sigma} \quad (\text{A-1})$$

ここで、 $\bar{\mu}$ と $\bar{\sigma}$ は、ばらつく音響計測値(dB)の平均と標準偏差であり、 $k_{n\beta\gamma}$ は正規分布に関連する変数である（A.1 項で述べたように、母集団である音響計測値(dB)は正規分布と仮定している）。平均と標準偏差は、次式を用いて“推定”する。

$$\bar{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{\mu})^2} \quad (\text{A-2})$$

ここに、 x は音響計測値(dB)、 n はサンプル数である。平均値と標準偏差が“推定値”なのは、統計処理において真値は不明で、有限個（ n 個）のサンプルからの推定になるからである。この推定値のため、式(A-1)中の $k_{n\beta\gamma}$ は、サンプル数 n 、割合 β のみならず、確率 γ の関数となる。そして、式(A-1)で求まる最大予測環境は、母集団の割合 β を確率 γ で包絡する値である。

表 A-2 に $k_{n\beta\gamma}$ の値（一部）を示す。例えば、P95/50 でサンプル数 $n=4$ の場合、 $MPE = \bar{\mu} + 1.83\bar{\sigma}$ が 50%の確率で、母集団の 95%を包絡する値となる。また、13 個の計測データに対し、P95/50 と P99/90 を計算した結果の一例を図 A-2 に示す。計算結果の P95/50 は、概ね計測データの包絡線となっており、P99/90 は数 dB のマージンのあるレベルとなっていることが分かる。

表 A-2 $k_{n\beta\gamma}$ の値[A-7]

n	P95/50	P99/90
3	1.938	7.340
4	1.830	5.438
13	1.687	3.309
20	1.671	3.052
∞	1.645	2.326

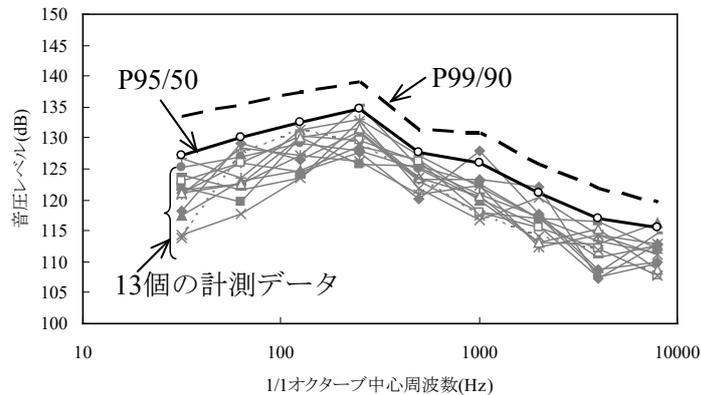


図 A-2 MPE の計算例

なお、本項で述べた計算方法は、各周波数バンド毎に実施する。フーリエ変換(FFT)により周波数解析を行う場合の注意点については、5.1項、5.3項を参照のこと。また、最大予測環境の設定に十分な音響データが無い場合は、過去の経験に基づいて、計測データにマージンを加えて最大予測フライト環境の設定が行われる。なお、ロケット打上げ時における音響環境の設定は、一般的にロケット側作業として行われる。

A.3 最大予測環境に関して行われている検討について

A.2項で述べた最大予測環境の計算方法では、短い時間幅(1.0秒など)に切り出した“非定常”の環境に対し1/3オクターブバンド解析等の周波数解析を行い、その解析結果の統計的な包絡線から最大環境が決定される。従って、その包絡レベルで“定常な”音響試験を行うと、累積疲労の観点で過剰に安全側となる(累積疲労が大となる)ことが指摘されている(実環境より最大8dB高いとの報告がある[A-8])。そこで、シリーズで上げられる宇宙機においては、LEM(Launch Environment Monitor, 打上環境モニタ)によるデータ取得等を独自に行い、宇宙機サブシステム・コンポーネントの最大予測環境(宇宙機内部のインタフェース)を評価する場合もある。

また、米国では、最大予測環境ではなく、フライト時の累積疲労の点から等価となる試験レベルの決定方法について研究[A-4]が行われている。尚、累積疲労損傷の評価については、2.4項を参照のこと。

A.4 試験条件と累積疲労損傷

A.4.1 各国標準における音響試験条件と累積疲労損傷値の比較

各国標準について累積疲労損傷の考え方をを用いて音響試験条件の比較を行い、その妥当性を検討する。E.2 項には簡易的な累積疲労損傷モデルが紹介されており、その評価式は式(A-3)で表される。

$$\lambda = \frac{D_{FLT}}{D_{GT}} = \frac{\sum_i T_{FLT}^i (KL_{FLT}^i)^b}{\sum_j T_{GT}^j (L_{GT}^j)^b} \quad (\text{A-3})$$

ここで、 λ はフライト時損傷値の地上試験時損傷値に対する割合である。 D_{FLT} 、 T_{FLT}^i 、 L_{FLT}^i の添字 FLT はフライト品を意味し、フライトに用いる供試体の累積疲労損傷値、地上試験時間及び入力加速度である。これらには、実フライト 1 回を含める。ただし、JAXA が開発する基幹ロケットにおいてはこの実フライト分の累積疲労損傷値は規定の AT レベルに対して十分小さいことが明らかとなっており、含めなくとも影響はない（詳細については Appendix E.4, E.5 項を参照）。また、 D_{GT} 、 T_{GT}^j 、 L_{GT}^j の添字 GT は地上試験を意味し、認定に用いる供試体の累積疲労損傷値、試験時間及び入力加速度である。 K ($K \geq 1$) は安全係数であり、式(E-15)で表される。 b は定数 (D.2.2 項を参照のこと) であり、各国標準によって規定が異なる。

なお、MIL では、 λ の逆数をライフファクターとして規定されており [A-6]、 λ に換算して 0.25 以下が推奨されている。これは、認定試験レベルを受入試験レベルに置き換えた場合、認定品の負荷時間はフライト品の 4 倍以上とすることを意味している。

表 A-2 は各国の試験標準について、 λ が適用されると仮定して、システム試験を例に λ を計算したものである。[A-1]で規定する λ は再試験 1 回以下の条件で 0.25 以下となっている。よって、[A-1]で規定された試験レベル(QT=AT+3dB)は妥当であるといえる。

なお、式(A-1)において、定数 b は小さいほど(D.2.2 項を参照)、 T_{FLT}^i は大きいほど安全側の見積もりになる。日本では定数 b は危険側で T_{FLT}^i は安全側の見積もりとなっており、海外は逆であるが、 λ としては日本と海外は同程度の見積もりになっている。累積疲労損傷は b と T_{FLT}^i の 2 つの指標を用いて評価していることに注意が必要である。

表 A-2 音響試験条件と λ の比較結果(システム試験の場合)

機関	b	$\frac{L_{GT}^i}{L_{FLT}^i}$	$T_{GT(QT)}^j$	$T_{GT(AT)}^j$	T_{FLT}^i	λ		
						再試験なし	再試験1回	再試験2回
日本 JERG-2-130 NOTICE-1 [A-1]	6	+3dB	2 min	1 min	1 min	0.19	0.25	0.31
日本 JERG-2-130 NC	6	+4dB	2 min	1 min	1 min	0.09	0.13	0.16
NASA [A-3]	4	+3dB	2 min	1 min	0.25 min (15 sec)	0.28	0.41	0.53
ESA* [A-7]	4	+3dB	2 min	1 min	0.25 min (15sec)	0.28	0.41	0.53
MIL-1540E[A-6]	4	+6dB	3 min	1 min	0.25 min (15 sec)	0.05	0.07	0.09

*ESA の b 及び T_{FLT}^i は NASA と同等と仮定した。

A.4.2 累積疲労損傷値に基づく試験条件

音響環境等によるランダム振動に対する試験の検証目的は、最大予測環境(MPE)における最大負荷に対する耐性の認定と繰り返し負荷に対する疲労耐性の認定と大きく二つに分けることができる。一般には2つの検証目的を一つの試験で満たすよう試験条件として設定される。ここで、試験原理から考えると、二つの検証目的を一つの試験条件で満たす必要はない。最大負荷に対する耐性の認定は、QT 相当の負荷レベルで実フライト時間 (AT 試験時間相当) の試験により検証可能である。また、繰り返し負荷に対する疲労耐性の認定は累積疲労損傷値が同等となるような負荷レベルと試験時間であれば検証可能である。これらは個別の試験として図 A-4 の通り整理でき、他機関標準[A-6,A-10]でも同様の手法が記述されている。

具体的に JAXA 設計標準で規定する認定試験と同等とみなせる試験条件を計算する。認定試験を1回行った後、コンポーネントからシステムまで含めたフライト品の受入試験を n 回、フライト環境による負荷を1回と想定したモデルを考える。認定された累積疲労損傷値とフライト品の累積疲労損傷値の比率 λ_0 は、(A-3)式より次式で求められる。

$$\lambda_0 = \frac{\{T_F \cdot (K \cdot L_F)^b\} + \sum_n \{T_{GT(AT)}^n \cdot (K \cdot L_{GT(AT)}^n)^b\}}{\{T_{GT(QT)} \cdot (L_{GT(QT)})^b\}} \quad (\text{A-4})$$

ここで、疲労寿命の認定の為の負荷レベルを受入試験レベルとし、係数 α を用いて試験時間を $\alpha \times T_{GT(AT)}$ と表すと、(A-4) 式の分母は以下のように置き換えられる。この時、分割して試験を実施した場合の累積疲労損傷値の比率 λ_2 が λ_0 以下であればよい。

$$\lambda_2 = \frac{\{T_F \cdot (K \cdot L_F)^b\} + \sum^n \{T_{GT(AT)}^n \cdot (K \cdot L_{GT(AT)}^n)^b\}}{\{T_{GT(AT)} \cdot (L_{GT(QT)})^b + (\alpha \times T_{GT(AT)}) \cdot (L_{GT(AT)})^b\}} \leq \lambda_0 \tag{A-5}$$

(A-5)式は、認定試験と受入試験の負荷レベルの差 Δ (dB) を用いると、α を以下の形で計算できる。

$$\alpha \geq \left(\frac{1}{\lambda_0} \frac{T_{GT(QT)}}{T_{GT(AT)}} - 1 \right) 10^{\frac{b}{20}\Delta} \tag{A-6}$$

例として JERG-2-130[A-1]で規定される以下の音響試験条件を代入して α を算出する。

K	b	フライト時間	認定試験時間	受入試験時間	認定試験レベル	受入試験レベル	受入試験回数	再試験回数
1	6	60 秒	120 秒	60 秒	MPE+3dB	MPE+0dB	2 回	0 回

この時、λ₀=0.189、α=7.94 となる。つまり、認定試験レベル×120 秒の試験は、認定試験レベル×60 秒+受入試験レベル×(60 秒×8 回=480 秒(8 分)) と同等な試験といえる。

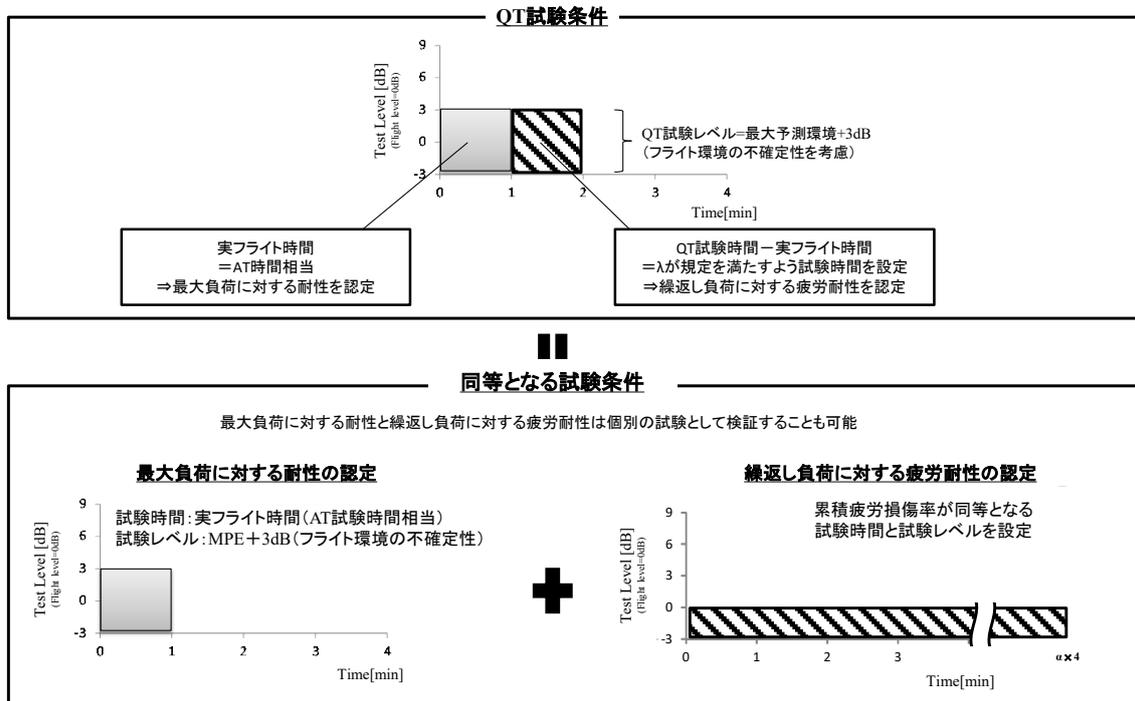


図 A-4 累積疲労損傷値に基づく試験条件

A.5 参考文献

- [A-1] JERG-2-130A, 宇宙機一般試験標準 (2013-6) .
- [A-2] NASA-HDBK-7005, *Dynamic Environmental Criteria*, (2001-3).
- [A-3] NASA-STD-7001A, *Payload Vibroacoustic Test Criteria*, (2011-1).
- [A-4] NASA-STD-7000 Rev.A, *General Environmental Verification Standard*, (2005-4).
- [A-5] ECSS-E-ST-10-03C, *Space engineering Testing*, (2012-1).

- [A-6] MIL-STD-1540E, *Test Requirements for Launch, Upper-Stage, and Space Vehicles*, (2006-9).
- [A-7] Owen, D.B., Factors for One-Sided Tolerance Limits and for Variable Sampling Plans, *Sandia Monograph SCR-607*, (1963).
- [A-8] Rubin, S., A Test Program to Compare Consequences of Maximax and Damage-Potential Specification of Random Vibration Tests, *The 2005 Spacecraft & Launch Vehicle Dynamics Environments Workshop*, (2005).
- [A-9] Owen, D.B., Factors for One-Sided Tolerance Limits and for Variable Sampling Plans, *Sandia Monograph SCR-607*, (1963).
- [A-10] SMC-S-016, *SPACE AND MISSILE SYSTEMS CENTER STANDARD*, (2014-9)

Appendix B 局所音圧上昇の理論解析

本文 2.2 項では、局所音圧上昇の発生原因及び発生時の宇宙機構造の振動応答への影響について述べた。本項では、局所音圧上昇の詳細な解析を実施する場合に必要な事項について示す。

B.1 項では、FEM/BEM による局所音圧上昇の解析方法を紹介する。また、局所空間が近似的に直方体空間とみなせる場合における音響モード周波数の簡易解析方法を示す。B.2 項では、局所音圧上昇が宇宙機の振動応答に与える影響を検討する上で必要な音響と構造のモード連成モデルの解説に加え、宇宙機構体に用いられるハニカムパネル及び実機大フェアリング (4/4D-LC 型下部フェアリング) と中型衛星(構造モデル)による局所音圧上昇の実験結果を示す。B.3 項では、NASA の試験基準[B-1]に記載されているフィルエフェクトについて参考として示す。

B.1 局所音圧上昇の解析方法

B.1.1 FEM/BEM による局所音圧上昇の解析方法

局所空間における局所音圧上昇は、境界要素法 (BEM) を用いて解析することができる。また、音響モードと宇宙機構体の連成振動解析を行う場合においては、宇宙機構体を有限要素法 (FEM) によりモデル化し、FEM と BEM の結合解析により、解析することができる。本項では、図 B-1 に示すフェアリングと宇宙機構体のモデルを例として、FEM 及び BEM を用いた解析方法を示す。

- ・ 局所空間に形成される音響モードの周波数及び音圧分布のみを解析する場合は、構造物 (フェアリング及び宇宙機構体) を剛体とする。音響モードと宇宙機構体の連成振動を解析する場合は、宇宙機構体を弾性体として FEM によりモデル化する。
- ・ 拡散音場空間における宇宙機構体及びフェアリング表面を境界要素として音響空間の BEM モデルを作成する。
- ・ 音響負荷は、振幅が等しく入射角 (図 B-1 の ϕ, θ) の異なる複数の平面音波を重ね合わせることにより、拡散音場を模擬する。重ね合わせる個数が多いほど拡散音場に近くなるが、経験的に 30 から 40 の平面音波で十分な精度が得られる。
- ・ 拡散音場空間に数点の参照点 (図 B-1) を設け、その平均値を音響負荷レベルとする。
- ・ 局所空間内に観測点を定義し、局所空間内の音圧レベルの周波数解析を行う。音圧分布の情報が必要な場合は、局所空間内に格子状の観測面を定義する。
- ・ 拡散音場空間に定義した参照点の平均音圧レベルと局所空間内に定義した観測点の音圧レベルの差より、音圧レベルの上昇量が得られる。
- ・ 宇宙機構体の連成振動を解析する場合は、構体上の主要な点に観測点を定義し、周波数応答解析を行う。

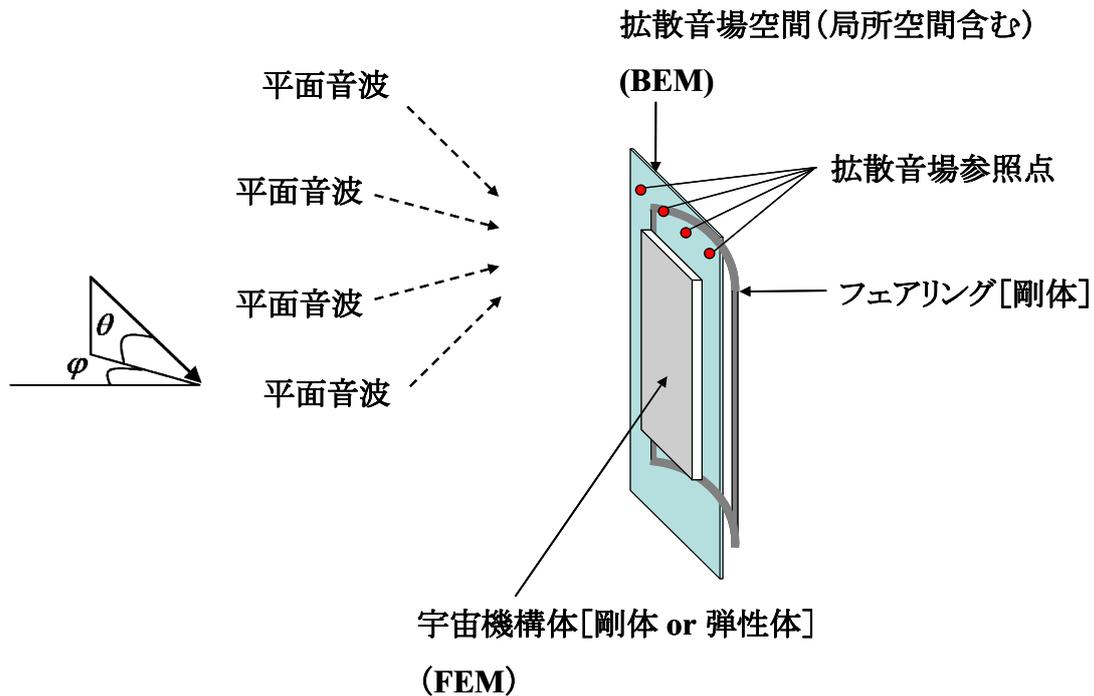


図 B-1 局所音圧上昇の解析モデルの模式図

上記の方法を用いた宇宙機構体と太陽電池パドル間の局所空間に発生する音圧上昇の解析例を示す。本解析モデルでは、宇宙機構体及び太陽電池パドルをアルミ板として FEM モデルを作成している。音響負荷は、10 度ずつ角度をずらした平面音波を定義し、拡散音場を模擬している。詳細なモデル化方法については、文献[B-2]を参照のこと。

構造体(宇宙機構体及び太陽電池パドル)を弾性体として解析した結果、剛体として解析した結果、及び実験結果を図 B-2 に示す。構造体を弾性体として解析した結果は、実験結果と良く一致しており、剛体として解析した結果は、構造と音響の連成を無視しているため実験結果と比較しピーク値の周波数がシフトしていることが分かる。構造体を剛体とした際の音圧分布解析結果を図 B-3 に示す。音圧分布解析結果より、局所空間に形成されるローカルな音響モードのモード形状を確認することが可能である。

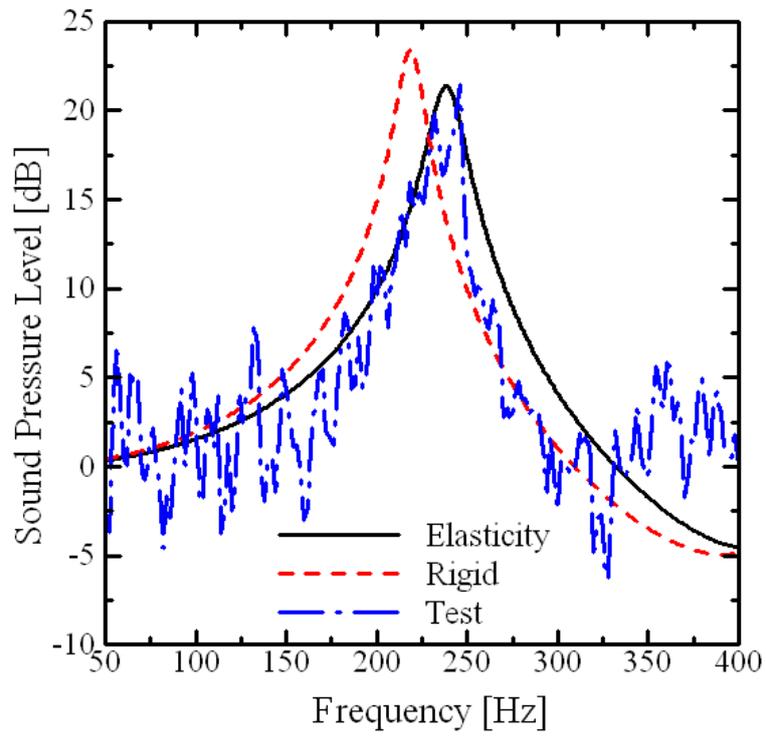
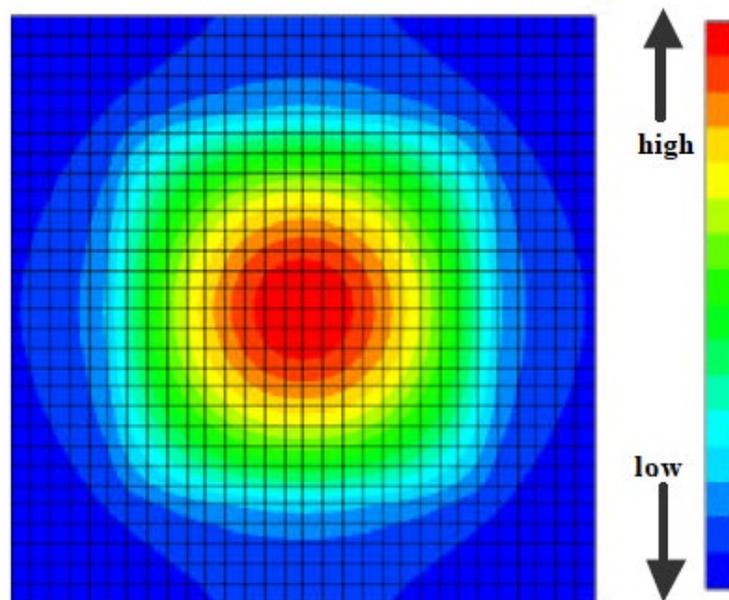


図 B-2 局所音圧上昇の解析結果[B-2]
 (Elasticity=弾性板, Rigid=剛体板, Test=実験結果)



1次音響モードの解析結果

図 B-3 局所空間の音圧分布解析結果[B-2]

B.1.2 直方体形状の局所空間における音響モード周波数の簡易解析方法

宇宙機構体ー太陽電池パドル間のような平板状の構造体に囲まれた空間に発生する局所音圧上昇を解析する場合は音響モードの周波数を簡易的に求めることが可能である。

局所空間を剛壁で囲まれた閉空間とした場合、隙間方向に垂直な面の寸法 L_x, L_y を用いて、音響モードの周波数を以下の式で簡易的に見積もることが可能である[B-2]。

$$f_{l,m} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{l}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2} \quad (\text{B-1})$$

$$l, m = 0, 1, 2, \dots$$

式(B-1)は、隙間の大きさに依存しない簡易式であるが、実際は、局所空間は剛壁に囲まれた閉空間ではなく、構造と接する面以外の面では他の音響空間と接しており、音響モードの周波数は隙間の大きさに依存する。寸法が $1\text{m} \times 1\text{m}$ の2枚の剛体パネルで挟まれる隙間の寸法を変化させて、BEM解析により1次モードの周波数を計算した結果を図B-4に示す。解析結果は、隙間が大きくなるほど、低周波数側へシフトする傾向を示している。また、式(B-1)による計算結果は約240[Hz]である。隙間に依存して変化する周波数のシフト量は数十Hz程度であり、音響モードの周波数を簡易的に見積もる際には、式(B-1)を適用しても良い。

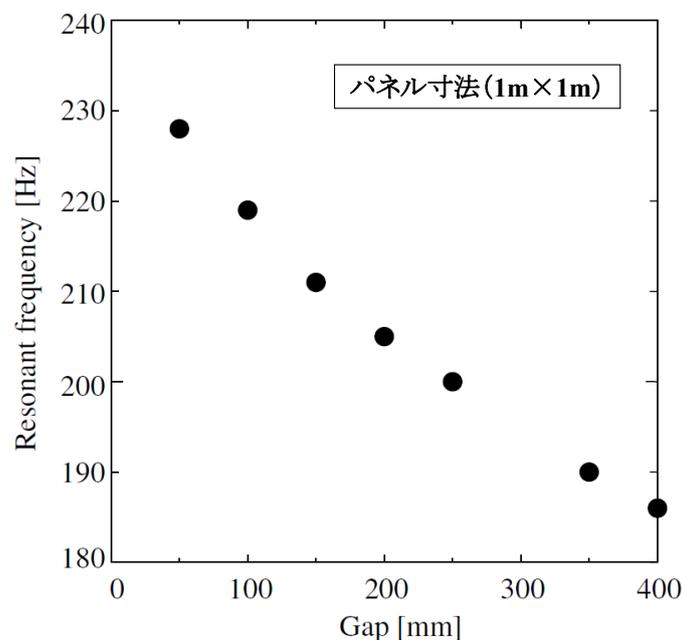


図 B-4 局所音圧上昇が発生する周波数と隙間(Gap)の関係

B.2 音響系と構造系のモード連成による宇宙機振動応答解析

本項では、音響系と構造系のモード連成の原理について述べ、モード連成による振動応答の変化について解説する。また、宇宙機構体に良く用いられるハニカムパネル及び実機大フェアリング（4/4D-LC 型下部フェアリング）と中型衛星（構造モデル）を用いた実験結果について述べる。

B.2.1 音響・構造のモード連成解析

(1)モード連成理論

一般に、音響及び構造の応答解析では、物理座標における応答をそれぞれのモーダル座標系で直交するモードに分解し、各モードの応答を個別に解析した後、物理座標へ変換して応答を求める。音響と構造の連成解析においても同様に、音響系と構造系をそれぞれモードに分解し、各モードの連成応答を解析することとなる。音響系のモードと構造系のモードの連成は、図 B-5 に示すように、音響モード n は全ての構造モード ($p=1,2,3\cdots$) と連成し、構造モード p は全ての音響モード ($n=1,2,3\cdots$) と連成する。これらのモード連成の強さは、連成係数 C_{np} で表される。本項では、音響系と構造系の各 1 自由度系同士を連成させた 2 自由度モデルを用いて、モード連成の原理及び連成による振動応答の変化について解説する。

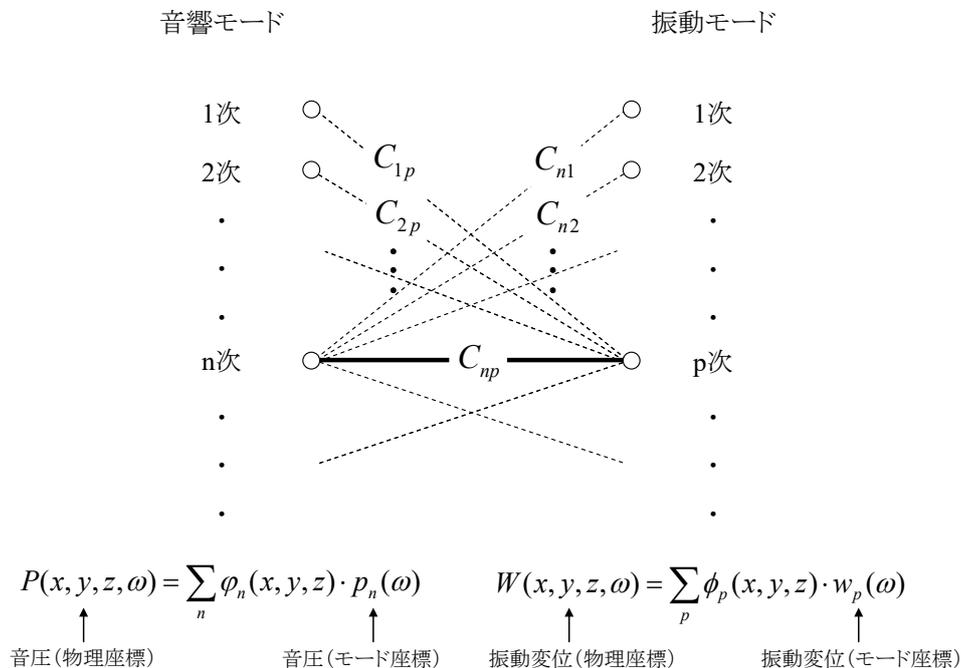


図 B-5 音響・構造系に関する物理座標とモーダル座標応答の関係

構造系への負荷外力を F_p 、音響系への負荷体積速度を Q_n とすると、音響系の n 次モードと構造系の p 次モードの連成方程式は、次式で表される[B-3]。

$$\dot{w}_p + 2\xi_p \omega_p \dot{w}_p + \omega_p^2 w_p = -(\rho_0 S / \Lambda_p) C_{np} \dot{\Phi}_n + F_p / \Lambda_p \quad (\text{B-2})$$

$$\ddot{\Phi}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{\Phi}_n + \omega_n^2 \Phi_n = (c_0^2 S / \Lambda_n) C_{np} \dot{w}_p - c_0^2 Q_n / \Lambda_n \quad (\text{B-3})$$

ここで、 w_p 、 ω_p 、 ξ_p は、それぞれ、構造のモード変位、固有角周波数、モード減衰比であり、 Φ_n 、 ω_n 、 ξ_n は、それぞれ、音響の速度ポテンシャル（モード音圧 $p_n \equiv -\rho_0 \dot{\Phi}_n$ ）、固有角周波数、モード減衰比であり、 ρ_0 、 c_0 、 S は空気密度、音速、局所空間に接する構造の面積である。 Λ_p 、 Λ_n は、それぞれ、構造と音響のモード質量であり、 ϕ_p 、 φ_n をそれぞれ構造と音響のモード形状、 \hat{m} を構造の面密度、 V を音響空間の体積として、式(B-4)、(B-5)にて正規化している。 C_{np} は、連成の強さを表す連成係数であり、式(B-6)に示す面積分で求められる。

$$\Lambda_p = \hat{m} \int \phi_p^2 dS = \hat{m} S / 4 \quad (\text{B-4})$$

$$\Lambda_n = \int \varphi_n^2 dV = V / 8 \quad (\text{B-5})$$

$$C_{np} \equiv 1/S \int_S \phi_p \varphi_n dS \quad (\text{B-6})$$

式(B-2)、(B-3)に示す通り、音響と構造は速度項で互いに連成（Gyrostatic coupling という）しており、その連成の強さは C_{np} に依存している。このような速度項による連成は、連成系以外へのエネルギー散逸は無い。連成係数 C_{np} は、音響のモード形状と構造のモード形状が一致する場合、最大値 0.25 となる。

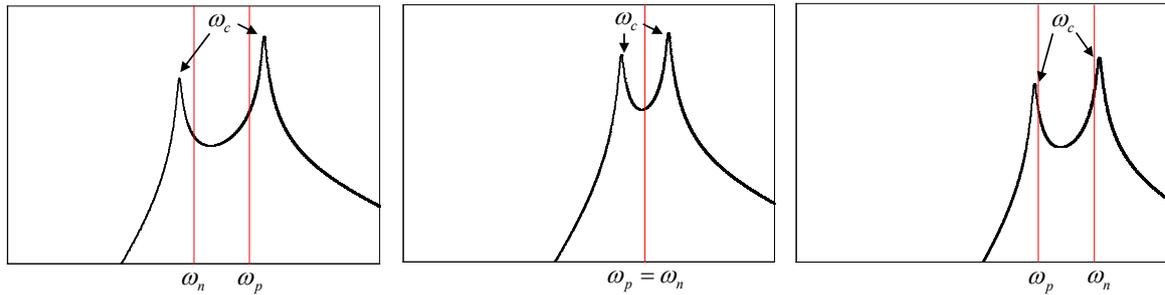
(2)モード連成による固有値の変化

連成後の周波数 ω_c （固有値）は、式(B-2)、(B-3)の減衰を無視した場合、以下の通りとなる。

$$2\omega_c^2 = \omega_n^2 + \omega_p^2 + C \pm \sqrt{(\omega_n^2 - \omega_p^2)^2 + 2C(\omega_n^2 + \omega_p^2) + C^2} \quad (\text{B-7})$$

$$\begin{aligned} C &= 32\rho_0 c_0^2 \cdot \frac{S}{\hat{m} \cdot V} \cdot C_{np}^2 \\ &= 32\rho_0 c_0^2 \cdot \frac{1}{\hat{m} \cdot \hat{h}} \cdot C_{np}^2 \end{aligned} \quad (\text{B-8})$$

$$\hat{h} \equiv \frac{V}{S} \quad (\text{B-9})$$



(a) $\omega_p > \omega_n$ の場合 (b) $\omega_p = \omega_n$ の場合 (c) $\omega_p < \omega_n$ の場合

図 B-6 ω_p と ω_n の位置関係による連成後の振動応答

ここで、体積 V を構造の面積 S で除した値を等価隙間 \hat{h} と定義した。式(B-7)に示す通り、連成後の周波数 ω_c は様々なパラメータに依存することとなる。また、連成後の周波数 ω_c の解は2つ存在し、連成後の構造の振動応答には2つのピークが現れる。図 B-6 に、連成後の振動応答の模式図を示す。連成後の周波数 ω_c は、連成前の音響モードと構造モードが反発し合い、 ω_p と ω_n の位置から外側にシフトした位置に発生する。従って、構造モードの周波数に着目すると、 $\omega_p > \omega_n$ の場合（図 B-6(a)）は高周波数側へシフトし、 $\omega_p < \omega_n$ の場合（図 B-6(c)）は低周波数側へシフトすることとなる。ここで、連成前の構造モードと音響モードの周波数の比を α ($\alpha = \omega_n / \omega_p$) とした場合、構造モードの周波数に着目した際の周波数の変化率 (ω_c / ω_p) は以下の通りとなる。

$$\frac{\omega_c}{\omega_p} = \begin{cases} \sqrt{\frac{1 + \alpha^2 + \alpha^2 D + \sqrt{(\alpha^2 - 1)^2 + 2\alpha^2 D(\alpha^2 + 1) + \alpha^4 D^2}}{2}} & (\alpha \leq 1) \\ \sqrt{\frac{1 + \alpha^2 + \alpha^2 D - \sqrt{(\alpha^2 - 1)^2 + 2\alpha^2 D(\alpha^2 + 1) + \alpha^4 D^2}}{2}} & (\alpha \geq 1) \end{cases} \quad (B-10)$$

$$D = 32\rho_0 c_0^2 \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \frac{C_{np}^2}{\omega_n^2} \quad (B-11)$$

$$\beta \equiv \hat{m} \cdot \hat{h} \quad (B-12)$$

式(B-10)に示す通り、周波数の変化率 (ω_c / ω_p) は、 ω_n 、 α 、 β 及び C_{np} をパラメータとして変化することとなる。図 B-7 に、連成係数 C_{np} を最大値である 0.25、 β を 0.1 として固定し、構造モードの周波数 $f_p (= \omega_p / 2\pi)$ が 100Hz、200Hz、400Hz の時の α に対する周波数の変化率 (ω_c / ω_p) を示す。図 B-7 に示す通り、 $\alpha = 1.0$ の場合に最も周波数の変化率が大きく、構造モードと音響モードの周波数が離れるほど ($\alpha \gg 1$ 或いは $\alpha \ll 1$)、周波数の変化率は小さくなる。また、周波数が高くなる程、周波数の変化率が小さくなる。

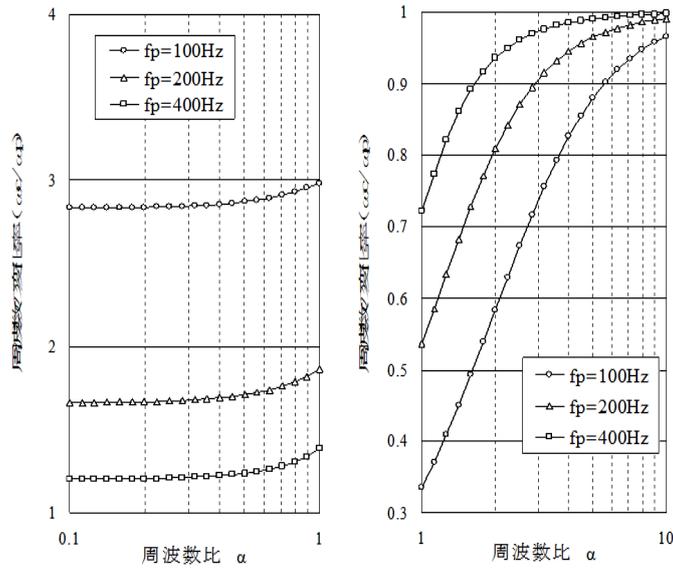


図 B-7 周波数変化率 ($\beta = 0.1, C_{np} = 0.25$)

次に、連成係数 C_{np} を最大値である 0.25、 α を周波数の変化率が最も大きい 1.0 として固定し、 β を変化させた時の周波数の変化率を図 B-8 に示す。図 B-8 に示す通り、 β が小さい程（構造の面密度 \hat{m} 及び局所空間の等価隙間 \hat{h} が小さい程）、周波数の変化率が大きいことが分かる。

図 B-8 は、最も周波数シフト率が高い $\alpha = 1.0$ とし、かつ連成係数 C_{np} を最大値である 0.25 とした場合の周波数変化率であり、想定されうる最大の周波数変化率を示している。

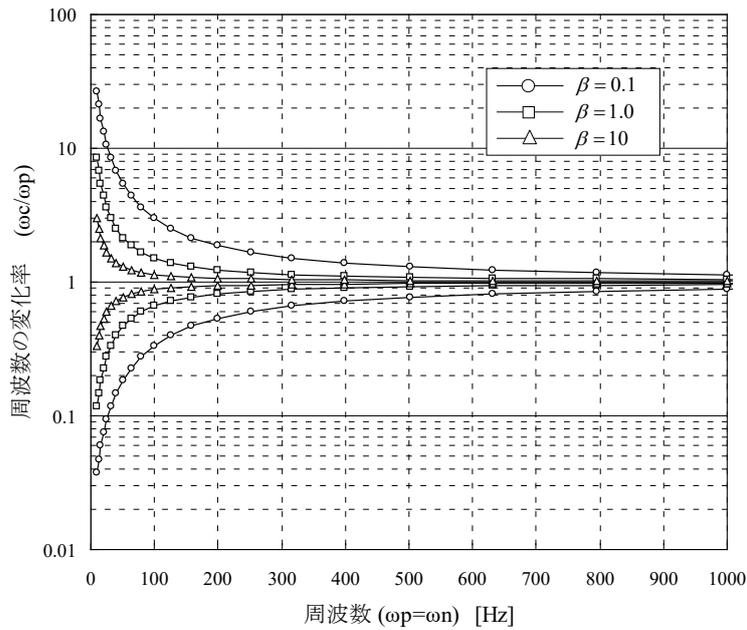


図 B-8 周波数変化率 ($\alpha = 1.0, C_{np} = 0.25$)

この連立方程式を解くには、局所空間（ n 次音響モード）への負荷体積速度 Q_n を与える必要がある。負荷体積速度 Q_n は、負荷音圧を平面波とした場合、式(B-15)より求められる。

$$Q_n = q_e \int_{S_n} \psi_{en} \varphi_n dS_n = C_{en} S_n q_e = C_{en} S_n p_e / (\rho_0 c) \quad (\text{B-15})$$

ここで、 q_e は粒子速度、 ψ_{en} は粒子速度の空間分布、 S_n は負荷音場と局所空間が接する総面積、 p_e は負荷音場の音圧、 C_{en} は局所空間の音場と負荷音場の連成係数である。構造を剛体とした場合の局所空間の音圧（ $p_n \equiv -\rho_0 \dot{\Phi}_n$ ）と負荷音場の音圧 p_e の比は、式(B-16)より求められる。

$$\frac{p_n}{p_e} = \frac{S_n}{\omega_n^2 \Lambda_n} \frac{j \omega c_0 C_{en}}{\{(\omega / \omega_n)^2 - 1 + j 2 \xi_n (\omega / \omega_n)\}} \quad (\text{B-16})$$

局所音圧上昇量は、 n 次音響モードの減衰及び連成係数 C_{en} より求められるが、 C_{en} の見積りが

困難であるため、FEM/BEMを用いた解析が必要である。ここでは、局所空間の音圧（ p_n ）は既知であるとし、音圧上昇を含まない拡散音場加振時（以下「非連成時」という）の振動応答のピーク値と、局所音圧上昇発生時（以下「連成時」という）の振動応答のピーク値の比較を行う。負荷音圧が既知である場合（非連成時負荷音圧： p_e 、連成時負荷音圧： p_n ）、非連成時と連成時の振動応答のピーク値は、以下の式より求めることができる。

$$\ddot{W}_{p_uncouple} = \frac{S}{\Lambda_p} \frac{(\omega / \omega_p)^2}{\{(\omega / \omega_p)^2 - 1 + j 2 \xi_p (\omega / \omega_p)\}} C_{pe} p_e \Big|_{\omega = \omega_p} \quad (\text{B-17})$$

$$\ddot{W}_{p_couple} = \frac{S}{\Lambda_p} \frac{(\omega / \omega_p)^2}{\{(\omega / \omega_p)^2 - 1 + j 2 \xi_p (\omega / \omega_p)\}} C_{np} p_n \Big|_{\omega = \omega_c} \quad (\text{B-18})$$

C_{pe} は、拡散音場と p 次構造モードの連成係数であり、 C_{np} は、 n 次音響モードと p 次構造モードの連成係数である。拡散音場による加振では、あらゆる角度から音波が入射するため、全ての構造モードを均一に加振するのに対し、局所空間のような音響モードに支配された音場による加振では、連成係数が大きい構造モードのみを加振する。ここでは、音響試験の前提（フェアリング内部の音響環境は拡散音場とし、音響環境条件を音圧レベルのみで規定

すること)と同様に、局所空間の音場(定在波)と拡散音場が異なることを無視し、 $C_{pe} = C_{np}$ を仮定する(拡散音場加振と進行波による加振の構造振動応答の違いについては Appendix Kを参照のこと)。 $C_{pe} = C_{np}$ とした場合、 $\ddot{w}_{p_uncouple}$ と \ddot{w}_{p_couple} の比は、以下の通りとなる。

$$\frac{\ddot{w}_{p_couple}}{\ddot{w}_{p_uncouple}} = \left| \frac{j2\xi_p(\omega_c/\omega_p)^2}{\{(\omega_c/\omega_p)^2 - 1 + j2\xi_p(\omega_c/\omega_p)\}} \frac{p_n}{p_e} \right| \quad (\text{B-19})$$

$$= H(\omega_c/\omega_p) \cdot \frac{p_n}{p_e}$$

$$H(\omega_c/\omega_p) \equiv \left| \frac{j2\xi_p(\omega_c/\omega_p)^2}{\{(\omega_c/\omega_p)^2 - 1 + j2\xi_p(\omega_c/\omega_p)\}} \right| \quad (\text{B-20})$$

ここで、 $H(\omega_c/\omega_p)$ は、連成前後における振動応答のピーク周波数のシフトによる伝達関数(単位音圧に対する振動加速度応答)の低下を表す関数である。非連成時に対する連成時の振動応答ピーク値の変化量 ΔAL をデシベルで表記すると、以下の通りとなる。

$$\Delta AL = 20 \log \left(\frac{\ddot{w}_{p_couple}}{\ddot{w}_{p_uncouple}} \right) = \Delta SPL - \Delta Hv \quad (\text{B-21})$$

$$\Delta Hv \equiv |20 \log(H(\omega_c/\omega_p))| \quad (\text{B-22})$$

$$\Delta SPL \equiv 20 \log \left(\frac{p_n}{p_e} \right) \quad (\text{B-23})$$

図 B-10 に、式(B-21)を解釈するための模式図を示す。振動応答ピーク値の変化量 ΔAL は、周波数の変化率により決まる伝達関数の低下量 ΔHv と、局所空間における音圧レベルの上昇量 ΔSPL の差により決まる。図 B-11 に、周波数の変化率に対する ΔHv の計算結果を示す。図 B-11 に示す通り、構造の Q 値が高く、周波数の変化率が大きいほど、伝達関数の低下量は大きい。

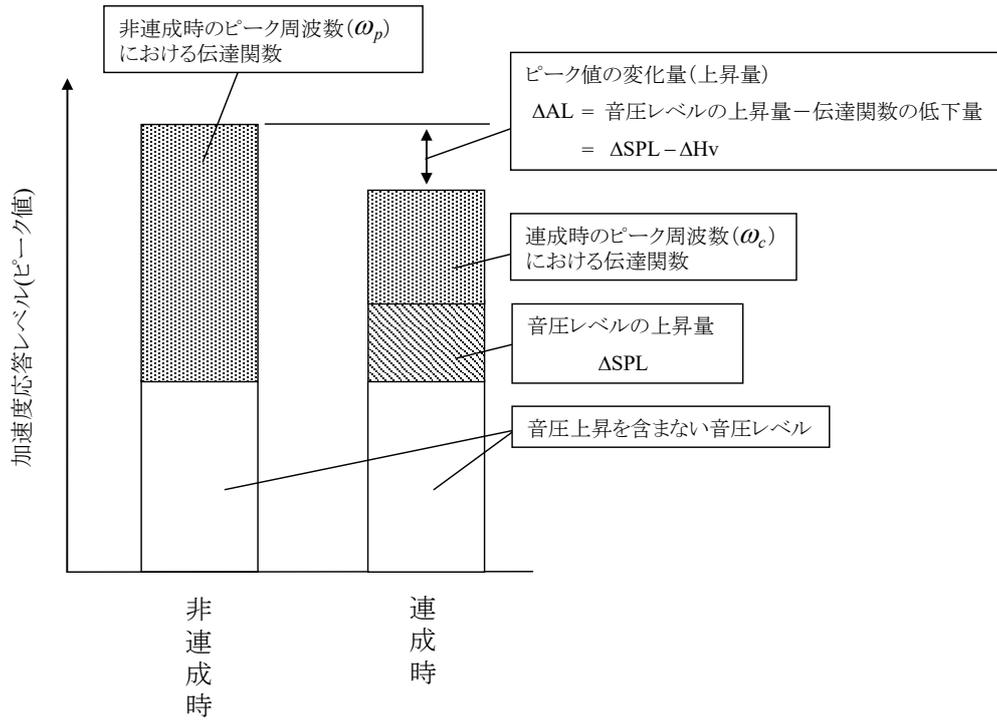


図 B-10 モード連成による振動応答ピーク値の上昇量 ΔAL (模式図)

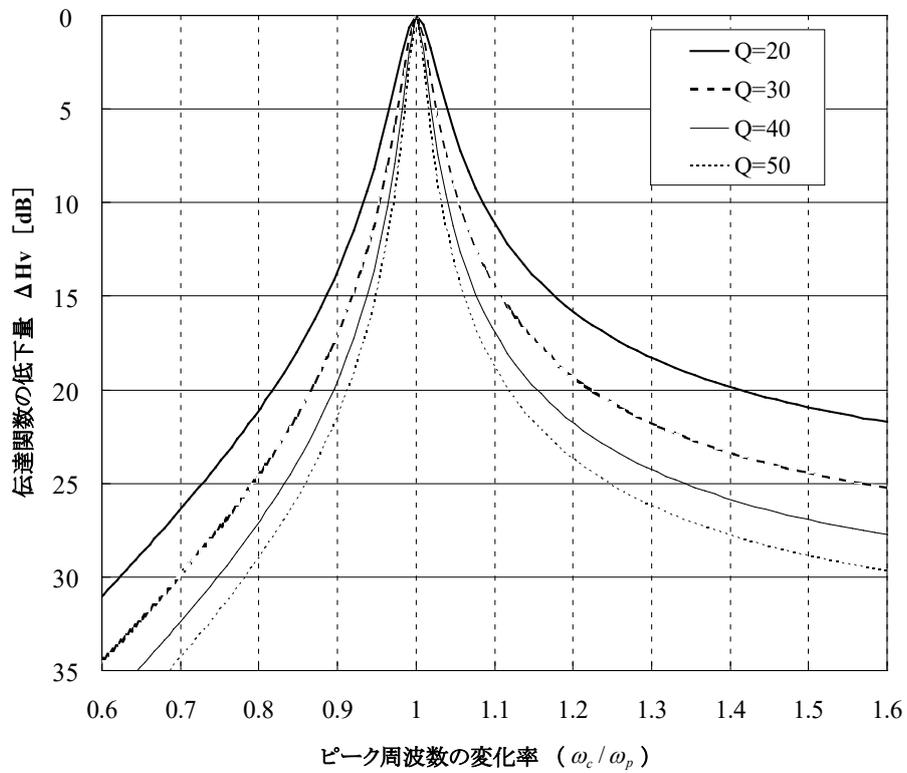


図 B-11 周波数の変化率に対する伝達関数の低下量

B.2.2 音響・構造モード連成の実験結果

ここでは、B.2.1 項で述べたモード連成による振動応答の変化を実験により検証した結果について紹介する。衛星構体に良く使用される4種類のハニカムパネルを用いた実験結果[B-4]、及び実機大フェアリング（4/4D-LC型下部フェアリング）と中型衛星（構造モデル）を用いた実験結果について紹介する。

(1) ハニカムパネルによるモード連成実験結果[B-4]

図 B-12 に、ハニカムパネルを用いた実験のコンフィギュレーションを示す。図 B-12(a)では、ハニカムパネルの両面が拡散音場により加振され、図 B-12(b)では、ハニカムパネルの上面は拡散音場により加振され、下面は局所空間に発生する音響モードと連成することとなる。ハニカムパネル供試体の諸元は表 B-2 に示す通りである。実験時の計測点は、ハニカムパネル上の加速度及びハニカムパネルと反響室床面間の音圧である。

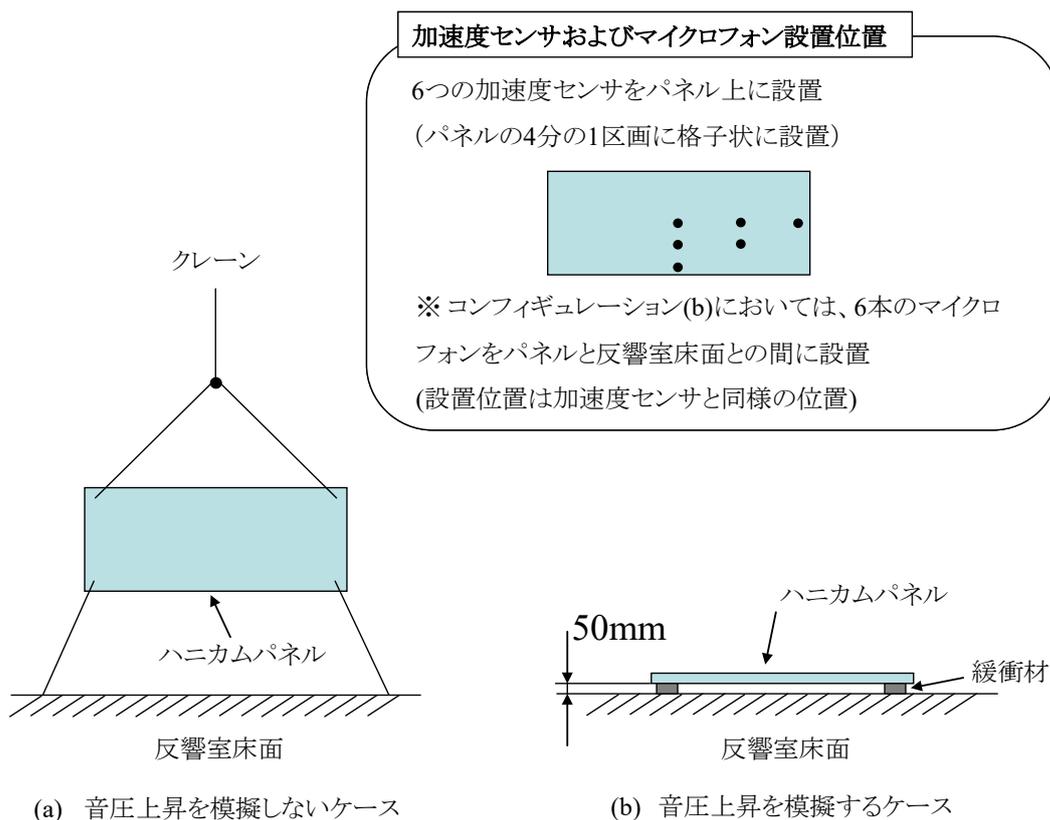


図 B-12 音響モードと構造モードの連成の有無に関する比較実験

表 B-2 ハニカムパネル供試体の諸元

諸元	パネル 1	パネル 2	パネル 3	パネル 4
表皮材料	アルミ	CFRP	アルミ	アルミ
コア材料	アルミ	アルミ	アルミ	アルミ
表皮厚さ[mm]	0.3	0.3	0.3	0.3
コア厚さ[mm]	25	25	100	25
表皮縦弾性係数[GPa]	71.6	104	71.6	71.6
コア横弾性係数[MPa]	138	138	138	138
表皮ポアソン比	0.33	0.33	0.33	0.33
縦[m]	0.91	0.91	0.91	0.91
横[m]	1.82	1.82	1.82	1.82
パネル質量[kg]	7.6	4	10.6	7.6
面密度[kg/m ²]	4.6	2.4	6.4	4.6

局所音圧上昇が発生しないケース（図 B-12(a)）と発生するケース（図 B-12(b)）において計測された加速度レベル（計測点 6 箇所の平均値）及び、ハニカムパネルと反響室床面間で計測された音圧レベルの上昇量を図 B-13 に示す。音圧レベルの上昇量は、200～600[Hz]付近で約 10[dB]程度である。各振動応答を比較すると、局所音圧上昇が発生している場合の振動応答のピーク周波数はシフトし、また、これらのケースではピーク値は低下している。この傾向は、前述したモード連成理論と定性的に一致しており、4 種類のパネル全て同様の結果が得られている。振動応答のピーク周波数の変化率及びピーク値の変化量についての定量的な評価のためには、B.2.1 項で述べた通り、連成係数等の値を正確に見積もる必要があり困難である。

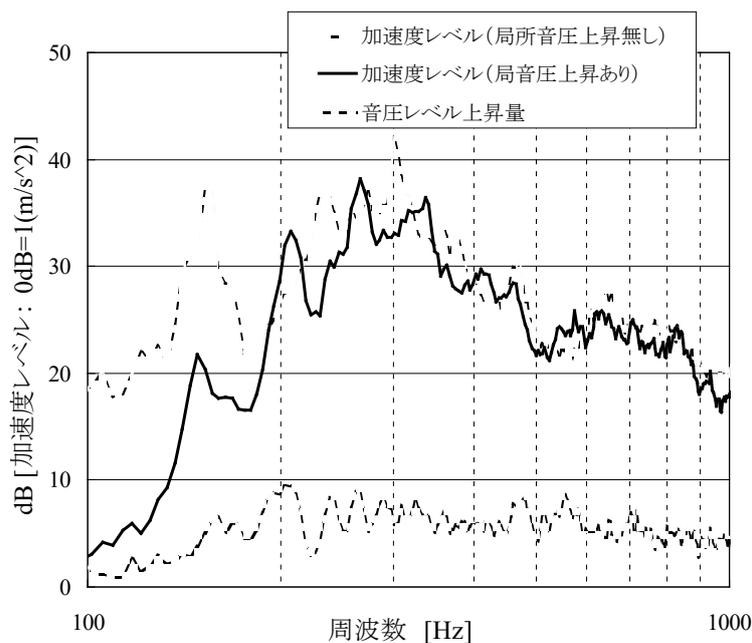


図 B-13 局所音圧上昇の発生有無による加速度レベル比較結果

(2) 実機大フェアリングと中型衛星によるモード連成実験結果

次に、実機大フェアリング（4/4D-LC 型下部フェアリング）と中型衛星（構造モデル）を用いた実験結果を示す。図 B-14(a), (b)に示すように、フェアリング内を空にした状態とフェアリング内に中型衛星を収納した状態（局所音圧上昇あり）のコンフィギュレーションにて音響試験を実施し、音圧上昇量を評価した。音圧上昇量は、計測された音圧レベルの平均値の差より求めた（図 B-15）。次に、図 B-14(b), (c)に示すように、フェアリング内に中型衛星を収納した状態（局所音圧上昇あり）と中型衛星単体（局所音圧上昇なし）のコンフィギュレーションにて音響試験を実施し、衛星構体側面パネル（局所空間に面する構体パネル）の振動加速度レベルの比較を行った（図 B-16）。中型衛星単体時（図 B-14(c)）の負荷音圧レベルは、図 B-14(a)の音響試験時に計測された空フェアリング内の平均音圧レベルである。

音圧上昇量の評価結果を図 B-15、振動加速度レベルの比較結果を図 B-16 に示す。ハニカムパネルを用いた実験結果と同様に、音圧上昇が発生する周波数帯域（約 300Hz 以下）においては、振動応答のピーク周波数のシフトが発生している。多くのピーク値については、同等か下がる傾向にあるが、いくつかのピークにおいては、上昇が確認されている。しかし、音圧上昇量と等しいピーク値の上昇は発生しておらず、本文で述べた通り、音圧上昇を加えた音響試験は宇宙機にとって過負荷である。

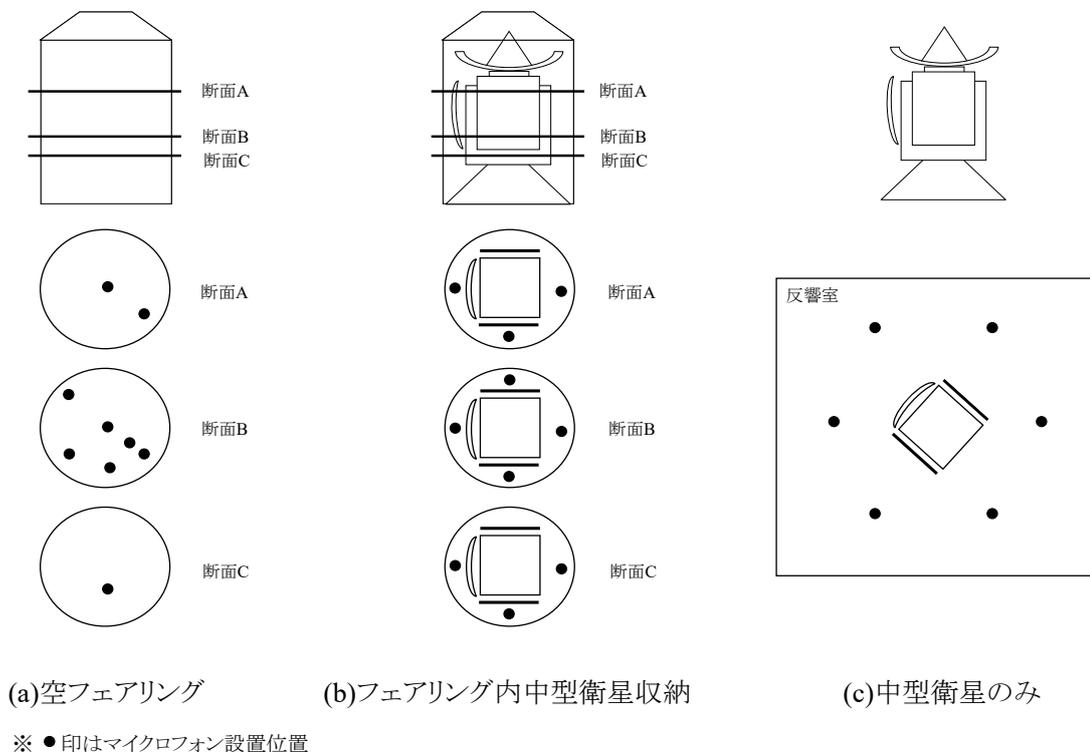


図 B-14 実験コンフィギュレーション

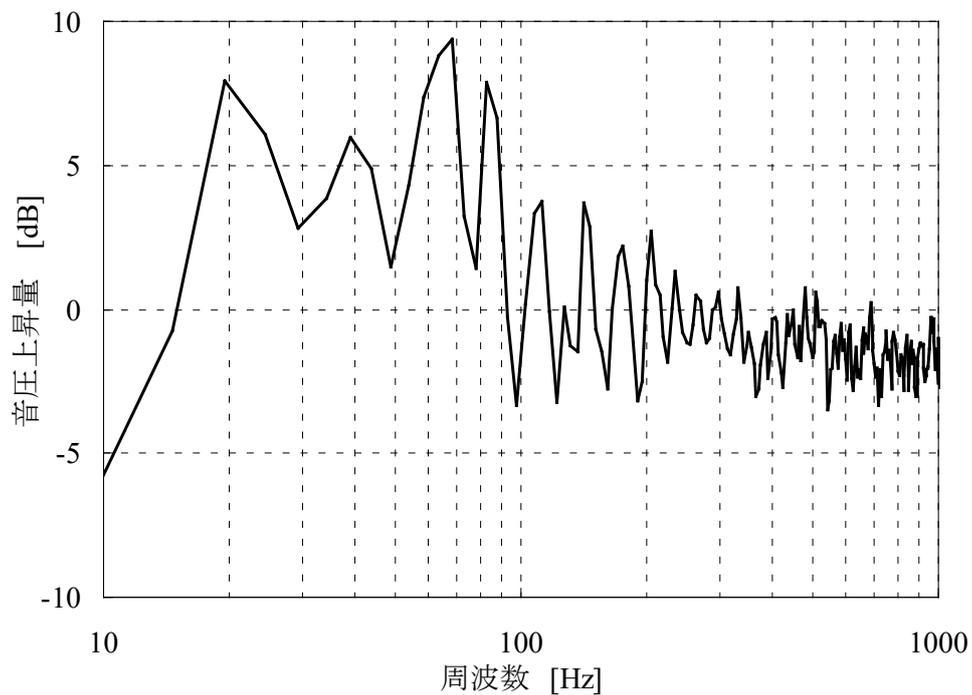


図 B-15 音圧上昇量の計測結果

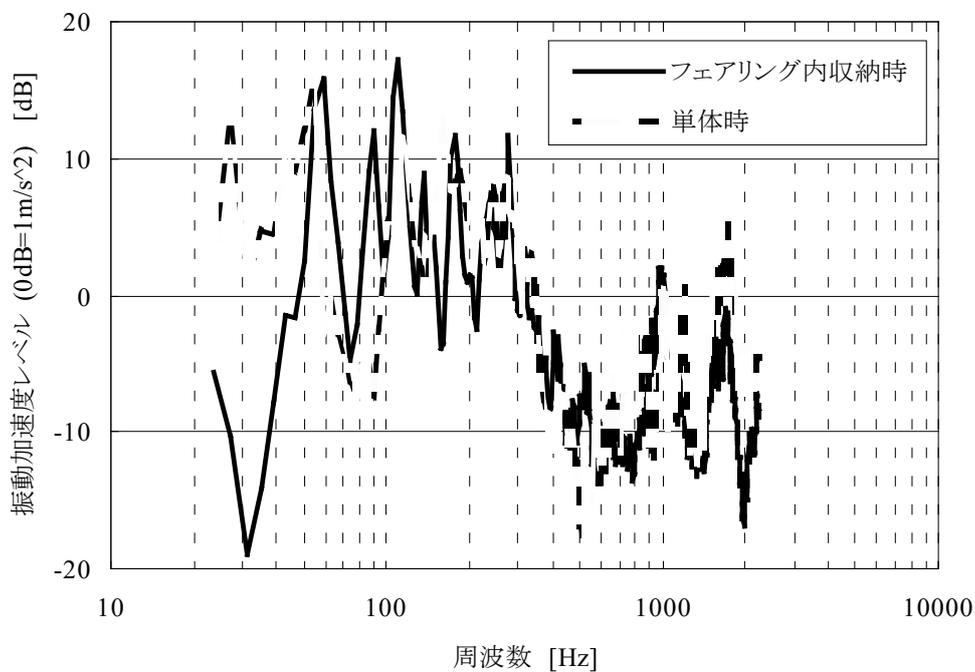


図 B-16 振動加速度レベルの比較結果 (一例)

B.3 (参考) フィルエフェクト

NASA では、宇宙機構体とフェアリング壁面間の局所空間で発生する音圧上昇をフィルエフェクトと呼び、NASA の音響振動試験基準[B-1]では、簡易式により予測した音圧上昇量を加えた音響試験の実施を規定している。しかし、本文 2.2 項で述べたように、フィルエフェクトは局所音圧上昇の一現象であり、音圧上昇量を加えた音響試験は宇宙機にとって過負荷となる。本項では、NASA の音響振動試験基準に示されているフィルエフェクトによる音圧上昇量の予測式を紹介する。

Manning ら[B-5,6]は、宇宙機を円筒形状と仮定し、宇宙機とフェアリング間の局所空間（円環状の空間）を SEA によりモデル化することで、以下の予測式を提案した。

$$Fill\ Factor = 10 \log_{10} \left\{ \frac{1 + \frac{c_0}{2f_c H}}{1 + \frac{c_0}{2f_c H} (1 - V_{ratio})} \right\} \quad (B-24)$$

ここで、フィルファクタ (*Fill Factor*) とは、空フェアリング内の音圧レベルに対する宇宙機収納時のフェアリング内の音圧レベル上昇量 (dB) であり、 f_c は 1/3 オクターブバンドの中心周波数、 H は宇宙機とフェアリング間の隙間、 c_0 は空気中の音速、 V_{ratio} は宇宙機の体積 $V_{payload}$ とフェアリングの体積 V_{empty} の比 $V_{ratio} = V_{payload} / V_{empty}$ である。この予測式は、SEA により導出されたものであるため、モード密度が低い低周波数領域には適用できないことに注意が必要である。SEA の詳細については、Appendix G を参照のこと。

式(B-24)中の無次元周波数 $f_c H / c_0$ とフィルファクタの関係を図 B-17 に示す。宇宙機とフェアリング間の隙間及び体積比が分かれば、簡単にフィルファクタ (= 音圧レベル上昇量) を見積もることができる。式(B-24)によるフィルファクタの予測結果と、H-IIA の実機フェアリング (4S 型) と八角柱状ダミー衛星を用いた実験結果の比較を図 B-18 に示す。式(B-24)による予測結果は、高周波数帯域においては概ね実験結果を包絡しているが、低周波数領域においては、実験結果の漸近的な傾向を示してはいるが包絡していないことが分かる。従って、本予測式は、高周波数領域における音圧レベル上昇量の安全側の見積り式ととして利用することができる。

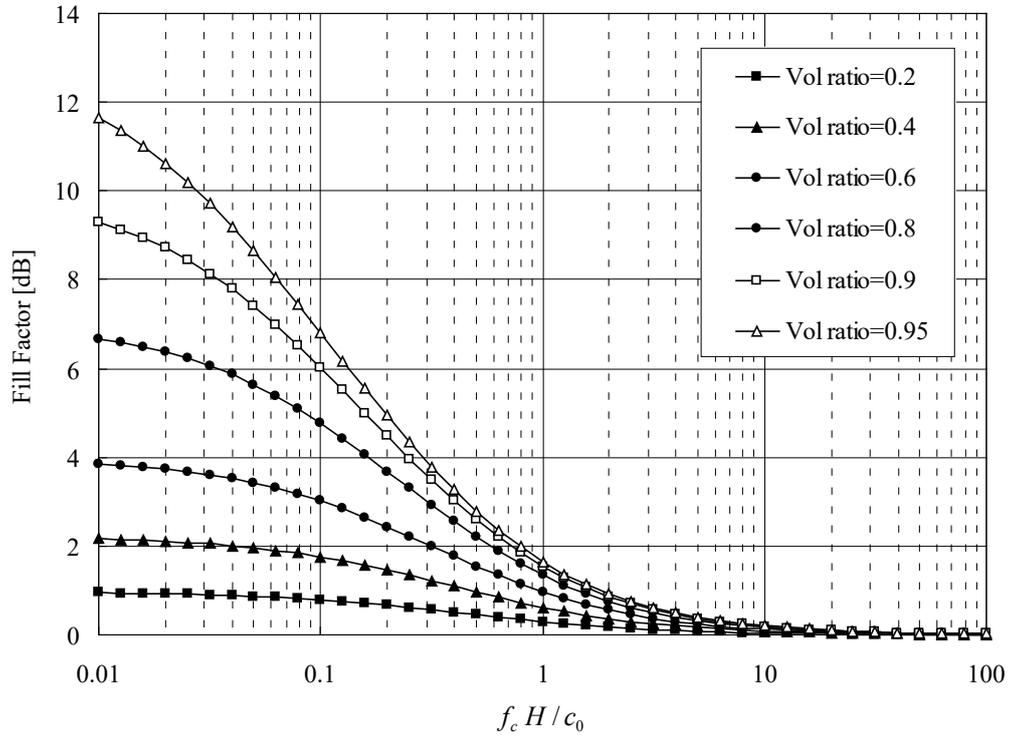


図 B-17 フィルファクタと無次元周波数の関係

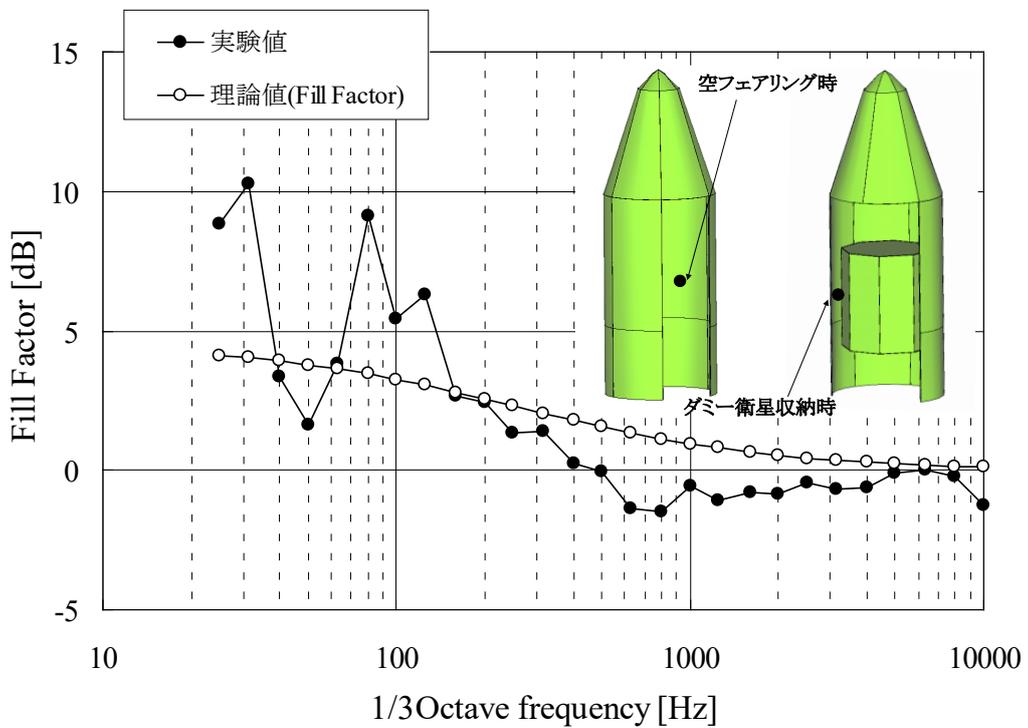


図 B-18 フィルファクタと実験結果の比較

B.4 参考文献

- [B-1] NASA-STD-7001, *Payload Vibroacoustic Test Criteria*, (1996-6)
- [B-2] 小金井玲子, 安藤成将, 施勤忠, 萩原一郎, 人工衛星打ち上げ時の音響振動解析, 機械学会論文集 C 編, Vol.71, No.708, (2005-8).
- [B-3] Frank Fahy, *Sound and Structural Vibration*, (1985), Academic Press.
- [B-4] Qinzhong Shi, Shigemasa Ando, Masahiro Tsuchihashi, Investigation of Vibration Response Due to Fill Effect of Spacecraft, *6th International Symposium on Environmental Testing for Space Programme*, The Netherlands, (2007)
- [B-5] Manning, J.E., Analysis and Evaluation of the Fill Factor, *CC Report 91-6-12104-1*, (1991).
- [B-6] Hughes, W.O., McNelis, M.E., Manning, J.E., *NASA LeRC's Acoustic Fill Effect Test Program and Results*, NASA Technical Memorandum 106688, (1994-11).

Appendix C ランダム振動試験と音響試験の選択方法について

2.3 項では、音響加振とベース加振によるランダム振動環境の比較手法を紹介し、宇宙機システムあるいは大型サブシステムに対して、音響加振とベース加振によるランダム振動環境に対する振動応答の違いを比較し、厳しい環境条件を適切に判断し、試験を選択することが重要であることを述べた。Appendix C では、振動応答の比較手法のうち、供試体の面密度を用いる方法とジョイントアクセプタンスと有効質量を用いた振動応答比較法について述べる。

試験法を選択する際には、「試験法がフライト環境を模擬出来ているか」を検討することが重要である。つまり、フライト時の供試体搭載位置における、ランダム振動の主要伝達パスが、フェアリング内部音響か取付点からのランダム振動かを検討し、試験方法を選択する必要がある。また、以下に示す振動試験と音響試験の相違についても留意する必要がある。

振動試験では、供試体の振動台取付面から加振機による負荷が入力されるが、供試体の 1 次モード以上の周波数では、供試体の各モードの有効質量[C-1]が急激に低下するため、加速度応答が低下する。また、供試体を加振機に取り付ける治具の高周波でのローパスフィルター効果（高周波減衰効果）により、供試体の主要周波数以上の高周波（>2kHz）に対して負荷が伝わりにくい。一方、音響試験の場合、入力構造の表面（特に広い表面）に直接作用するため、ローパスフィルター効果がなく、供試体に対して高周波（～10kHz）まで負荷を与えることが出来る。図 C-1 に 80kg 級の衛星（ETS-I）の音響試験時とランダム振動試験時の振動応答の実効値（Grms）を比較した例を示す。衛星下端から離れるほど音響負荷時の応答が大きく、音響が主要伝達パスとなっていることが分かる[C-1]。また、図 C-2 に約 400kg 級（ETS-III）の衛星構体上同一計測点における振動応答（PSD）の比（音響試験／振動試験）を示す。同一点（501(Z)計測点）でも高周波（700Hz）ほど音響が支配的で主要伝達パスとなっていることが分かる[C-1]。

以上のように、一般的にベース加振である振動試験と面加振である音響試験では、入力負荷のパスによって振動応答に相違がある。

C-1 項では小型衛星や衛星のコンポーネントなどに対して取付部のランダム振動環境（PSD）と音響環境の音圧レベル（SPL）が分かっている場合、供試体の面密度によって音響と振動のどちらが主要パスであるかを検討する簡易計算法を示す。また、C-2 項では音響加振およびベース加振に対する振動応答をジョイントアクセプタンスや有効質量により表現し、各加振方法に対するランダム振動応答の比較手法を示す。

ロケットや衛星が小型であった宇宙開発の初期には、衛星システムに対してランダム振動試験のみが規定されていた。近年では、ロケット及び衛星の大型化に伴い、大型衛星システムに対しては音響試験のみが規定され、同時に打ち上げられる小型衛星に対してはランダム振動試験のみ、またはランダム振動試験と音響試験の両方が規定される場合がある。大型衛星システムのコンポーネントに対しては、ランダム振動試験のみが規定される場合が多い。

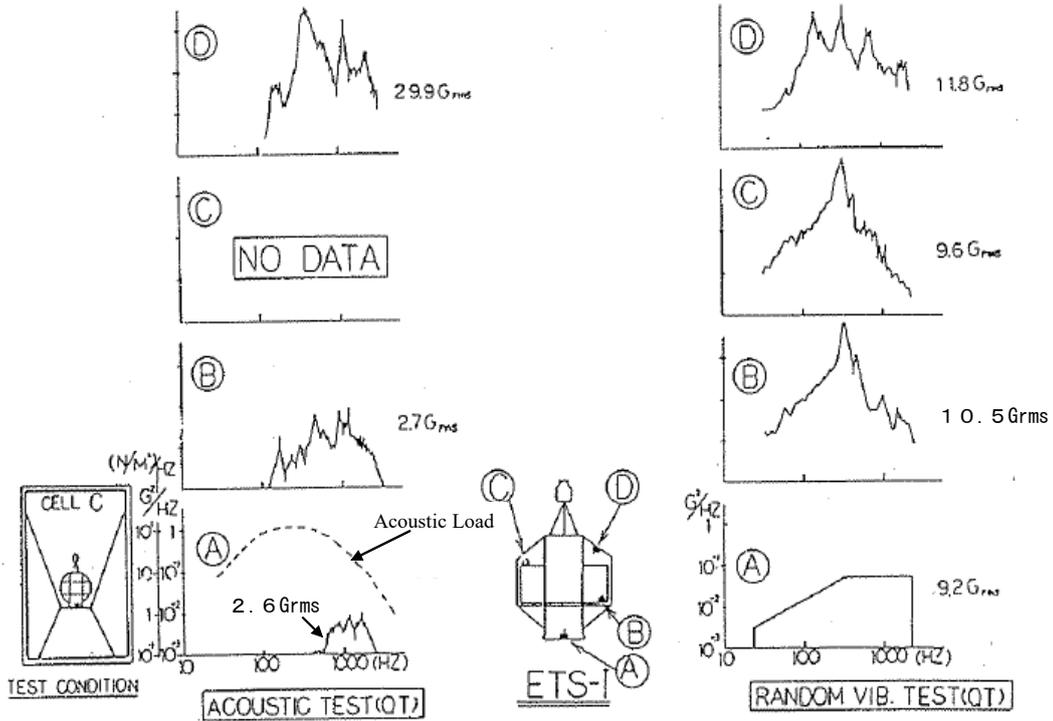


図 C-1 衛星の音響試験とランダム振動試験の位置による応答の違い

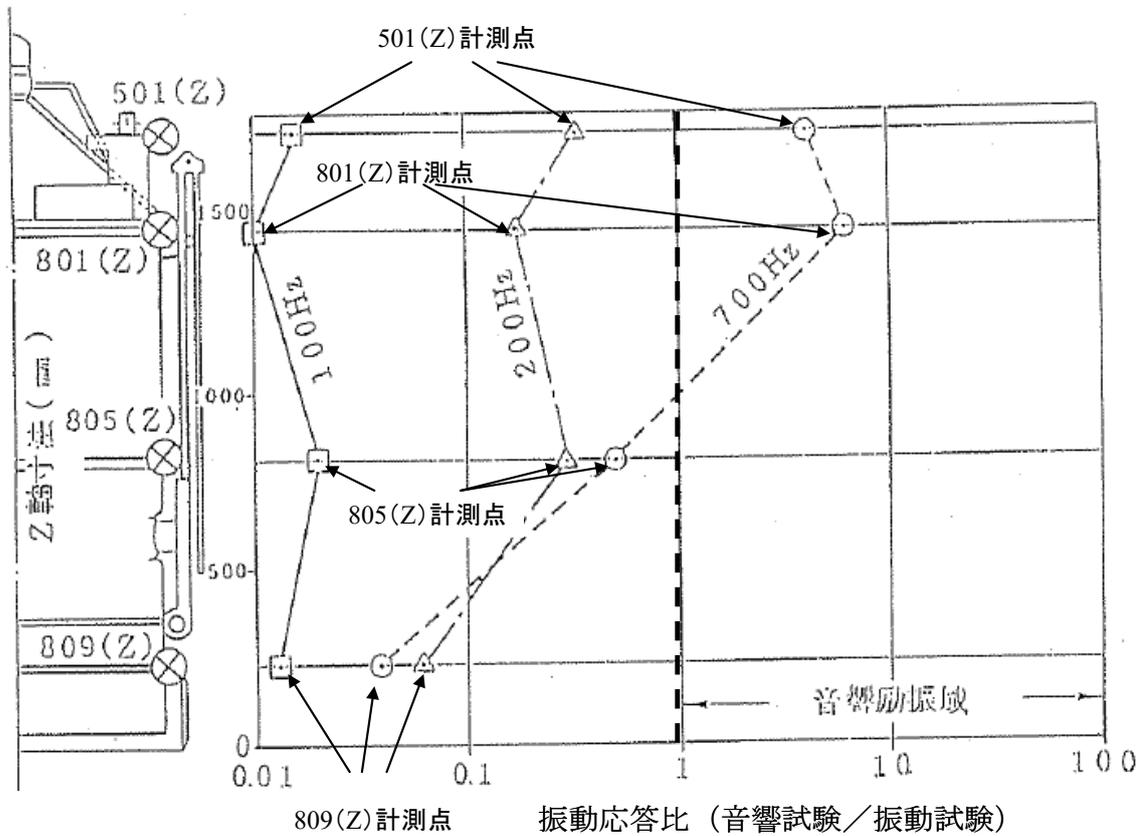


図 C-2 衛星の音響試験とランダム振動試験時の加速度応答 (PSD) 比

C.1 供試体の面密度による音響試験とランダム振動試験の有効性の簡易検討方法

供試体が音響を受ける面積と供試体質量の比（＝面密度，質量÷面積）によって、音響試験と振動試験の有効性について簡易的な検討を行うことが出来る[C-2]。

図 C-3 に示すように、質量 m 、減衰係数比 ξ_n 、固有振動数 ω_n の 1 自由度系（供試体に相当）を考え、音響加振（音響試験）とベース加振（振動試験）を受ける場合をそれぞれ考える。

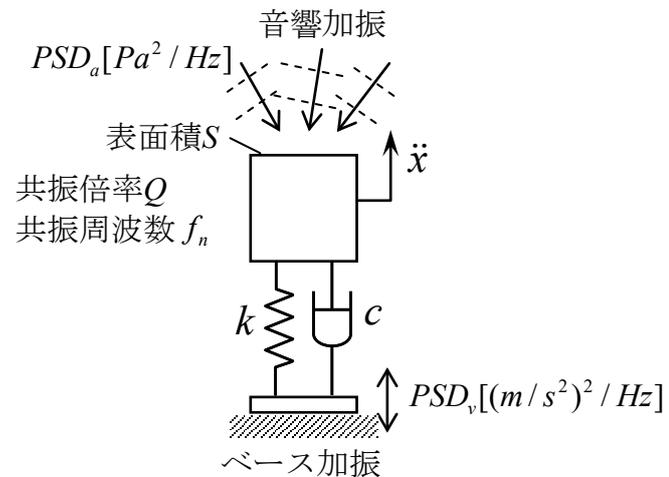


図 C-3 供試体の音響加振・ベース加振モデル

音響加振を受ける場合、音響に面している表面積を S 、絶対変位を x とすれば、モード座標に対する 1 自由度系の運動方程式は、

$$\ddot{x} + 2\xi_n \omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = C_{np} p S / m \quad (\text{C-1})$$

となる。

ここで、 C_{np} は音響と振動の連成係数 $C_{np} \equiv 1/S \int_S \phi_p \phi_n dS$ である。 ϕ_n は振動のモード形状、 ϕ_p は音響の分布である。 C_{np} は、音響の振動への寄与度を表すパラメータであり、 C_{np} が大きいほど振動モードの応答が大きくなることを示す。

一方、モード座標に対応する 1 自由度系がベース加振を受ける場合、相対変位を z 、ベースの絶対変位を y とすれば、その運動方程式は、

$$\ddot{z} + 2\xi_n \omega_n \dot{z} + \omega_n^2 z = -\ddot{y} \quad (\text{C-2})$$

となる。ここで、相対変位を考えるのは、式(C-2)のように、外力項が $-\ddot{y}$ のように、簡潔に

書け、また、Appendix P に示すように、共振時は相対変位も絶対変位も大きな相違は無いためである。ここで、式(C-1)と式(C-2)の外力項を等値すれば、音響負荷と同等の外力となるベース加振の等価加速度 PSD が次式で得られる。

$$PSD_v = PSD_a \times (C_{np}S)^2 / m^2 [(m/s^2)^2 / Hz] \quad (C-3)$$

ここで、 PSD_a は音圧のパワースペクトル密度であり、 PSD_v が等価加速度 PSD である。例えば、1/3 オクターブバンドの音圧レベル(dB)で音圧が規定される場合、その音圧レベル L から PSD_a は次式で求められる。

$$PSD_a = \frac{p_0^2 \times 10^{L/10}}{0.232 f_c} \quad (C-4)$$

ここで、 $p_0 = 2.0 \times 10^{-5}$ (Pa) であり、 f_c は 1/3 オクターブバンドの中心周波数(Hz)である。

次に、音響負荷時とベース加振時の加速度応答は、5.5 項 式(5-6)に示す Miles の式によって求められる。Miles の式を用いると、音響負荷時の加速度実効値 \ddot{x}_{rms} とベース加振時の加速度実効値 \ddot{z}_{rms} の比は、式(C-5)となる。

$$\frac{\ddot{x}_{rms}}{\ddot{z}_{rms}} = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q \times PSD_a(f_n) \times (C_{np}S)^2 / m^2}}{\sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q \times PSD_v(f_n)}} = \frac{\sqrt{PSD_a(f_n)}}{\sqrt{PSD_v(f_n)}} \times \frac{C_{np}S}{m} \quad (C-5)$$

ここで、 Q は共振倍率で $Q = 1/(2\xi_n)$ であり、 $f_n = \omega_n / (2\pi)$ である。式(C-5)から、音響負荷時の応答がベース加振時の応答よりも大きくなる条件は、

$$\frac{m}{S} < C_{np} \frac{\sqrt{PSD_a(f_n)}}{\sqrt{PSD_v(f_n)}} \quad (C-6)$$

となる。この式(C-6)は、供試体の面密度が、供試体の固有振動数 f_n と音響試験の音圧パワースペクトル密度 PSD_a 、音響と振動の連成係数 C_{np} 及びランダム振動試験の等価加速度 PSD_v から求まる値より小さければ、音響試験がランダム振動試験よりも供試体に大きな負荷を与えることが出来る条件である（即ち、音響試験が有効である指針である）。連成係数 C_{np} の値は、音場の性質に依存する。Appendix K に示すように進行波の場合は加振される振動モー

ドが大きく偏るが、ここでは連成係数 C_{np} を最大値である 1.0（音場が進行波の時の値）として考える。連成係数 C_{np} の正規化条件については、Appendix B を参照のこと。

以上により、音響試験がランダム振動試験よりも大きな負荷となる条件は、次式となる。

$$\frac{m}{S} < \frac{\sqrt{PSD_a(f_n)}}{\sqrt{PSD_v(f_n)}} \quad (C-7)$$

例えば、1次固有振動数が 200Hz のコンポーネントに対して、音響試験で 133.5dB (200Hz)、ランダム振動試験で $8.0(m/s^2)^2/Hz$ (200Hz) を負荷する場合、音場が進行波である場合の音響試験が有効となる条件は、以下より面密度が $4.9[kg/m^2]$ 以下であることが分かる。

$$PSD_a = \frac{(2 \times 10^{-5})^2 \times 10^{133.5/10}}{0.232 \times 200} = 193 [Pa^2 / Hz] \quad (C-8)$$

$$\frac{m}{S} < \frac{\sqrt{193}}{\sqrt{8.0}} = 4.9 [kg/m^2] \quad (C-9)$$

式(C-7)で得られた面密度の条件式は、一例であり、一般的な条件式ではないことに注意する必要がある。実際の衛星搭載機器について検討する場合、図 C-4 に示すように、搭載機器が曝される音響負荷レベル及び搭載機器の衛星構体取付部の加速度レベルから機器個別に計算する必要がある。

音響試験とランダム振動試験の選択方法は、上述の方法以外に、解析や経験による判断など様々な方法があるが、一般的に面密度は、音響試験とランダム振動試験の選択に重要な基準の一つである。電源系や推進系のように面密度が大きいコンポーネントは、集中バネ・集中マスの振動系に近くランダム振動試験が有効となることが多い。太陽電池パドル、アンテナ、燃料タンク、圧力タンクなどの面密度が小さいコンポーネントは、面構造の振動系となりランダム振動より音響試験が有効となることが多い。

また、小型の宇宙機システム、フェアリング構造に直接搭載される機器、及びフェアリング構造の近傍に搭載される機器については、音響とランダム振動の複合した環境に晒されるため、主要伝達パスを区別することが困難である。従って、このような場合、音響試験とランダム振動試験の両方を実施するのが望ましい。

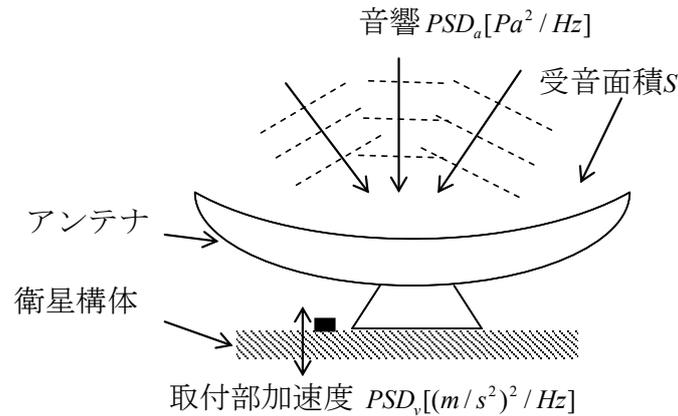


図 C-4 アンテナ等の衛星搭載機器

C.2 ジョイントアクセプタンスと有効質量を用いた応答比較法

音響加振（音響試験）およびベース加振（ランダム振動試験）に対する振動応答をジョイントアクセプタンスや有効質量により表現し、各加振方法に対するランダム振動応答の比較手法を示す。

C.2.1 解析理論

図 C-5 に示す構造に対し、ベース加振を受ける平板構造(Subsystem)のみを取り出したモデルを考える。ベース部が加速度パワースペクトル密度 $S_a(\omega)$ （面外方向加振のみ）を受けるとすると、構造の r 次モードについてモード加速度応答 \ddot{q}_r は式(C-10)で表される。

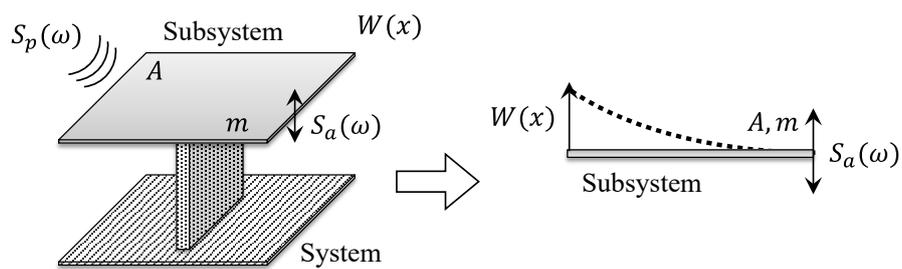


図 C-5 ベース加振を受ける平板構造

$$\ddot{q}_r(\omega) = \frac{\omega^2 T_r}{\Lambda_r Z_r(\omega)} S_a(\omega) \quad (C-10)$$

$$Z_r(\omega) = -\omega^2 + j2\zeta_r \omega_r \omega + \omega_r^2 \quad (C-11)$$

ここで、 Λ_r はモーダル質量、 T_r は面外方向のベースの剛体運動と構造の r 次モードの加速度応

答との連成度合いを表す刺激係数 (Modal Participation Factor)、 ω_r は固有角周波数、 ζ_r は減衰比である。このモード加速度応答 $\ddot{q}_r(\omega)$ を用いて、ベース加振 $S_a(\omega)$ を受ける構造の点 x における応答変位 $W(x)$ 、応答変位パワースペクトル密度 $S_{w,me}^{rand}(x, \omega)$ は式(C-12)、(C-13)で求められる。

$$W(x, \omega) = \varphi_R^z(x)S_a(\omega) + \sum_{r=1}^{\infty} \dot{q}_r(\omega)\varphi_r(x) \cong \sum_{r=1}^{\infty} \dot{q}_r(\omega)\varphi_r(x) \quad (C-12)$$

$$S_{w,me}^{rand}(x, \omega) \cong \sum_{r=1}^{\infty} S_{q_r}(\omega)\varphi_r^2(x) + \sum_{r \neq s} \sum S_{q_r q_s}(\omega)\varphi_r(x)\varphi_s(x) \quad (C-13)$$

$\varphi_R^z(x)$ は拘束モード (constraint mode) のモード形状であり、ここでは弾性モードが励起されている状態を考慮する為、応答変位に対して拘束モードが無視出来るほど小さいと仮定すると、式(C-12)の近似が成り立つ。 S_{q_r} は r 次モードの応答変位パワースペクトル密度、 $S_{q_r q_s}$ は r 、 s 次のクロススペクトル密度である。ここで、 S_{q_r} は式(C-14)に示す有効質量 m_{er} 、伝達関数 $H_r(\omega)$ を用いて、式(C-16)にて表される。

$$m_{er} = \frac{T_r^2}{\Lambda_r}, \quad H_r(\omega) = \frac{T_r}{\Lambda_r Z_r(\omega)} \quad (C-14)$$

$$|H_r(\omega)|^2 = \frac{T_r^2}{\Lambda_r^2 |Z_r(\omega)|^2} = \frac{m_{er}}{\Lambda_r |Z_r(\omega)|^2} \quad (C-15)$$

$$S_{q_r}(x, \omega) = |H_r(\omega)|^2 S_a(\omega) \quad (C-16)$$

また、同様に $S_{q_r q_s}$ は式(C-18)にて表される。

$$|H_{rs}(\omega)|^2 = \frac{T_r T_s}{\Lambda_r \Lambda_s Z_r(\omega) Z_s(\omega)} \quad (C-17)$$

$$S_{q_r q_s}(x, \omega) = |H_{rs}(\omega)|^2 S_a(\omega) \quad (C-18)$$

式(C-16)、(C-18)の結果を式(C-13)に代入することにより、応答変位パワースペクトル密度 $S_{w,me}^{rand}(x, \omega)$ が求まる。したがって、加振方法の違いによるランダム振動環境の構造に対するクリティカリティの違いを検討する場合、ジョイントアクセプタンスを用いた簡易音響振動解析による応答変位パワースペクトル密度 (式(S-20)) と有効質量を用いた振動解析による応答変位パワースペクトル密度 (式(C-13)) を比較すれば良いことがわかる。なお、応答加速度で比較しても同等の結果となる。

C.2.2 応答比較手法の簡易化

ここでは、式(S-20)と式(C-13)を用いた応答比較手法の簡易化を示す。 r 次モードの応答変位のクロススペクトル密度が無視出来るほど小さいと仮定すると、ベース加振による応答変位および加速度のパワースペクトル密度は式(C-19)、(C-20)と表される。

$$S_{w,me}^{rand}(x, \omega) \cong \sum_{r=1}^{\infty} (S_{q_r}(\omega) \varphi_r^2(x)) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{m_{er} S_a(\omega)}{\Lambda_r |Z_r(\omega)|^2} \varphi_r^2(x) \quad (C-19)$$

$$S_{a,me}^{rand}(x, \omega) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{m_{er} S_a(\omega)}{\Lambda_r |Z_r(\omega)|^2} \varphi_r^2(x) \omega^4 \quad (C-20)$$

固有角周波数 ω_r における応答加速度パワースペクトル密度のピーク値は隣接モードの影響を受けないと仮定し、式(C-20)のモード重ね合わせを無視すると式(C-21)が成り立つ。

$$S_{a,me}^{rand}(x, \omega_r) \cong \sum_{r=1}^{\infty} \frac{m_{er} S_a(\omega_r)}{\Lambda_r \cdot 4\zeta_r^2} \varphi_r^2(x) \cong \frac{m_{er} S_a(\omega_r)}{\Lambda_r \cdot 4\zeta_r^2} \varphi_r^2(x) \quad (C-21)$$

本仮定は、ジョイントアクセプタンスを用いた応答解析の簡易式(式(S-22))と同等であり、式(C-21)と式(S-22)を比較することで、簡易に加振方法の違いによるランダム振動環境の構造に対するクリティカリティの違いを見積ることが出来る。式(C-22)に示す様に、双方の応答加速度パワースペクトル密度の比を求めると、共通項($\varphi_r^2(x)$, Λ_r , $4\zeta_r^2$)が約分でき、す音響加振とベース加振に対する応答に寄与するパラメータ I_a 、 I_r を比較することで、構造に対応するランダム振動環境のクリティカリティを比較することが出来る。ただし、本手法では、構造振動に支配的なモードのみを取り出し、他のモードの影響は考慮していない点に注意が必要である。本手法の適用例を図C-6に示す。

$$\frac{S_{a,jrr}^{diff}(x, \omega_r)}{S_{a,me}^{rand}(x, \omega_r)} \cong \frac{4j_{rr}(\omega_r) A^2 S_p(\omega_r) \varphi_r^2(x)}{\Lambda_r^2 \cdot 4\zeta_r^2} = \frac{I_a}{I_r} \quad (C-22)$$

$$I_a = 4j_{rr}(\omega_r) A^2 S_p(\omega_r), I_r = m_{er} \Lambda_r S_a(\omega_r) \quad (C-23)$$

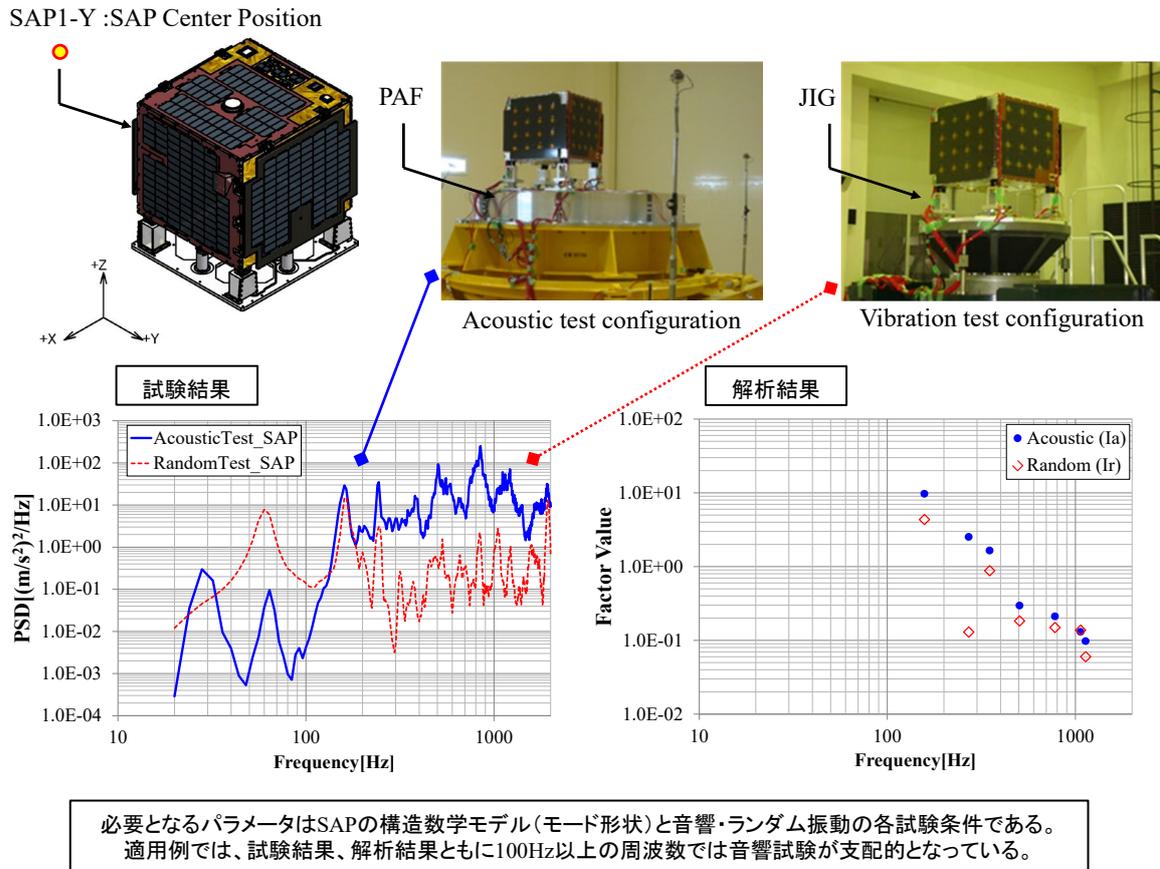


図 C-6 ジョイントアクセプタンスと有効質量を用いた応答比較法の適用例

C.3 音響試験とランダム振動試験の選択と注意点

音響試験とランダム振動試験の選択と注意点について以下に述べる。

- (1) 面密度の小さいコンポーネント（太陽電池パドル、アンテナ、燃料タンク、圧力タンク等）は、音響負荷が支配的となることが多いため、音響試験を選択して実施することが多い。
- (2) 音響試験による負荷をランダム振動試験により代替する場合、音響試験と同等の振動応答を得るために必要となる振動負荷レベルは、供試体に対し過大負荷となることが多い。従って、音響試験代替のためのランダム振動試験は、過大な負荷を与えるためフライト時に発生しない不具合が発生しかねない。過大な振動応答を緩和するために、リミット制御によるノッチングをかけ、一部の周波数において過大な負荷を低減することも一手段である。

C.4 参考文献

- [C-1] 宇宙航空研究開発機構特別資料 “環境試験技術報告: 第5回試験技術ワークショップ開催報告” , JAXA-SP-08-007, P50-60 2011-02
- [C-2] William, F., A Comparison of Acoustic and Random Vibration Testing of Spacecraft, *Proc. of Institute of Environmental Sciences*.
- [C-3] Wada, B. K., R. Bamford, and J. A. Garba, Equivalent Spring-Mass System: A Physical Interpretation, *Shock and Vibration Bulletin*, No. 42, Pt. 5, pp. 215-225, (1972).

Appendix D 累積疲労損傷の評価方法

D.1 簡易的な応力見積もり方法

搭載機器の試験計画や再試験において考慮される累積疲労は、応力を基に評価することになるが、この場合、搭載機器のランダム振動から応力の見積もりが必要となる。一般に音響試験時の搭載機器のランダム振動加速度は、多数の振動モードが励起されるので応力計算が困難である。しかし、搭載機器の初期設計における強度・疲労評価のための応力は、搭載機器の最大応力が1つの主要モード（通常、1次固有振動モード）に支配されると仮定する場合、簡易モデルにより見積もることが可能である。この支配的な主要モードの固有振動数 f_n において、ベース加速度加振を受ける1自由度振動系の相対変位は、加速度と変位の伝達関数式(D-1)と Miles の式 (5.5 項の式(5-6)) を用いた式(D-2)で求められる。

$$H_{d-a}(f) = \frac{-1}{1 - (f/f_n)^2 + j2\xi_n f/f_n} \left(\frac{1}{2\pi f_n} \right)^2 \quad (\text{D-1})$$

$$d_{rms} = \sqrt{\frac{\pi f_n PSD_a(f_n)}{4\xi_n}} \left(\frac{1}{2\pi f_n} \right)^2 \quad (\text{D-2})$$

ここで、 ξ_n は減衰係数比、 d_{rms} は搭載機器の相対変位の実効値であり、 $PSD_a(f_n)$ はベース加速度の PSD である。さらに、速度の実効値 v_{rms} とベース加速度 PSD の関係を式(D-3)に示す。

$$v_{rms} = 2\pi f_n d_{rms} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{PSD_a(f_n)}{\pi \xi_n f_n}} \quad (\text{D-3})$$

2kHz 以下の周波数では、搭載機器の主要モードが曲げモードである場合、搭載機器に発生する最大応力の実効値 S_{rms} は搭載機器振動速度の実効値 v_{rms} と比例する[D-1~D-4]。よって、最大応力の実効値とベース加速度 PSD の関係は、式(D-4)で簡易的に見積もることが出来る。

$$S_{rms} = CE v_{rms}(f_n) / c_L = \frac{CE}{4c_L} \sqrt{\frac{PSD_a(f_n)}{\pi \xi_n f_n}} \quad (\text{D-4})$$

ここで、定数 C は構造の幾何学形状、応力集中係数に依存し、 $C = 4 \sim 8$ であり、大きい値を使用すると安全側になる[D-1~D-4]。 E は材料のヤング率、 c_L は材料の縦波の音速である。最大応力の実効値と搭載機器振動速度の実効値の比例関係については累積疲労損傷の計算前提となる事項であり、D.3 項で後述する。

D.2 故障及び疲労評価の方法

D.2.1 逆パワー則 (Inverse Power Law)

多くの機械と電子機器の負荷時間による故障メカニズムは、故障に至る時間(F_t)とランダム振動の実効値 σ の逆パワー則でモデル化することが出来る[D-5]。

$$F_t = c\sigma^{-b} \quad (\text{D-5})$$

ここで、 c , b はハードウェアによる定数である。式(D-5)より、異なる音響ランダム振動負荷の実効値 σ_1 , σ_2 による故障時間 F_{t1} , F_{t2} の関係は式(D-6)によって求められる。

$$F_{t2} = F_{t1} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^b \quad (\text{D-6})$$

故障する時間と振動の実効値は、累乗 b の関係である。式(D-7)のように、ランダム振動のパワースペクトル密度 $PSD(f)$ にも適用できる。

$$F_{t2} = F_{t1} \left(\frac{PSD(f)_1}{PSD(f)_2} \right)^{b/2} \quad (\text{D-7})$$

b は、定数で統計上経験により決まる値である。複雑な電気コンポーネントに対し、打上げ時の非定常ランダム負荷を定常ランダム試験により模擬する場合は、 $b=4$ が使用されている[D-6, D-7]。また、文献[D-8]では、逆パワー則のことを疲労関係式(Fatigue Relationship)と呼び、ランダム振動に対し、 $b=8$ とされている。

式(D-7)の具体例として、 $b=4$ の場合、パワースペクトル密度で2倍の試験は、故障に至る時間が1/4となり、負荷レベルは、負荷時間より故障への寄与度が大きいことが分かる。

D.2.2 S-N 曲線による累積疲労損傷モデル

構造材料がある一定以上の繰り返し応力を受ける場合、累積疲労損傷が生じ、疲労が進展し最終的には構造物が破壊される。累積疲労損傷が生じる最低の応力を材料の疲労限度と呼び、それ以上の応力で累積疲労損傷が生じる。多くの構造材料の疲労データは、一般的に、横軸に繰り返し数(サイクル数, N)、縦軸に応力振幅 S を示したS-N曲線で示される。このサイクル数とは、疲労破壊を生じる繰り返し数である。

S-N曲線について様々な関数が提案されているが、図D-1に示すように両対数グラフ上で直線となる理想化されたS-N曲線が一次近似として使用できる。

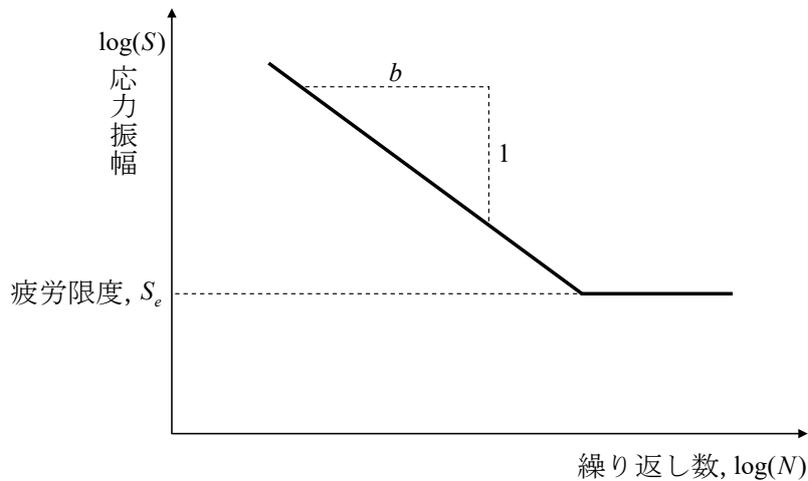


図 D-1 構造材料に対する理想化された S-N 曲線

さらに、材料の疲労限度を無視して、S-N 曲線を両対数グラフ上の直線と近似すると、

$$N = cS^{-b} \quad (\text{D-8})$$

となる。ここで、 b, c は材料固有の定数である。図 D-1 から分かるように、 b が小さいほど S-N 曲線の傾きが大きく寿命が短い。 N が時間に比例し、 S がランダム振動実効値に比例することを用いれば、式(D-8)は逆パワー則になる。しかし、式(D-8)の b は材料の実験値であり、逆パワー則における経験的に得られた b と異なることに注意が必要である。式(D-8)の b の値は、切欠きの無いスチールやアルミニウム合金に対しては、 $b = 6 \sim 10$ が一般的に使用される[D-9, 10, 11]。

式(D-8)は疲労限度を無視しているため、疲労限度以下の小さい応力でも累積疲労損傷を生じ得るとするモデルであるため、安全側の評価方法である。

D.2.3 線形累積疲労損傷マイナー則

音響試験やランダム振動試験に多数回 (AT、QT、再試験等) 供される供試体は、マイナー則による累積損傷を評価し、累積疲労を把握することが必要である。図 D-2 に示すように異なる振幅 (S_1 、 S_2) を負荷した場合、累積疲労損傷の計算方法は、各振幅の負荷での繰り返し回数及び平均寿命回数によって計算できる。一般的に、振幅 S_i の繰り返し応力を平均 N_i 回受けて破壊するとした場合、振幅 S_i の応力で 1 回の繰り返しを受けると $1/N_i$ だけ平均寿命が失われると考える。 n_i 回の繰り返しの途中で応力の振幅が変化する場合や m 個異なる振幅が負荷する場合の平均累積疲労損傷の度合を示す平均累積疲労損傷値 D は、1 に達すると破壊境界線外となり破壊する (図 D-3)。即ち、

$$D = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (\text{D-9})$$

である。実際の場合、応力負荷の順序や材料の形状などの条件によって式(D-9)の平均累積疲労損傷値 D は、0.1~20 の範囲に修正する必要がある。例えば、応力負荷の順序が高い応力から低い応力への繰り返し（図 D-2(a)）の場合、平均累積疲労損傷値は $D > 1$ 、逆に、応力負荷の順序は低い応力から高い応力への繰り返し（図 D-2(b)）の場合、平均累積疲労損傷は $D < 1$ である。また、累積疲労の平均寿命は材料、形状、応力振幅が同じでも大きなばらつき（10 倍以上の場合もある）がある。

さらに、平均寿命 (N_i) は、疲労試験で得られた実験値であり、試験片と実験装置負荷のばらつき等のため、統計的な値である。従って、式(D-9)を用いて評価する時、平均寿命 (N_i) のばらつきを考えなければならない。平均寿命の統計分布は、対数正規分布が用いられることが多い。高信頼性が要求されるフライト品については、「平均寿命より -3σ 側の寿命」、又は「平均寿命をスキヤタファクタ (Scatter Factor, 通常 4 を用いることが多い) で除した寿命」を用いて累積疲労損傷解析を実施する[D-12, D-13]。図 D-4 には、負荷応力 S_1 に対応する平均寿命を N_1 とし、信頼性を考慮した平均寿命を $N_{3\sigma}$ として示してある。

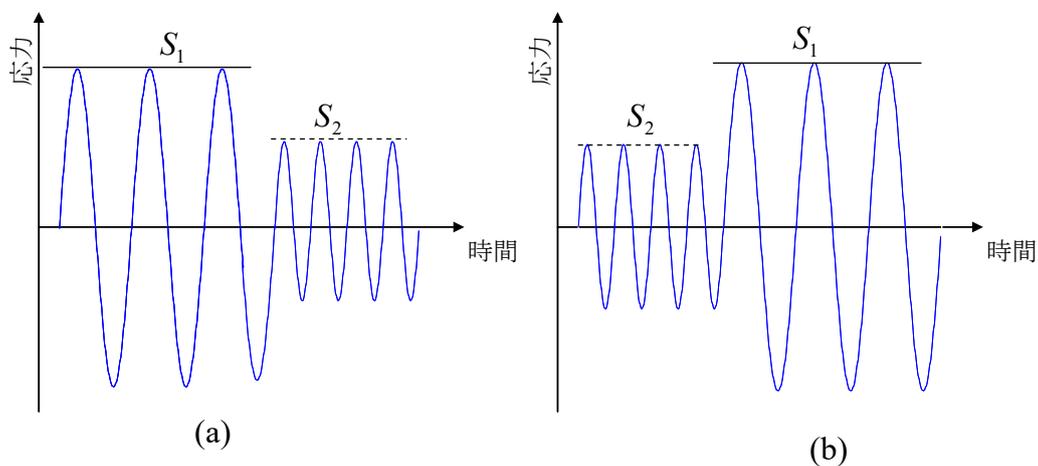


図 D-2 繰り返し応力の負荷変化

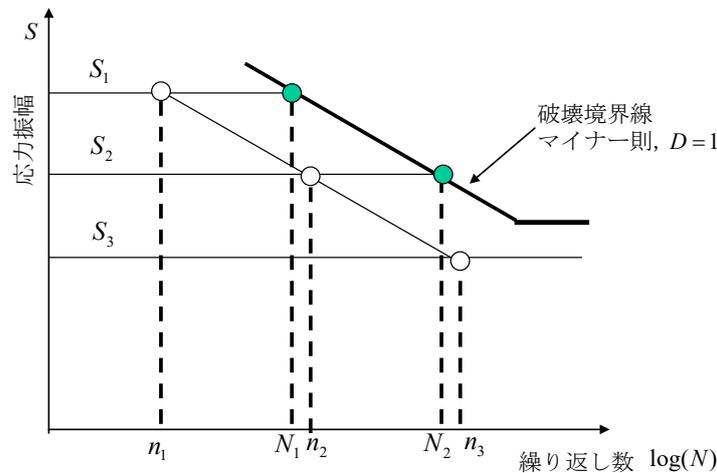


図 D-3 多段振幅負荷する場合の破壊則

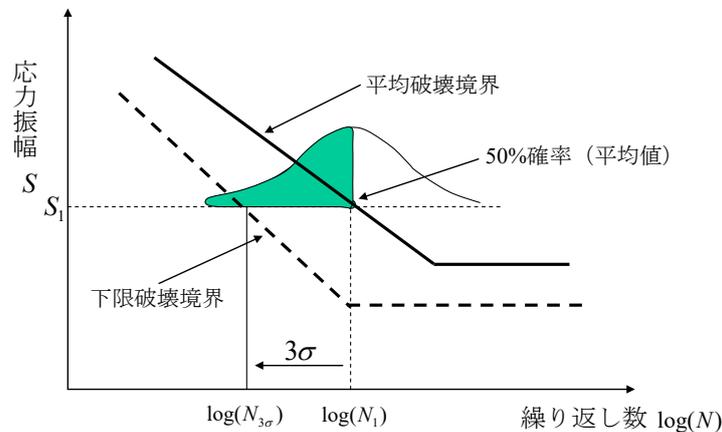


図 D-4 平均寿命と下限破壊境界の関係 (S-N 曲線)

D.3 累積疲労損傷の具体的計算方法と計算例

本項ではランダム振動が負荷される機器の疲労損傷度の計算方法と計算例について述べる。D3.1 項では、機器の発生応力が狭帯域ランダムである場合に発生応力の極大値（以下、特に断りが無い限り極大値を単に極値と呼ぶ）が Rayleigh 分布に従うことを利用する計算方法を示す。この方法は機械分野で広く使用されており、用いる計算式も簡便であるため扱いやすいが、機器の発生応力が広帯域ランダムである場合は誤差が大きく適切な計算とならないことに注意が必要である。なお機器の発生応力が狭帯域ランダムとなるか広帯域ランダムとなるかは、機器の固有振動数における発生応力のスペクトルが他の周波数に比べ卓越するかどうかで決まり、それは機器の固有振動数と機器への入力スペクトルに依ることが分かっている[D-17]。例えば、固有振動数が高いと固有振動数より低周波側の発生応力が無視できなくなり、狭帯域ランダムではなく広帯域ランダムとなる。また、固有振動数における入力スペクトルが他の周波数に比べ小さいと、固有振動数における発生応力は卓越せず、広帯域ランダムとなる。このことは D3.2.2 項で確認する。D3.2 項では、機器の発生応力が狭帯域ランダム

ムか広帯域ランダムであるかに関わらず適用できる Rice 分布を用いる計算方法を示す。平均ゼロのランダム信号が狭帯域ランダムである場合、その信号の時系列波形は図 3-1(a)に示すように一つの振動数に支配され、負から正へのゼロクロス数と極値の数が一致する。なお極値は必ず正の領域で観測される。一方、広帯域ランダムの場合、信号は複数の振動数成分を持つため、時系列波形は図 3-1(b)に示すように、極値は負の領域にも出現する。したがって、単位時間あたりの振幅のゼロクロス数と極値の総数が出現する回数は必ずしも一致しない。なお、単位時間あたりの振幅のゼロクロス数と極値の総数との比はイレギュラリティとして定義され、後述の Rice 分布を用いた疲労損傷度の計算（式 D-19）に用いられる。

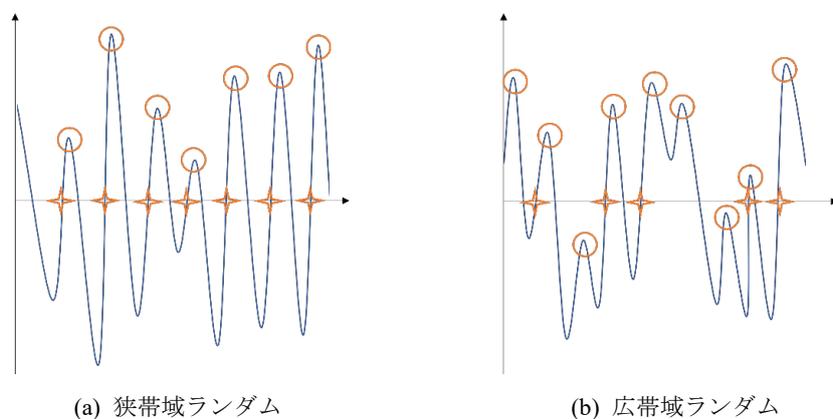


図 D-4 狭帯域ランダム(a)と広帯域ランダム(b)の時系列波形イメージ
(星印:ゼロクロス点、丸印:極値)

Rice 分布を用いる方法は D3.1 項の方法に比べ複雑な計算を要するが、発生応力を狭帯域ランダムに限定しない点で D3.1 項の方法よりも汎用性が高い。よって発生応力が狭帯域ランダムを示すことが明らかである場合を除き、D3.1 項で示す方法より D3.2 項の方法を適用して計算することが望ましい。

まず、D3.1 項と D3.2 項で共通して用いる前提条件を以下に示す。

- 仮定 1
応力は、D.1 項に述べたように、1つの主要モード（通常、1次固有振動モード）に支配される。この場合、応力は機器の主要モードにおける速度応答に比例する。
- 仮定 2
構造部材の S-N 曲線は、D.2.2 項に示した近似式(D-8)に従う。
- 仮定 3
ランダム振動による応力レベルは、図 D-5 に示すゼロを中心とした正規分布に従う。
- 仮定 4
平均累積疲労損傷値 D が式(D-9)を満たしたとき、破壊する。

上記の仮定 1 と 3 から、応力は機器を 1 自由度振動系で模擬した速度応答と等価として扱って差し支えない。

D.3.1 Rayleigh 分布による疲労損傷度の計算方法

前述の仮定を用いたとき、平均累積疲労損傷値 D の期待値は以下の式で表される。

$$E[D(n)] = \frac{n}{C} \left(\sqrt{2} S_{rms} \right)^b \Gamma(1 + b/2) \quad (D-10)$$

$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} y^{m-1} e^{-y} dy \quad (D-11)$$

ここで、

- b : 式(D-8)にて定義された材料定数 b
- n : 応力の繰り返し回数 = $f_0 T$ (T : 加振時間)
- f_0 : 主要モードの固有振動数
- S_{rms} : 応力の実効値
- C : 式(D-8)にて定義された材料定数 c
- Γ : ガンマ関数
- $E[x]$: ランダム変数 x の期待値

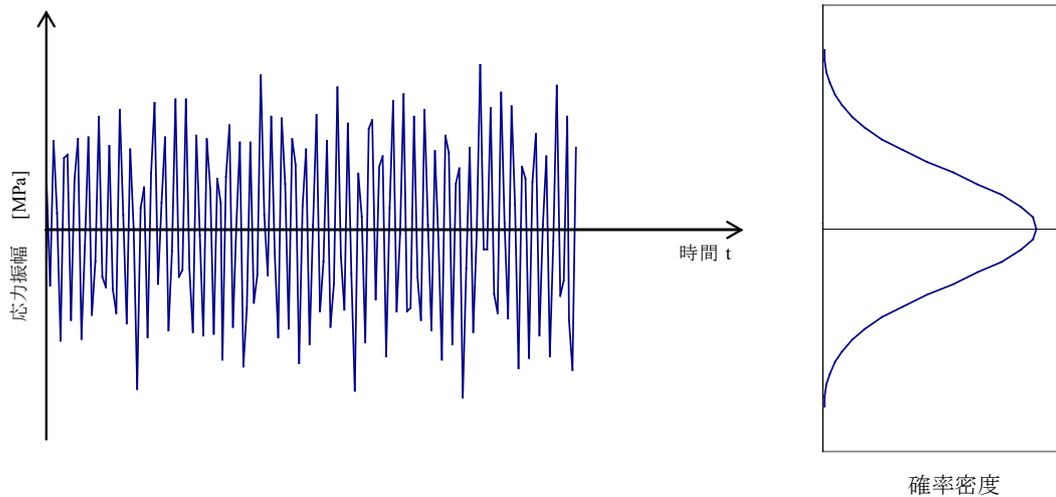


図 D-5 正規分布に従うランダム波

である。式(D-10)の導出の詳細は文献[D-14]にゆずるが、応力が正規分布に従い1つの主要モードに支配されるとき、応力の時系列信号は狭帯域ランダムであり、応力の極値の分布がRayleigh分布に従うことを利用して、比較的簡単に導かれるものである。

次に、破壊に至る場合を考える。破壊に至る場合、 $E[D(n)] = 1$ 、 $n = N = CS^{-b}$ であるので、これらを式(D-10)に代入すると、

$$1 = S^{-b} \left(\sqrt{2} S_{rms} \right)^b \Gamma(1 + b/2) \quad (D-12)$$

となる。従って、ランダム振動と同じ時間で疲労破壊に至る等価な正弦波応力振幅 S_{eq} の関係は、

$$S_{eq} = \kappa S_{rms} \quad (D-13)$$

$$\kappa = \sqrt{2} \{ \Gamma(1+b/2) \}^{1/b} \quad (D-14)$$

となる。この S_{eq} が、ランダム振動と同等の疲労寿命を与える等価な正弦波振幅である。式(D-14)から計算される κ と b との関係を表 D-1 に示す。尚、材料定数 b の値が大きくなるほど S_{eq} が大きくなるのは、 b が大きいほど S-N 曲線の傾きが緩くなり寿命が短くなるため、同じ時間で疲労破壊に至る正弦波応力振幅は大きくなるからである。

表 D-1 式(D-13)による κ , b の関係

b	κ
1	1.25
2	1.41
3	1.55
4	1.68
5	1.80
6	1.91
7	2.01
8	2.10
9	2.20
10	2.28

次に、計算例を示す。

(疲労の計算例)

ランダム振動試験にて得られた構造部材の応力 PSD の例を図 D-6 に示す。この例では周波数 18Hz の 1 次モードが卓越している。40Hz 以下の成分の実効値でも 97MPa と全実効値 98MPa の 99% を占めており、仮定 1 は満たされている。一般に、式(D-4)から分かるように、加速度レベルが各モードで同等でも、応力は高次モードほど寄与が少なくなるので、仮定 1 が満たされることが多い。また、この構造部材の S-N 曲線が図 D-7 に示すように

$$S^b N = C, \quad b = 9.65, \quad C = 5.0 \times 10^{27} \quad (D-15)$$

であるとする。式(D-13)よりランダム振動試験時の応力と同等の疲労度を与える等価正弦波振幅 S_{eq} は、 $S_{rms} = 98$ [MPa] を使って、

$$S_{eq} = \sqrt{2} \times 98 \times \left\{ \Gamma(1 + 9.65/2) \right\}^{1/9.65} = 221 [\text{MPa}] \quad (\text{D-16})$$

となる。図 D-7 中にこの応力を併記すると、疲労限度の繰り返し数は 1.2×10^5 回であり、疲労に至る時間 F_t は

$$F_t \approx 1.2 \times 10^5 [\text{Cycles}] / 18 [\text{Hz}] = 1.9 [\text{hr}] \quad (\text{D-17})$$

であることがわかる。

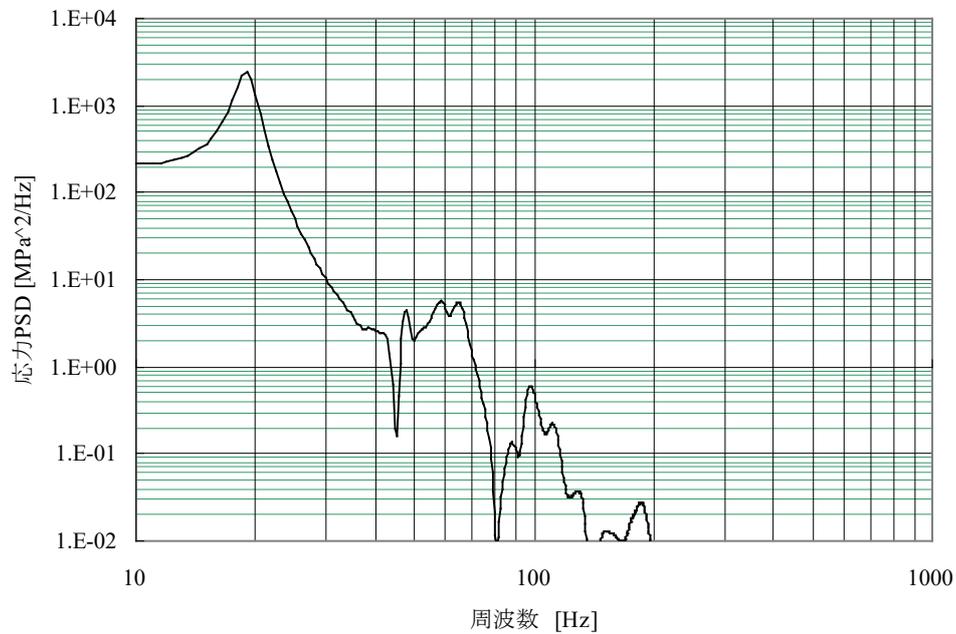


図 D-6 ランダム振動試験時の応力測定データ (実効値 $S_{rms} = 98 [\text{MPa}]$)

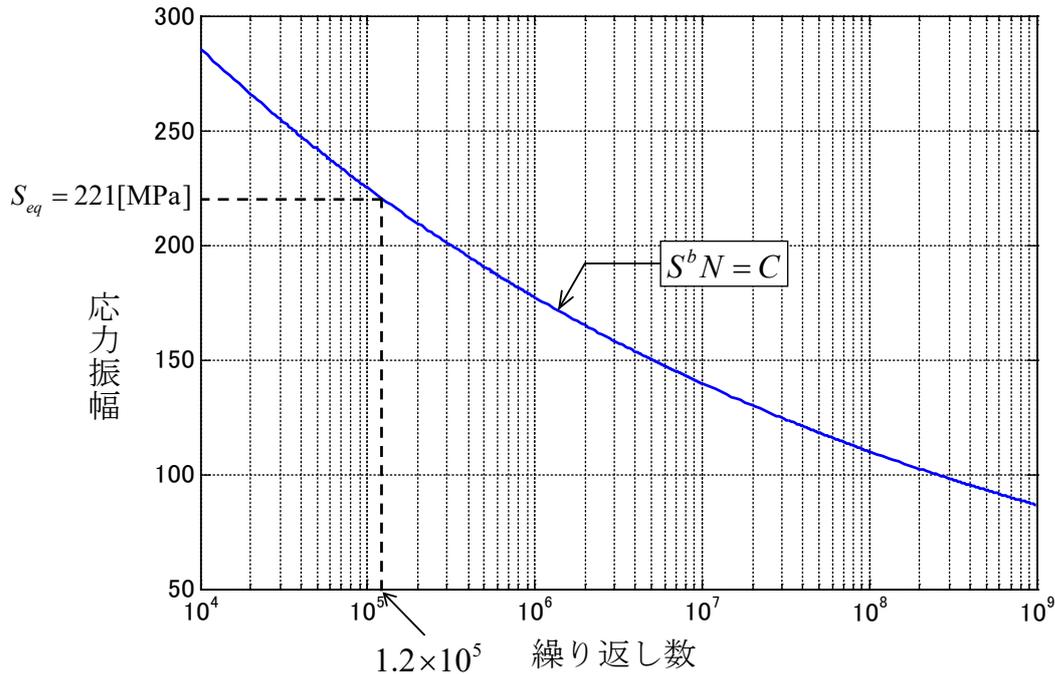


図 D-7 構造部材の S-N 曲線($b = 9.65$)

以上に示した計算例は、応力が1つの主要モードに支配される場合である。式(D-4)に示したように、応力は速度と比例するので、加速度応答で主要なモードが2つ以上存在する場合でも、疲労評価上クリティカルなモードは振動速度の大きい低次モードであることが多く、D.1項で示した計算方法は現実問題として有効な方法である。

尚、応力が2つ以上のモードに支配されている場合、応力の時系列信号は狭帯域ランダムではなくなる。その時、応力のピーク値の分布は Rayleigh 分布ではなく、確率密度関数の標記が複雑なライス分布(Rice Distribution)となり、疲労評価には数値計算が必要となる。詳細は、文献[D-15]を参照のこと。

D.3.2 Rice 分布による疲労損傷度の計算方法

D.3.2.1 Rice 分布

Rice 分布を用いた疲労損傷度の計算方法を示すにあたり、まずは Rice 分布の概要を述べる。Rice 分布[D-16]は、Rayleigh 分布と標準正規分布（以下、正規分布）の遷移分布であり、平均ゼロの正規過程に基づくランダム信号 $x(t)$ の極値が示す確率密度関数として知られており、式 (D-18) で表される。

$$p(x) = \frac{\sqrt{1 - I_r^2}}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0(1 - I_r^2)}\right) + \frac{I_r x}{2m_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{I_r x}{\sqrt{2m_0(1 - I_r^2)}}\right)\right] \quad (\text{D-18})$$

ここで m_0 は $x(t)$ の分散、 I_r はイレギュラリティと呼ばれ、 $x(t)$ の1階微分の分散 m_2 と2階微分の分散 m_4 から式 (D-19) の計算により得られる。 erf は式 (D-20) に示す誤差関数である。

$$I_r = \sqrt{\frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (\text{D-19})$$

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad (\text{D-20})$$

I_r は物理的な性質として、 $x(t)$ の極値の総数とゼロクロス数の比と捉えることができ、 $x(t)$ の帯域幅により0から1の値をとる。具体的には、 I_r が0に近づくときは理想的な広帯域ランダム信号であることを意味し、 I_r が1に近づくときは理想的な狭帯域ランダム信号であることを意味する。具体的には、式 (D-18) は、

1) $I_r = 0$ の場合は、

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) \quad (\text{D-21})$$

となり、つまり正規分布に近づき、

2) $I_r = 1$ の場合は、

$$p(x) = \frac{x}{2m_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) [1 + \text{erf}(\infty)] \quad (\text{D-22})$$

$\text{erf}(\infty)$ は $\int_0^\infty \exp(-t^2) dt = \sqrt{\pi}/2$ (Gauss 積分) であることから1となるため、

$$p(x) = \frac{x}{m_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) \quad (\text{D-23})$$

となり、Rayleigh 分布に近づく。

D.3.2.2 Rice 分布を用いた疲労損傷度の計算方法

Rice 分布を適用した疲労損傷度は、D.3 項冒頭で述べた仮定1～仮定4を用いたとき、式 (D-24) で求められる[D-17]。式 (D-24) の大括弧は、式 (D-18) で示した Rice 分布である。ランダム信号 $x(t)$ は、仮定2からここでは機器の速度応答とする。

$$E[D(n = v_0 T)] = \int_{-\infty}^{\infty} v_0 T \left[\frac{\sqrt{1 - I_r^2}}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0(1 - I_r^2)}\right) + \frac{I_r x}{2m_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{I_r x}{\sqrt{2m_0(1 - I_r^2)}}\right) \right] \right] x^b dx \quad (\text{D-24})$$

ここで T は負荷時間、 v_0 は等価振動数と呼ばれる変数で式 (D-25) により求められる。また b は構造設計標準ハンドブック (JERG-2-320-HB001) から $b = 6$ を採用する。

$$v_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (\text{D-25})$$

等価振動数 v_0 は $x(t)$ が単位時間に負から正にゼロクロスする回数と定義され、 $x(t)$ が狭帯域ランダムの場合 (つまり極値の確率密度関数が Rayleigh 分布となる場合) は、 v_0 は振動系の固有振動数 f_n に一致する。式 (D-24) の I_r が1のとき、つまり大括弧の中が Rayleigh 分布となる場合、 v_0 は f_n に置き換え、D.3.1 項の式 (D-10) と一致することが分かる。

$$E[D_R(n = f_n T)] = \int_{-\infty}^{\infty} f_n T \left[\frac{x}{m_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) \right] x^b dx = f_n T (\sqrt{2m_0})^b \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) \quad (\text{D-26})$$

ここで、ランダム振動試験における機器の速度応答の極値が、Rice 分布に従い出現することを数値解析で検証してみる。本解析においては、図 D3.2-1(a)黒線に示す、多数の宇宙機システムの音響試験データの統計処理し結果を包絡して一般化したランダム振動条件を用いる。また、機器搭載部の加速度入力データとしては図 D3.2-1 (a) 黒線の加速度条件の時系列波形をシミュレーションで作成した図 D3.2-1(b)に示す。図 D3.2-1 (a) 青線はその PSD 解析結果である。図 D3.2-1(b)の定常ランダム波を1自由度振動系のベース入力として時刻歴応答解析を行い、機器の速度応答時刻歴を求める。この時、固有振動数が100Hz, 500Hz, 1000Hzと異なる3機器に対する速度応答時刻歴を算出する。次に速度応答時刻歴から極値の頻度分布を直接作成し、それと式 (D-18) の Rice 分布の理論解及び式 (D-23) の Rayleigh 分布の理論解を重ねることで、いずれの分布に近いかが確認する。

図 D.3.2-2 に固有振動数が100Hz, 500Hz, 1000Hzの3機器に対する確認結果を示す。図 D.3.2-2 より、3機器とも解析結果の頻度分布は Rice 分布の理論解とほぼ一致することが確認できる。図 D.3.2-2 の凡例にはイレギュラリティの計算結果も示すが、解析結果のイレギュラリティ (速度応答時刻歴の極値の総数とゼロクロス数の比により算出) は理論解 (式 (D-19) により算出) のそれと同等の値を示している。なお、図 D.3.2-2(a)はイレギュラリティがほぼ1に近く狭帯域ランダムであると言えるため、式 (D-23) の Rayleigh 分布と良く一致している。一方で図 D.3.2-2(b)と(c)はイレギュラリティが低い、これらの分布は Rayleigh 分布から乖

離していることが分かる。以上から、ランダム振動試験における機器の速度応答の極値は、Rice 分布に従い出現すること、また狭帯域ランダムと見做せる場合に限り Rayleigh 分布ともよく一致することが確認された。

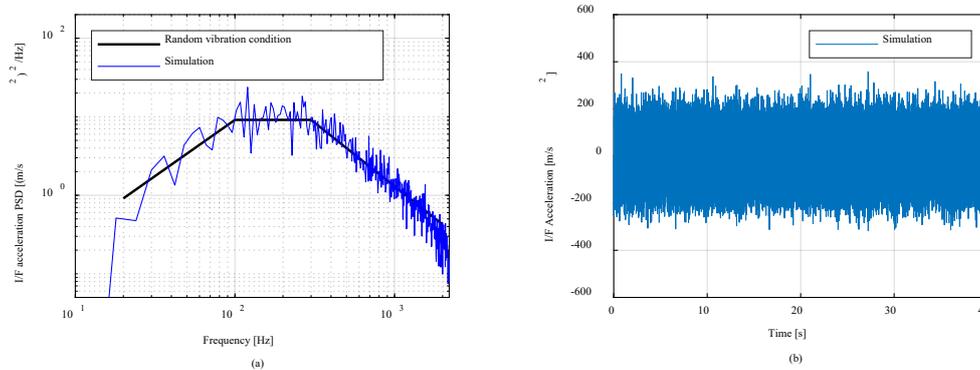


図 D.3.2-1 一般化したランダム振動条件と機器入力加速度
(a)ランダム振動条件と機器入力加速度の PSD (b)機器入力加速度の時刻歴

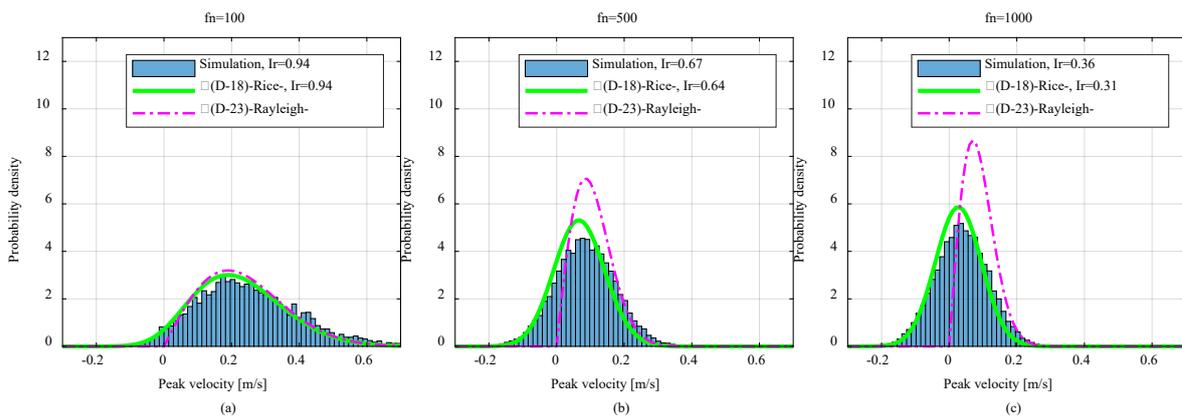


図 D.3.2-2 速度応答の極値頻度分布(解析結果)と Rice 分布及び

Rayleigh 分布の理論解の比較結果

(機器固有振動数が(a)100Hz(b)500Hz(c)1000Hz の結果)

D.3.2.3 Rice 分布を用いた疲労損傷度の計算例

本項では D3.2.2 項で示した Rice 分布を用いた疲労損傷度の計算方法を適用した計算例を示す。図 D.3.2-3 は表 D.3.2-1 に示す諸元を持つ電気・電子機器の PFT コンポーネントランダム振動試験条件と、システム搭載後の PFT システム音響試験で取得された機器搭載点の加速度応答を示している。負荷時間はいずれの試験も 40 秒間である。ここで本機器がコンポーネントランダム振動試験とシステム音響試験で与えられた疲労損傷度をそれぞれ計算してみる。図 D.3.2-3 は機器搭載点における加速度 PSD であるため、まず機器を 1 自由度振動系と考えて速度応答 PSD を求める。減衰比 ζ_n を 0.05、固有振動数 $f_n (= 2\pi\omega_n)$ を表 D.3.2-1 に示すとおり 425Hz を代入すれば、速度応答 PSD は図 D.3.2-4 のとおり求まる。

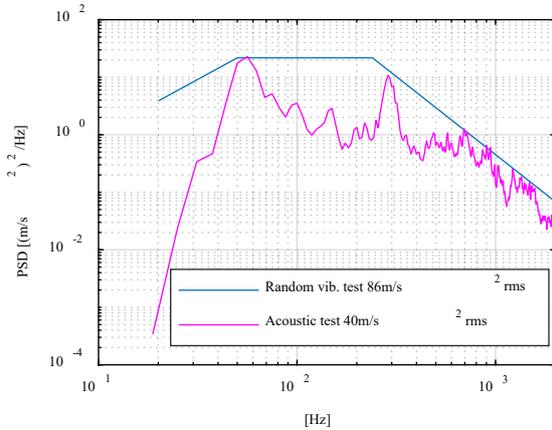


図 D.3.2-3 機器搭載点加速度

表 D.3.2-1 機器諸元

機器名	A
質量 [kg]	2.5
1次固有振動数 [Hz]	425
搭載パネル	バス+Z面

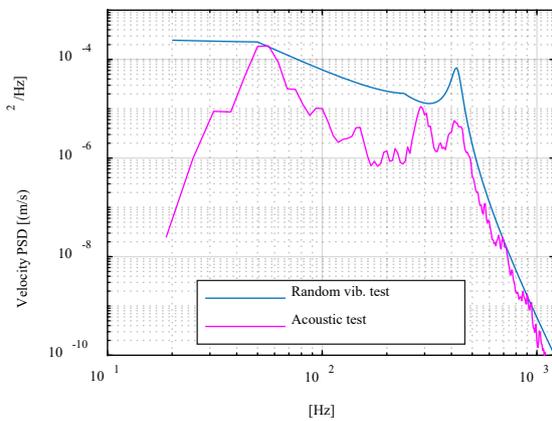


図 D.3.2-4 機器の速度応答

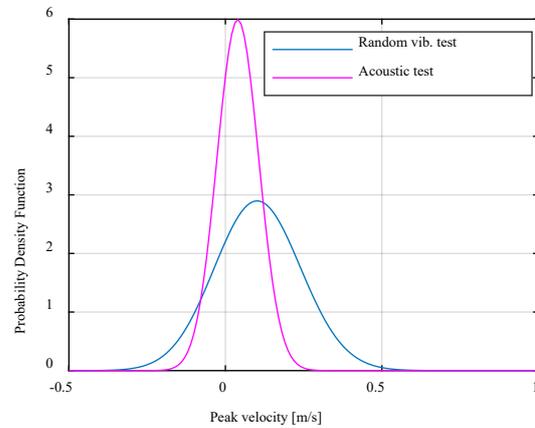


図 D.3.2-5 速度応答極値の確率密度関数

次に速度応答の分散 m_0 、速度応答の1階微分の分散 m_2 及び2階微分の分散 m_4 を求め、式(D-19)により I_r を計算する。それらを式(D-13)に代入してRice分布を求めると、図D.3.2-5となる。図D.3.2-5において、速度応答の極値はシステム音響試験よりもコンポーネントランダム振動試験の方が大きい値に分布していることが確認できる。疲労損傷度の計算では、式(D-24)に示すように速度項が b 乗で積算されるため、この分布の差異から直感的にコンポーネントランダム振動試験の疲労損傷度がシステム音響試験より大きくなることが読み取れる。実際に式(D-24)の積分計算により疲労損傷度を算出してみる。式(D-24)の v_0 は式(D-25)により求め、 T には加振時間である40を、 b には6を代入する。表D.3.2-2はイレギュラリティ I_r 、等価振動数 v_0 及び疲労損傷度 D の算出結果をまとめたものである。表D.3.2-2からコンポーネントランダム振動試験の疲労損傷度は2.72、システム音響試験の疲労損傷度は0.02であり、コンポーネントランダム振動試験はシステム音響試験に比べて約136倍大きい計算結果である。これはコンポーネントランダム振動試験がシステム音響試験136回分の疲労損傷度を与える試験であったということを意味し、言い換えればシステム音響試験1回

分（加音時間 40 秒間）の疲労損傷度は、コンポーネントランダム振動試験の 0.29 秒間分である。本機器においてはコンポーネントランダム振動試験をクリアしたのち実施したシステム音響試験において、結果的に疲労破壊を起こすリスクが極めて低かったと言える。本考察については E.6 項で詳細に述べる。

表 D.3.2-2 疲労損傷度の計算結果

	コンポーネント ランダム振動試験	システム 音響試験
イレギュラリティ I_r	0.55	0.45
等価振動数 ν_0	207	168
疲労損傷度 D	2.72	0.02

このように Rice 分布を用いる計算では、同機器において異なる試験で取得された機器への入力 PSD 波形を用いて、それぞれの試験の疲労損傷度を比較することができる。なお、D3.1 項（または D3.2.2 項における式(D-26)）による Rayleigh 分布を用いる計算式は、イレギュラリティ (I_r) が 1 に近く狭帯域ランダムと見做せる場合は問題なく適用できるが、本例のようにイレギュラリティがコンポーネントランダム振動試験とシステム音響試験ともに 1 と 0 の間の値であるような場合は、応力の極値が示す分布が Rayleigh 分布から乖離するため、疲労損傷度の計算結果に誤差が生じる点に注意が必要である。詳細は文献[D-17]を参照されたい。

D.4 参考文献

- [D-1] Hunt, F.V., Stress and Strain Limits on the Attainable Velocity in Mechanical Vibration, *J. Acoust. Soc. Amer.*, Vol. 32, No. 9, (1960), pp.1123-1128.
- [D-2] Ungar, E.E., Maximum Stresses in Beams and Plates Vibrating at Resonance, *Trans. ASME, J. Engrg Ind.*, Vol. 82B, No. 1, (1962), pp.149-155.
- [D-3] Crandall, S.H., Relation between Strain and Velocity in Resonant Vibration, *J. Acoust. Soc. Amer.*, Vol. 34, No. 12, (1962), pp.1960-1961.
- [D-4] Gaberson, H.A. and Chalmers, R. H., Modal Velocity as a Criterion of Shock Severity, *Shock and Vibration Bull.*, No. 40, Pt 2, (1969), pp.31-40.
- [D-5] Nelson, W., *Accelerated Testing*, (1990), Wiley, NY.
- [D-6] Meeker, D.B. and Piersol, A.G., Accelerated Reliability Testing Under Vibroacoustic Environments, Kana, D.D. and Butler, T.G. ed., *Reliability Design for Vibroacoustic Environments*, AMD Vol. 9, (1974), ASME, NY.
- [D-7] Anon., *Test Requirements for Booster, Upper-Stage, and Space Vehicles*, MILSTD-1540C, (1994).
- [D-8] *Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests*, MIL-STD-810F, (2000).
- [D-9] Curtis, A. J., Tinling, N. G., and Abstein, H. T., Selection and Performance of Vibration Tests, *SVM-8, Shock and Vibration Info. Analysis Center*, (1971).
- [D-10] Steinberg, D. S., *Vibration Analysis for Electronic Equipment*, 2nd ed., Wiley, NY, (1988).
- [D-11] Anon., DOD Test Method Standard for Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests, *MIL-STD-810E*, Change Notice 3, July 31, (1995).
- [D-12] Sarafin, P.T., *Spacecraft Structures and Mechanisms*, Kluwer Academic Publishers (1995).
- [D-13] Bruhn, E.F., *Analysis and Design of Flight Vehicle Structures*, Jacob Publishing (1973).
- [D-14] Crandall, S.H., *Random Vibration in Mechanical Systems*, Academic Press (1963), New York and London.
- [D-15] Lin, Y.K., *Probabilistic Theory of Structural Dynamics*, McGraw-Hill (1967).
- [D-16] Rice, S.O., *Mathematical analysis of random noise*, Bell System Technical Journal, Vol.24, Issue 1(1945), pp.46-156.
- [D-17] 丹羽 智哉, 施 勤忠, 安藤 成将, Rice 分布を適用した広帯域ランダム加振時における宇宙機機器の疲労損傷度の適正化に関する検討, 日本機械学会論文集, DOI: 10.1299/transjsme.22-00222.

Appendix E 累積疲労損傷率の解説

宇宙機のフライト品が打上げ時に疲労損傷を受けても疲労故障を起こさないようにするために、「累積疲労損傷率」という考え方により疲労損傷評価を行う場合がある。E.1 項では、信頼度と関連付けが可能となる厳密な疲労損傷評価方法を示し、E.2 項では、それを簡略化した累積疲労損傷率による評価方法を示す。E.3 項に参考として示す材料減衰の特性を用いた累積疲労損傷率の評価方法は、現在一般的ではないが、日本の宇宙開発の初期（1970 年代）に検討された評価方法である。E.4 項では、累積疲労スペクトラムと呼ばれる解析手法を用いてフライトデータから実フライト環境で受ける累積疲労損傷度を分析した結果について示す。また、E.5 項ではフライト品の地上試験実績に基づくフライト信頼度の計算方法について示す。

E.1 信頼度と関連付けが可能な累積疲労損傷モデル

E.1 項で説明するモデルは、「宇宙機のフライト品がフライト中に受けるであろう累積疲労損傷値をフライト品が地上試験で受ける累積疲労損傷値に対しある一定の割合以下に抑え、さらに、地上試験で受ける累積疲労損傷値もある一定値以下に抑えれば、地上試験を終えた後に同一機器をフライト品として使用する場合、累積疲労により故障しない確率（＝信頼度¹⁾）を見積もることが出来る」というモデルである。

ここで、図 E-1 に示すように、ある搭載機器の S-N 曲線が与えられ、フライト応力 S_{FLT} を単独に受けたときの疲労寿命の平均値を N_{FLT} とする。実際には、D.2.3 項で述べたように、寿命のばらつきを考慮して N_{FLT} の 3σ 下側の $N_{3\sigma}$ を設計疲労寿命とする（スキヤタファクタ考慮でも良い）。また、疲労寿命の分布も D.2.2 項で述べたように対数正規分布とする。この搭載機器が地上試験（応力レベル S_1, S_2, \dots, S_{QT} ）を経た後にフライトした場合、フライト応力レベル S_{FLT} における疲労寿命を求めるのがこのモデルの目的である。

式(D-9)のマイナー則から、地上試験による累積疲労損傷値 D_{GT} とフライトによる疲労損傷値 D_{FLT} は各々次式で表される。

$$D_{GT} = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_{QT}}{N_{QT}} \quad (\text{E-1})$$

$$D_{FLT} = \frac{n_{FLT}}{N_{3\sigma}} \quad (\text{E-2})$$

ここで、ある定数 λ （フライト時損傷値の地上試験時損傷値に対する割合）を導入し、搭載

¹⁾ 以下、Appendix E で用いる「信頼度」は累積疲労により故障しない確率を表す。特に、地上試験時に故障しない確率を「地上試験信頼度」、フライト時に故障しない確率を「フライト信頼度」と呼称する。

機器をフライトで疲労破壊させないように

$$\frac{D_{FLT}}{D_{GT}} \leq \lambda \quad (\text{E-3})$$

$$D_{GT} \leq \frac{1}{1+\lambda} \quad (\text{E-4})$$

を満足するよう D_{FLT} , D_{GT} を制限するものとする、搭載機器の軌道上での累積疲労損傷値 D は、

$$D = D_{GT} + D_{FLT} \leq D_{GT}(1+\lambda) \leq \frac{1}{1+\lambda}(1+\lambda) = 1 \quad (\text{E-5})$$

となる。従って、式(E-3), (E-4)の等号を満足する時に、搭載機器は疲労破壊することになる。また、式(E-3), (E-4)を変形すると、

$$(1+\lambda)D_{FLT} \leq \frac{D_{FLT}}{D_{GT}} \leq \lambda \quad (\text{E-6})$$

となるから、式(E-2)と式(E-6)から、

$$D_{FLT} = \frac{n_{FLT}}{N_{3\sigma}} \leq \frac{\lambda}{1+\lambda} \quad (\text{E-7})$$

を得る。両辺の対数を取ると次式となる。ここで、 σ_{\log} とは疲労寿命（繰り返し数）の対数における標準偏差である。よって、地上試験を終えた時のフライトにおける寿命は、式(E-8)で見積もる。

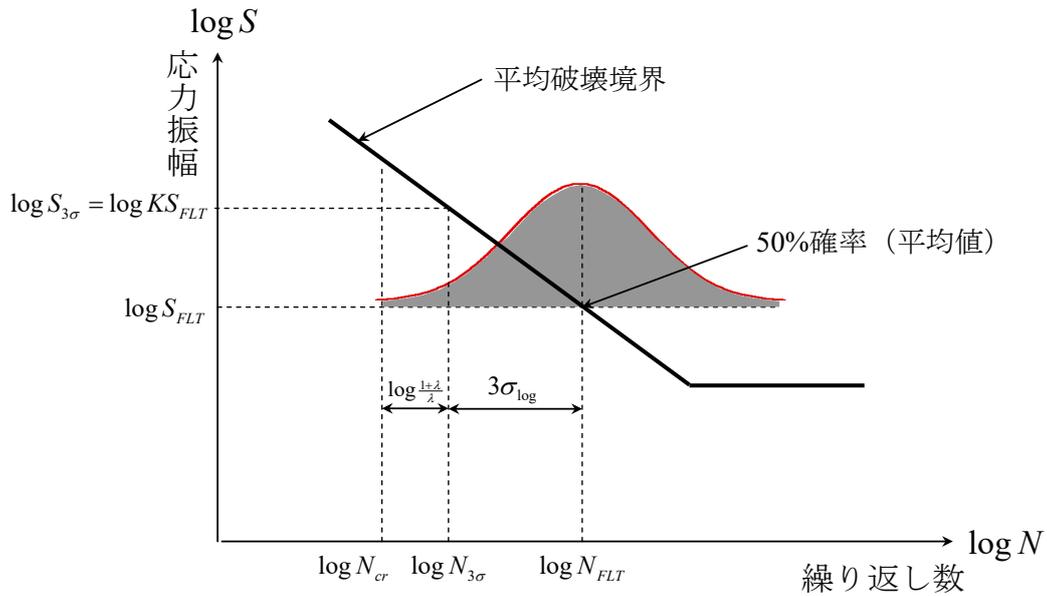


図 E-1 疲労寿命モデル

$$\log n_{FLT} \leq \log N_{3\sigma} + \log \frac{\lambda}{1+\lambda} = \log N_{FLT} - 3\sigma_{\log} - \log \frac{1+\lambda}{\lambda} \equiv \log N_{cr} \quad (E-8)$$

$$N_{cr} = N_{3\sigma} \frac{\lambda}{1+\lambda} \quad (E-9)$$

結局、 $n_{FLT} = N_{cr}$ の時、搭載機器は疲労破壊する。即ち、搭載機器の疲労寿命は N_{cr} となる。この時の信頼度 R (フライト時破壊しない確率) は、図 E-1 の繰り返し数の確率密度関数の積分 (灰色部分) で求められ、

$$\begin{aligned} R &= \int_{N_{cr}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\log}} \exp\left[-\frac{(\log N - \log N_{FLT})^2}{2\sigma_{\log}^2}\right] \cdot \frac{dN}{N} \\ &= \int_{X_{cr}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{X^2}{2}\right) dX \end{aligned} \quad (E-10)$$

となる。ここで X は、 $X = (\log N - \log N_{FLT})/\sigma_{\log}$ で表される変数変換であり、

$$X_{cr} = -\frac{1}{\sigma_{\log}} \left[3\sigma_{\log} + \log \frac{1+\lambda}{\lambda} \right] \quad (E-11)$$

となる。幾つかの σ_{\log} と λ に対する信頼度の計算結果を表 E-1 に示す。

次に、 D_{GT} と D_{FLT} の変形を行う。D.2.2 項の式(D-8)から S-N 曲線は、

$$N_j = N_u \left(\frac{S_j}{S_u} \right)^{-b} \quad (\text{E-12})$$

表 E-1 式(E-3), (E-4)を満足するときの信頼度

λ	信頼度 R		
	$\sigma_{\log} = 0.1$	$\sigma_{\log} = 0.2$	$\sigma_{\log} = 0.3$
0.10	1.0	1.0	1.0
0.25	1.0	1.0	0.9999999509
0.50	1.0	0.9999999638	0.9999977838
1.00	0.999999999	0.9999966023	0.9999683
1.20	0.9999999910	0.9999922	0.9999478

$$\frac{N_{FLT}}{N_{3\sigma}} = N_u \left(\frac{S_{FLT}}{S_u} \right)^{-b} \bigg/ N_u \left(\frac{S_{3\sigma}}{S_u} \right)^{-b} = \left(\frac{S_{3\sigma}}{S_{FLT}} \right)^b \quad (\text{E-13})$$

となる。一方、図 E-1 を参照すると、 $\log N_{3\sigma} = \log N_{FLT} - 3\sigma_{\log}$ であるから、

$$\frac{N_{FLT}}{N_{3\sigma}} = 10^{3\sigma_{\log}} \quad (\text{E-14})$$

となる。従って、式(E-13)と(E-14)から、

$$S_{3\sigma} = K S_{FLT}, \quad K = 10^{3\sigma_{\log}/b} \quad (\text{E-15})$$

である。この $S_{3\sigma}$ は、図 E-1 に示すように、疲労寿命として 3σ 下側の安全側の値を採用したときのその寿命に対応する S-N 曲線上の応力値である。以上から、 D_{FLT} と D_{GT} は、

$$D_{FLT} = \frac{n_{FLT}}{N_{3\sigma}} = \frac{n_{FLT}}{N_u} \left(\frac{K S_{FLT}}{S_u} \right)^b \quad (\text{E-16})$$

$$D_{GT} = \frac{1}{N_u} \sum_{j=1}^{QT} n_j \left(\frac{S_j}{S_u} \right)^b \quad (\text{E-17})$$

となる。次に、式(E-16)や式(E-17)の応力値をベース加振時の加振入力レベルに置き換えることを考える。ベース加振時には、低次のモードが卓越したモードとなることが多いので、そのモードを1自由度系と仮定する。以下に示すのは、入力加速度と応答応力が線形なモデルであるが、材料減衰の特性を利用した累積疲労損傷率のモデルをE.3項に示す。

ここで、加振入力为正弦波振動である場合とランダム振動である場合を考える。正弦波振動の場合、C.1項の式(C-2)から共振周波数 f_n でのベース加速度 \ddot{y} と相対加速度 \ddot{z} の関係式は、

$$\ddot{z}(f_n) = \frac{1}{2\xi_0} \ddot{y}(f_n) \quad (\text{E-18})$$

となる。即ち、ベース加速度に対し、 $1/2\xi_0 = Q$ 倍の応答となることが分かる。(ここで、相対加速度を扱ったが、Appendix Pに示すように、1自由度系の共振時の絶対加速度は相対加速度と大きな違いはない)。応答加速度 \ddot{z} は応力 S_d と比例すると考えられ、また同一供試体の議論を行っているため ξ_0, f_n は定数とみなせることから、ベース加速度 \ddot{y} は、

$$\ddot{y}(f_n) = 2\xi_0 \ddot{z}(f_n) \propto S_d \quad (\text{E-19})$$

となり、ベース加速度も構造体の応答応力 S_d に比例することが分かる。

次に、ランダム振動の場合、式(E-18)は利用出来ないため、Milesの式に基づく式(D-4)を利用する。式(D-4)より、応答応力の実効値 S_d は、

$$S_d = \frac{CE}{4c_L} \sqrt{\frac{PSD_a(f_n)}{\pi\xi_n f_n}} \quad (\text{E-20})$$

となる。ここでも、同一供試体の議論を行っているため C, E, c_L, f_n, ξ_n は定数とみなせることから、1自由度系の共振周波数 f_n におけるベース加速度 PSD である $PSD_a(f_n)$ と応力の実効値 S_d について、次の関係が得られる。

$$PSD_a(f_n) \propto S_d^2 \quad (\text{E-21})$$

以上から、正弦波振動の場合、入力加速度は応力 S_d に比例し、ランダム振動の場合、入力加速度 PSD は応力 S_d の二乗に比例することが分かった。

次に、正弦波振動の入力加速度とランダム振動での入力加速度の実効値を代表して L と表記するため、以下に示す二つの前提条件を与える。

- 正弦波振動とランダム振動は同時に考慮しない。
- ランダム振動の PSD はプロファイル形状が同一な PSD のみ扱うことにする。例えば、図 E-2 に示すようなランダム振動条件 PSD に対し、プロファイル形状が同じで平行移動した PSD は扱うことが出来る。

この前提条件により、式(E-24)に示すような試験時間と試験レベルによる累積疲労損傷評価が可能となる。式(E-19), (E-21)の関係を利用して、式(E-16), (E-17)中の応力を L に置き換えると、

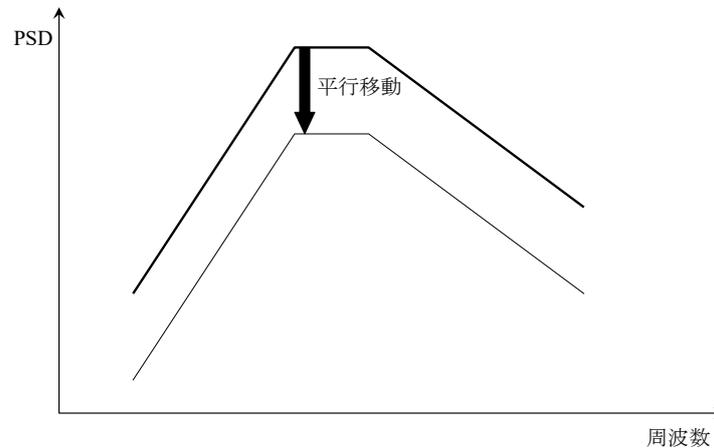


図 E-2 同じプロファイルを持つランダム振動 PSD

$$D_{FLT} = \frac{n_{FLT}}{N_u} \left(\frac{KL_{FLT}}{L_u} \right)^b \quad (E-22)$$

$$D_{GT} = \frac{1}{N_u} \sum_{j=1}^{QT} n_j \left(\frac{L_j}{L_u} \right)^b \quad (E-23)$$

となる。 K は式(E-15)で表されるフライト時を安全側に考慮するパラメータであり、 b は、S-N 曲線の傾きで材料によって決まる定数である。以上に示した S-N 曲線の近似式、マイナー則、及び線形性を利用して累積疲労損傷度を式(E-22)のように記述する方法は、宇宙機の疲労評価で現在一般的となっている。式(E-22), (E-23)を利用すると、式(E-3)は、

$$\frac{D_{FLT}}{D_{GT}} = \frac{T_{FLT} (KL_{FLT})^b}{\sum_j T_j (L_j)^b} \leq \lambda \quad (E-24)$$

となる。ここに、 T_{FLT} , T_j はそれぞれフライト曝露時間、 j 回目の地上試験の時間であり、繰り返し数 n_{FLT} , n_j は時間に比例することをを用いた。以上により、式(E-3)を時間と加速度の大ききで表せることが出来た。

幾つかの b と σ_{\log} に対し、 K を計算した結果を表 E-2 に示す。ランダム振動に対し文献[E-1]に示されている $b = 8$ と文献[E-2]に示されている $\sigma_{\log} = 0.1$ を使用すると、 $K = 1.09$ となる。 b の値として安全側の $b = 6$ をとり (b が小さいほど S-N 曲線の傾きが大きく寿命が短く評価される)、簡易化のため $K = 1$ ($K > 1$ であれば発生応力にマージンを負荷する為、安全側であり $K = 1$ は危険側) とする組合せが、現時点での累積疲労評価式(E-24)において用いられている。この組合せと $b = 8$ 、 $K = 1.09$ の組合せについて、 D_{FLT} / D_{GT} の比較検討を行った結果を表 E-3 に示す。 L_{GT} と L_{FT} のレベル差が 3dB の場合、 D_{FLT} / D_{GT} は同じ値を取るが、0dB の場合は $K = 1$ 、 $b = 6$ の方が小さく、6dB の場合は $K = 1.09$ 、 $b = 8$ の方が小さくなる。これは、 $K = 1$ 、 $b = 6$ の組合せでは、危険側($K = 1$)と安全側($b = 6$)の考え方が混在しているためである。

以上を要約すると、地上試験における累積疲労損傷値 D_{GT} が式(E-4)で $1/(1+\lambda)$ 以下に抑えられるとき、搭載機器がフライトによって破壊しないためには、負荷される疲労損傷値 D_{FLT} が λD_{GT} 以下でなければならないことを規定するものであり、その時の信頼度は表 E-1 で与えられる。また、 D_{FLT} を mD_{AT} に置き換えると、AT 試験の可能回数 m を規定することになる。

以上に述べた計算方法を用いた評価例を以下に示す。

表 E-2 K の値

	$\sigma_{\log} = 0.0$	$\sigma_{\log} = 0.1$	$\sigma_{\log} = 0.3$
$b = 6$	1.0	1.12	1.41
$b = 8$	1.0	1.09	1.30
$b = 10$	1.0	1.07	1.23

表 E-3 D_{FLT} / D_{GT} の値 ($T_{GT} = 2T_{FLT}$)

	$K = 1, b = 6$	$K = 1.09, b = 8$
$L_{GT} = L_{FT}$ (0dB 差)	0.50	1.00
$L_{GT} = \sqrt{2}L_{FT}$ (3dB 差)	0.063	0.063
$L_{GT} = 2L_{FT}$ (6dB 差)	0.0078	0.0039

ある搭載機器の正弦波振動試験レベルと対応する応力レベル、繰り返し数、疲労寿命は以下の通りである。システム AT 試験は何回可能かを求める。但し、システム AT 試験レベルの寿命分布は、 $\sigma_{\log} = 0.3$ とし、信頼度は 0.99999 以上とする。

試験項目	試験レベル [G]	応力 [kgf/mm ²]	繰り返し数 n	疲労寿命 N
コンポ QT	5	25.7	3.45×10^5	5×10^5
コンポ AT	4	20.6	2.88×10^5	4×10^6
システム QT	4	20.6	1.44×10^5	4×10^6
システム AT	3	15.4	7.20×10^4	7×10^6

$$D_{GT} = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} = \frac{3.45 \times 10^5}{5 \times 10^5} + \frac{2.88 \times 10^5}{4 \times 10^6} + \frac{1.44 \times 10^5}{4 \times 10^6} \quad (\text{E-25})$$

$$= 0.690 + 0.072 + 0.036 = 0.798$$

システム AT 試験レベルでの疲労寿命は、 $N_{AT} = 7 \times 10^6$ であるから、

$$\log N_{3\sigma} = \log N_{AT} - 3\sigma_{\log} = \log(7 \times 10^6) - 0.9 = \log(8.8 \times 10^5) \quad (\text{E-26})$$

$$\therefore N_{3\sigma} = 8.8 \times 10^5 \quad (\text{E-27})$$

$$\therefore D_{AT} = \frac{n_{AT}}{N_{3\sigma}} = \frac{7.2 \times 10^4}{8.8 \times 10^5} = 0.0818 \quad (\text{E-28})$$

となる。 $\sigma_{\log} = 0.3$ の時、信頼度が 0.99999 以上であるためには、表 E-1 より λ を 0.5 以下の値に選べばよいことが分かる。一方、式(E-4)を満足するためには、

$$D_{GT} = 0.798 \leq \frac{1}{1+\lambda} \Rightarrow \lambda \leq 0.253 \quad (\text{E-29})$$

であるので、 $\lambda = 0.25$ とする。次に、式(E-3)より、システム AT 試験を m 回行うとすれば、

$$\frac{mD_{AT}}{D_{GT}} \leq 0.25 \Rightarrow \frac{m \times 0.0818}{0.798} \leq 0.25 \Rightarrow m \leq 2.4 \quad (\text{E-30})$$

であり、システム AT 試験（フライト 1 回含む）は 2 回まで可能である。

E.2 簡易的な累積疲労損傷率モデル

E.1 項で説明したモデルは、地上試験とフライトにおけるフライト品の疲労損傷値をある値以下に抑えれば、疲労破壊に至らない確率（即ち、信頼度）を計算できるモデルである。このモデルにおけるフライト品の地上試験における疲労損傷値の計算には、搭載機器の疲労寿命（繰り返し数）が必要である。しかし、宇宙機の開発では、スケジュールとコスト等の理由から、搭載機器の疲労寿命試験を行うのは一般的ではなく、E.1 項で示したモデルを適用するのは、現実的に困難な場合がある。そこで、以下に示す簡易的な累積疲労損傷率で疲労評価を行う場合がある。

E.1 項では、フライト品のみを対象としたが、ここでは、ノンフライト品（EM, STM 等）に対して実施した試験で、機能・性能に異常を生じなかった負荷レベルを「試験によって疲労破壊を起こさないことが確認されている累積疲労損傷レベル」ととらえ、これを基準とする。フライト品に対する累積疲労損傷レベルは実フライト環境を含め、この基準に対し、ある一定の割合以下であることが要求される。即ち、次式のように、累積疲労損傷率 λ が一定値 λ_0 以下であることが要求される。

$$\frac{D_{FLT}}{D_{GT}} = \frac{\sum_i T_{FLT}^i (KL_{FLT}^i)^b}{\sum_j T_{GT}^j (L_{GT}^j)^b} = \lambda \leq \lambda_0 \quad (\text{E-31})$$

T_{FLT}^i , L_{FLT}^i は、それぞれ、フライト品の地上試験時間及び入力加速度であり、実フライト 1 回を含める。また、 T_{GT}^j , L_{GT}^j は、それぞれ、ノンフライト品（累積疲労損傷評価用モデル）の地上での試験時間及び入力加速度である。式(E-31)の分子中の K ($K \geq 1$) は、式(E-15)から分かるように、フライト品の寿命を安全側に評価するパラメータである（ K が大きい程安全側となる）。

式(E-31)に示した累積疲労損傷率という比率評価では、累積疲労損傷値の絶対量に対する要求（E.1 項では式(E-4)が対応する）が無いため、E.1 項で示したモデルと異なり、信頼度と関連付けが出来ないことに注意しなければならない。但し、式(E-31)は、「ノンフライト品の地上試験における累積疲労損傷値 D_{GT} を十分な試験を行うことにより大きくとり、フライト品の累積疲労損傷値 D_{FLT} を小さくした場合（例えば $\lambda = 0.25$ ）、フライト品はフライト時に疲労破壊が発生しにくいであろう」という考え方を意味している。

E.3 (参考) 材料減衰の特性を用いた累積疲労損傷率のモデル

E.1 項では、式(E-16)や式(E-17)の応力値について、線形性を利用して応力をベース加振のレベルに置き換えた。本項では、材料減衰の特性に基づいた置き換え手法[E-3]を紹介する。この評価方法は、現在一般的ではないが、日本の宇宙開発の初期（1970年代）に検討された評価方法である。

構造体の応力値は減衰に依存する。材料減衰に関する理論[E-4]によれば、外力を受け振動する構造体の任意の点の固有減衰エネルギー D_d と損失係数 η の関係は、部材のヤング率を E 、応力振幅を S_d とすると、

$$\eta = 2\xi_0 = \frac{ED_d}{\pi S_d^2} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \quad (\text{E-32})$$

である。固有減衰エネルギー D_d は、単位体積当たり 1 応力サイクル中に失われるエネルギーを表す。ここで、 α は構造体の応力分布と材料の双方に依存する変数で応力集中係数であり、 β は切欠き係数である。単軸引張を受ける梁のように構造体の応力分布が一様であれば、 $\alpha = \beta = 1$ となる。また、固有減衰エネルギー D_d は、材料の疲労限度応力 S_e の 70% 以下の応力では、多くの材料に対し次の実験式が得られている。

$$D_d = J \left(\frac{S_d}{S_e} \right)^n \quad (\text{E-33})$$

ここで、 J と n は定数で、 $J = 6.8 \times 10^{-3}$ 、 $n \approx 2.4$ である。材料は疲労限度以下の応力では疲労しないと考えられるが、式(E-33)を利用するのは、疲労限度以上では n が 2.4 より上昇し、結果的に式(E-33)が安全側となるためである。 $n \approx 2.4$ であれば、 $\alpha / \beta \approx 1$ の性質があり、式(E-32)、(E-33)より、損失係数 η は、

$$\eta = 2\xi_0 = K_d S_d^{n-2}, \quad K_d = \frac{EJ}{\pi S_e^n} \quad (\text{E-34})$$

となり、応力振幅 S_d の $n-2$ 乗に比例することが分かる。ここで、 K_d は材料固有の定数である。

次に、ベース加振時の構造体の応力について検討する。ベース加振時には、低次のモードが卓越したモードとなることが多いので、そのモードを 1 自由度系と仮定する。ここで、加振入力为正弦波振動である場合とランダム振動である場合を考える。

正弦波振動の場合、C.1 項の式(C-2)から共振周波数でのベース加速度 \ddot{y} と相対加速度 \ddot{z} の関係式は、

$$\ddot{z} = \frac{1}{2\xi_0} \ddot{y} \quad (\text{E-35})$$

となる。即ち、ベース加速度に対し、 $1/(2\xi_0) = Q$ 倍の応答となることが分かる。(ここで、相対加速度を扱ったが、Appendix P に示すように、1 自由度系の共振時の絶対加速度は相対加速度と大きな違いはない)。式(E-34), (E-35)、及び応答加速度 \ddot{z} は応力 S_d と比例すると考えられることから、ベース加速度 \ddot{y} は、

$$\ddot{y} = 2\xi_0 \ddot{z} = K_d S_d^{n-2} \ddot{z} \propto S_d^{n-1} \quad (\text{E-36})$$

となる。即ち、正弦波振動の場合の入力加速度は構造体の応答応力 S_d の $n-1$ 乗に比例することが分かる。

次に、ランダム振動の場合、式(E-35)は利用出来ないため、Miles の式に基づく式(D-4)を利用する。式(D-4)より、応答応力の実効値 S_d は、

$$S_d = \frac{CE}{4c_L} \sqrt{\frac{PSD_a(f_n)}{\pi\xi_n f_n}} \quad (\text{E-37})$$

となる。式(E-37) 中の ξ_n に式(E-34)の ξ_0 を代入すると、1 自由度系の共振周波数 f_n におけるベース加速度 PSD である $PSD_a(f_n)$ と応力の実効値 S_d について、次の関係が得られる。

$$PSD_a(f_n) \propto S_d^n \quad (\text{E-38})$$

ここで、式(D-4)中の S_d は応力の実効値を、式(E-34)中の S_d は応力振幅を表すが、これらを同じ値として扱っても、式(E-38)の比例関係を導く上で支障はない。以上から、正弦波振動の場合、入力加速度は応力 S_d の $n-1$ 乗に比例し、ランダム振動の場合、入力加速度 PSD は応力の実効値 S_d の n 乗に比例することが分かった。

以下では、正弦波振動の入力加速度とランダム振動での入力加速度の実効値を代表して L と表記することにする。ここで、E.1 項と同様に、ランダム振動の場合、入力加速度 PSD のプロファイル形状が変わらない平行移動のみ扱うものとする。式(E-36), (E-38)の関係を利用して、式(E-16), (E-17)中の応力を L に置き換えると、

$$D_{FLT} = \frac{n_{FLT}}{N_u} \left(\frac{K^* L_{FLT}}{L_u} \right)^{\gamma} \quad (\text{E-39})$$

$$D_{GT} = \frac{1}{N_u} \sum_{j=1}^{QT} n_j \left(\frac{L_j}{L_u} \right)^\gamma \tag{E-40}$$

$$K^* = \begin{cases} K^{n-1} & \text{(Sine)} \\ K^{n/2} & \text{(Random)} \end{cases} \tag{E-41}$$

$$\gamma = \begin{cases} b/(n-1) & \text{(Sine)} \\ 2b/n & \text{(Random)} \end{cases} \tag{E-42}$$

となる。 K^* や γ は、加振条件と材料によって決まる定数である。式(E-39), (E-40)を利用すると、式(E-3)は、

$$\frac{D_{FLT}}{D_{GT}} = \frac{T_{FLT} (K^* L_{FLT})^\gamma}{\sum_j T_j (L_j)^\gamma} \leq \lambda \tag{E-43}$$

となる。ここに、 T_{FLT} , T_j はそれぞれフライト曝露時間、 j 回目の地上試験の時間であり、繰り返し数 n_{FLT} , n_j は時間に比例することを用いた。得られた式(E-43)は、式(E-24)と同じ表現であるが、 K, b がそれぞれ K^*, γ になっていることが分かる。

以上の立式において、応力を試験レベル・試験時間に置き換える過程は、現実の構造体のジョイント部等で失われるシステム的な構造減衰ではなく、材料固有の「材料減衰」の特性を用いていることに注意しなければならない。

次に、 n ($n \approx 2.4$)を定数として、幾つかの b と σ_{\log} に対し、 K^* と γ を計算した結果を表E-4に示す。例えば、 $b=8$, $\sigma_{\log}=0.1$ として、式(E-24)と式(E-43)を比較すると、 K と K^* は $K=1.09$, $K^*=1.11$ のように違いは小さく、累乗の係数は $b=8$, $\gamma=6.6$ のように式(E-43)の方が小さくなる。

表 E-4 K^* と γ の値 ($n = 2.4$)

	$\sigma_{\log} = 0.0$	$\sigma_{\log} = 0.1$	$\sigma_{\log} = 0.3$	γ
$b = 6$	$K^* = 1.0$	$K^* = 1.17$ (sine) $K^* = 1.15$ (random)	$K^* = 1.62$ (sine) $K^* = 1.51$ (random)	4.3 (sine) 5.0 (random)
$b = 8$	$K^* = 1.0$	$K^* = 1.12$ (sine) $K^* = 1.11$ (random)	$K^* = 1.44$ (sine) $K^* = 1.36$ (random)	5.7 (sine) 6.6 (random)
$b = 10$	$K^* = 1.0$	$K^* = 1.10$ (sine) $K^* = 1.09$ (random)	$K^* = 1.34$ (sine) $K^* = 1.28$ (random)	7.1 (sine) 8.3 (random)

E.4 累積疲労スペクトラムを用いたフライト累積疲労損傷度の分析

E.2 項に示す簡易的な累積疲労損傷率モデルでは、フライト品に対する累積疲労損傷度に実フライト環境分を含めることとしており、同モデルによる計算にはこのフライトで受ける累積疲労損傷度の見積もりが必要となる。海外標準等ではこのフライト疲労負荷について最大で AT レベル 15 秒相当の負荷が加わることが想定されており [A-10]、ここでは JAXA 開発の基幹ロケットについて累積疲労スペクトラム (FDS, Fatigue Damage Spectrum) を用いてフライト疲労負荷が AT レベル何秒分に相当するかを実際のフライトデータから分析した結果について示す。

FDS はある時系列外力を受ける構造物の振動応答について一自由度振動系 (SDOF) モデルを用いて計算し、その外力によって受ける累積疲労を周波数毎に計算する手法である [E-5]。まず、下図 E-3 に示すような、任意外力として音圧 $p_f(t)$ が直接作用する場合の SDOF モデルの構造振動時系列応答について考える。

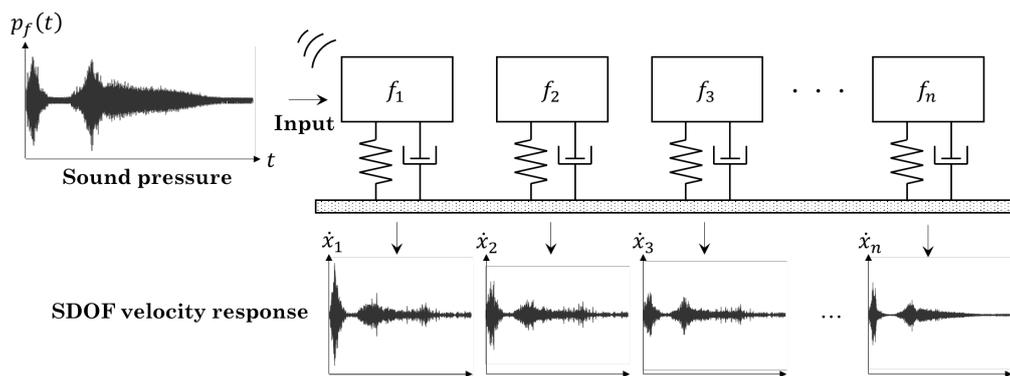


図 E-3 時系列音圧 $p_f(t)$ を受ける一自由度振動系モデル [E-6]

図 E-3 のように構造表面に音圧 $p_f(t)$ を受け強制加振される構造物について、構造の n 次のモード変位 $x(t)$ に対する運動方程式は以下で表される。

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = C_{np} \frac{S}{m} \cdot p_f(t) \quad (\text{E-44})$$

計算の簡略化のため、 $C_{np} = 1$ 、 $S/m = 1$ と置く (ここでは各フライトで受ける累積疲労損傷度を相対比較するため、比例定数の値は何であっても結果には影響を与えない) とこの式は

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = p_f(t) \quad (\text{E-45})$$

として外力 $p_f(t)$ を受ける単純な一自由度系の振動方程式として扱うことができる。構造物に作用する累積疲労の評価を行うためこの式を振動応答速度 $\dot{x}(t)$ について解くことを考える。計算の高速化のため Z 変換を用いて解くことを考えると、初期条件 $x(t) = 0$ 、 $\dot{x}(t) = 0$ を仮定した時、畳み込み積分から速度応答 $\dot{x}(t)$ は

$$\dot{x}(t) = \int_0^t p_f(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \left[\frac{\zeta\omega_n}{\omega_d} \sin\{\omega_d(t-\tau)\} - \cos\{\omega_d(t-\tau)\} \right] d\tau \quad (\text{E-46})$$

で表される。右辺の被積分項の一部について、変数を置き換えて

$$\hat{h}(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[\frac{\zeta\omega_n}{\omega_d} \sin(\omega_d t) - \cos(\omega_d t) \right] \quad (\text{E-47})$$

とすると、この Z 変換 $\hat{H}(z)$ は

$$\hat{H}(z) = Z[\hat{h}(t)] = \frac{Cz^2 + Dz + E}{z^2 - Az - B} \quad (\text{E-48})$$

の形で表すことができ、サンプリング周期を Δt とすると右辺の係数はそれぞれ

$$\begin{aligned} A &= 2e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \cos(\omega_d\Delta t) \\ B &= -e^{-2\zeta\omega_n\Delta t} \\ C &= -\Delta t \\ D &= \Delta t \cdot e^{-\zeta\omega_n\Delta t} \{ (\zeta\omega_n/\omega_d) \sin(\omega_d\Delta t) + \cos(\omega_d\Delta t) \} \\ E &= 0 \end{aligned} \quad (\text{E-49})$$

となる。これらの係数を用いることで、直接外力が作用する SDOF モデルの離散化された速度応答 $\dot{x}(j)$ ($j = 3, 4, \dots, N$ (N はデータ点数)) は以下の逐次計算より求めることができる。ただし、 $\dot{x}(j=1) = \dot{x}(j=2) = 0$ とする。

$$\dot{x}(j) = A\dot{x}(j-1) + B\dot{x}(j-2) + Cp_f(j) + Dp_f(j-1) + Ep_f(j-2) \quad (\text{E-50})$$

上式で求めた周波数 f_n ごとの速度応答 $\dot{x}(f_n)$ について、そのサイクルカウント数 $n_i(f_n)$ を求めれば、 $FDS(f_n)$ を下式により求めることができる [E-6]。

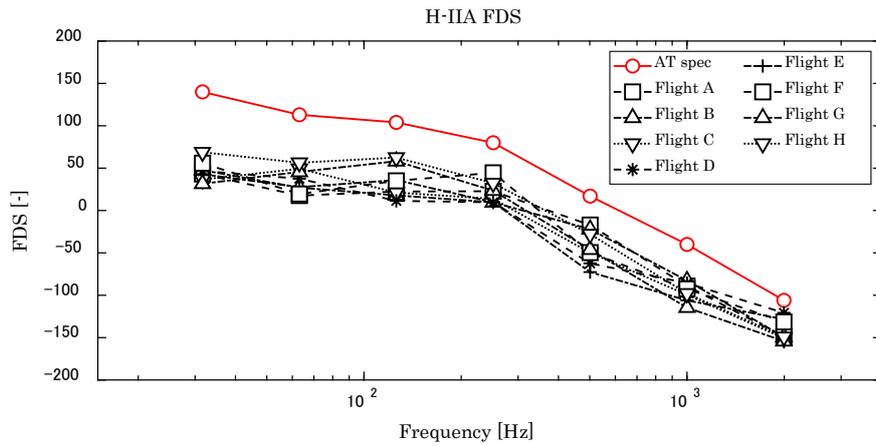
$$FDS(f_n) = \frac{k^b}{c} \sum_i n_i(f_n) \cdot \{\dot{x}_i(f_n)\}^b \quad (\text{E-51})$$

c, k は比例定数であり、 C_{np} や S/m と同様に AT スペックで受ける累積疲労や実際にフライトで受ける累積疲労等、各負荷環境における累積疲労損傷度の相対評価においては任意の値を代入しても影響を与えないため、計算の簡略化からここでは $c = k = 1$ を用いる。また、各帯域での音圧 $PSD_p(f_n)$ が与えられている場合は周波数領域で $FDS(f_n)$ を下式により求めることができる。ここで、 Γ はガンマ関数である。

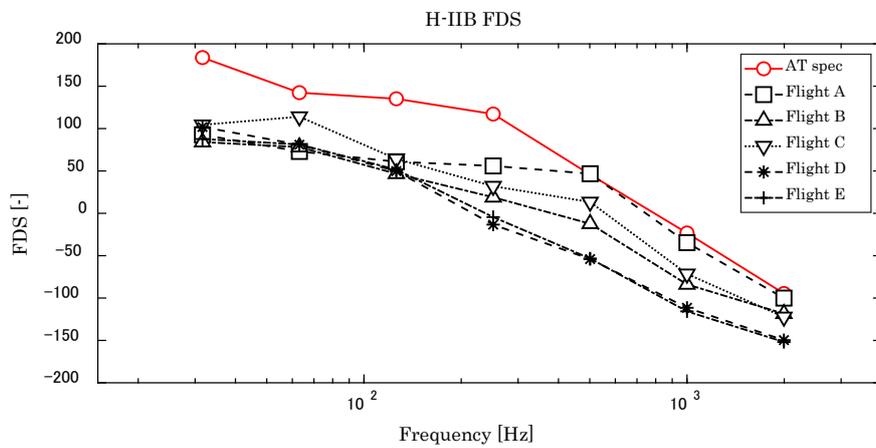
$$FDS(f_n) = f_n T_0 \left(\frac{k^b}{c} \right) \left[\left(\frac{Q}{4\pi f_n} \right) \cdot PSD_p(f_n) \right]^{\frac{b}{2}} \Gamma \left(1 + \frac{b}{2} \right) \quad (\text{E-52})$$

これにより、AT スペックやフライト音圧データによって受ける累積疲労を周波数ごとに計算することができる。

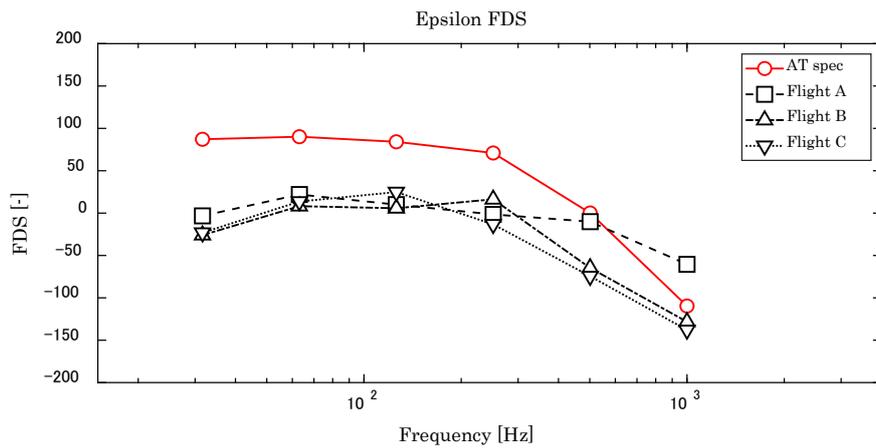
現行の AT 負荷時間から $T_0 = 60$ [sec] とし、1/1 オクターブバンドの中心周波数 f_n において JAXA 開発の基幹ロケットである H-IIA 8 機、H-IIB 5 機、イプシロンロケット 3 機の合計 16 機分の打上げ時フェアリング内音響フライトデータの FDS 解析を行った結果を図 E-4 に示す。1/1 オクターブバンドの各帯域における AT スペックでの FDS と実際のフライトでの FDS の差は 16 号機平均で $\bar{\mu} = 65.4$ [dB]、標準偏差 $\bar{\sigma} = 28.3$ [dB] であった。式(A-1)より、各号機・各帯域における全 109 サンプルから下側（安全側）P95/50 パーセント点を求めると、係数 $k_{n\beta\gamma} = 1.649$ より $\bar{\mu} - k_{n\beta\gamma}\bar{\sigma} = 65.4 - 1.649 \times 28.3 \cong 18.7$ [dB] となり、現行の AT スペックで受ける累積疲労と実際のフライトで受ける累積疲労の差分は P95/50 で見積もっても約 18.7 [dB] であることが分かる。負荷時間に換算すると、AT 負荷時間 $T_0 = 60$ [sec] に対して $T_{FLT} = T_0 \times 10^{-18.7/20} \cong 7.0$ [sec] に相当することから、JAXA 開発の基幹ロケットにおいては、フライトで受ける累積疲労は AT レベル 7.0 秒相当（P95/50）であると言える。



(a) H-IIA



(b) H-IIB



(c) イプシロン

図 E-4 AT スペックで受ける累積疲労損傷度とフライトで受ける累積疲労損傷度の比較

E.5 フライト品の地上試験実績に基づいた信頼度モデル

E.2項ではノンフライト品（EM, STM等）に与えた累積疲労損傷度を基準として、この基準に対してフライト品が受ける累積疲労損傷度をある一定の割合以下となるように管理する簡易的な計算モデルを示した。この計算モデルでは基準となるノンフライト品が必要となるが、本項ではフライト品の地上試験通過実績による条件付き確率を用いることにより、フライト品に与えられた負荷のみからフライトでの信頼度を計算するモデルについて示す。

機器の疲労強度を S_D 、地上試験で受ける累積疲労を D_{GT} としたとき、地上試験での累積疲労破壊は

$$S_D \leq D_{GT} \quad (\text{E-53})$$

となるとき発生する。 $P_r[\]$ を $[\]$ 内事象の生起確率とすると、地上試験における信頼度 R_{GT} （地上試験で疲労破壊しない確率）はこの発生確率の余事象をとって

$$R_{GT} = P_r[S_D > D_{GT}] = 1 - P_r[S_D \leq D_{GT}] \quad (\text{E-54})$$

で表され、機器の疲労強度における確率密度関数を $f_S(D)$ とするとこの確率は

$$R_{GT} = 1 - \int_0^{D_{GT}} f_S(D) dD \quad (\text{E-55})$$

により求めることができる。同様にして、フライトで受ける累積疲労を D_{FLT} としたとき、地上試験累積疲労 D_{GT} +フライト累積疲労 D_{FLT} で破損しない確率 R_{FLT} は以下で与えられる。

$$R_{FLT} = P_r[S_D > D_{GT} + D_{FLT}] = 1 - \int_0^{D_{GT}+D_{FLT}} f_S(D) dD \quad (\text{E-56})$$

なお、 $D_{GT} + D_{FLT}$ を確率分布 $f_E(D)$ として考える場合には、 R_{FLT} は

$$R_{FLT} = 1 - \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^D f_S(\xi) d\xi \right\} f_E(D) dD \quad (\text{E-57})$$

として疲労環境分布 f_E と疲労強度分布 f_S の双方を用いることにより求めることができる[E-7]。求めたい条件付きフライト信頼度 $R_{(FLT|GT)}$ は「地上試験を通過したという条件の下で、フライトで疲労破壊しない確率」であるため、

$$R_{(FLT|GT)} = \frac{P_r[S_D > D_{GT} + D_{FLT} \cap S_D > D_{GT}]}{P_r[S_D > D_{GT}]} = \frac{P_r[S_D > D_{GT} + D_{FLT}]}{P_r[S_D > D_{GT}]} = \frac{R_{FLT}}{R_{GT}} \quad (\text{E-58})$$

とすることで求めることができる。

計算例を以下に示す。疲労強度分布 $f_S(D)$ は E.1 項と同様に対数正規分布に従うと仮定し、分布パラメータは γ と μ_S から与える。 γ は

$$\gamma = \int_0^{D_{GT}} f_S(D) dD = 1 - R_{GT} \tag{E-59}$$

となるパーセント点であり、たとえば $\gamma = 0.01$ のときには地上試験で受ける負荷で供試体が疲労破壊する確率が 1%であることを示している。 μ_S は疲労強度分布の平均値で、ここでは安全側の見積もりとするため表 E-5 に示す累積疲労損傷率 λ を用いた累積疲労管理におけるノンフライト品に対する累積疲労 $D_{GT(EM)}$ を用いて $\mu_S = D_{GT(EM)}$ として仮定している（すなわち、ノンフライト品が地上試験で疲労破壊する確率を 50%と仮定している）。

$\gamma = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$ として与えたときの疲労強度分布 $f_S(D)$ を下図 E-6 に示す。ここで D_{GT} は PFT を想定して $D_{GT} = D_{GT(PFT)} \text{ (コンポ試験)} + D_{GT(PFT)} \text{ (システム試験)} + D_{GT(AT)} \text{ (再試験 1 回)} = 1013$ としている。

表 E-5 各試験における累積疲労損傷度 D の値 (K=1, b=6) (AT レベル=1 として正規化)

AT			PFT			QT		
$L_{GT(AT)}$	$T_{GT(AT)}$	$D_{GT(AT)}$	$L_{GT(PFT)}$	$T_{GT(PFT)}$	$D_{GT(PFT)}$	$L_{GT(QT)}$	$T_{GT(QT)}$	$D_{GT(QT)}$
[-]	[sec]	[-]	[-]	[sec]	[-]	[-]	[sec]	[-]
1	60	60	1.41	60	477	1.41	120	953
ノンフライト品に対する 認定累積疲労 ^{※1}			フライトで受ける 累積疲労 (E.4 項より)					
$L_{GT(EM)}$	$T_{GT(EM)}$	$D_{GT(EM)}$	$L_{FLT(act.)}$	$T_{FLT(act.)}$	$D_{FLT(act.)}$			
[-]	[-]	[-]	[-]	[sec]	[-]			
1.41	270	2145	1	7.0	7.0			

※1 PFM で $\lambda < 0.5$ とする場合。想定再試験回数：1 回。

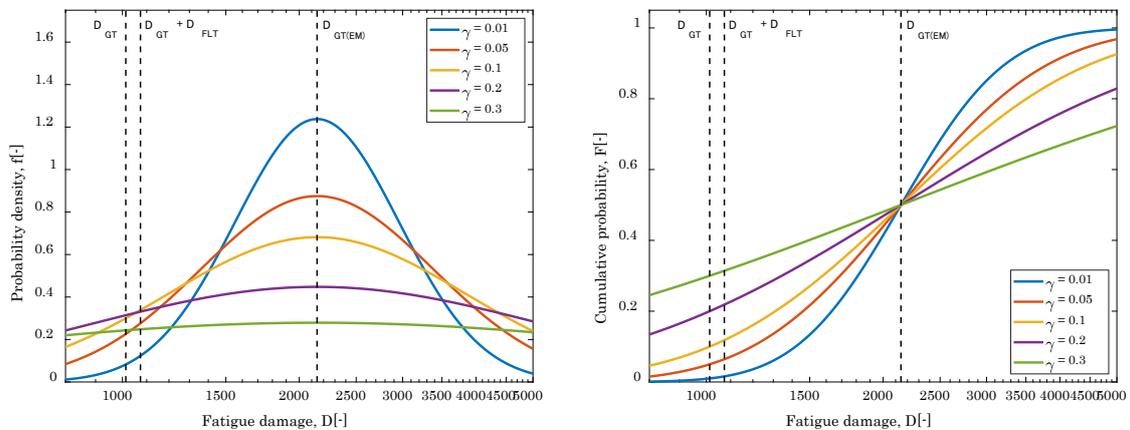


図 E-6 仮定した疲労強度分布の確率密度関数 (左図) と累積分布関数 (右図)

この疲労強度分布 $f_S(D)$ の仮定から、式(E-56), (E-58)を用いてフライト信頼度 R_{FLT} と地上試験通過条件付きフライト信頼度 $R_{(FLT|GT)}$ を計算した結果を表 E-6 に、図示したものを図 E-7 に示す。ここで、図表中の R_{FLT} と $R_{(FLT|GT)}$ は式(E-56)においてフライト累積疲労を $D_{FLT} = D_{AT}(= 60)$ としたときの計算結果であり、 $R_{FLT(act.)}$ と $R_{(FLT(act.)|GT)}$ は E.4 項に示すフライトデータの分析結果を用いて $D_{FLT} = D_{FLT(act.)} = 7.0$ としたときの計算結果を示している。

表 E-6 フライト信頼度 R_{FLT} と地上試験通過条件付きフライト信頼度 $R_{(FLT|GT)}$

R_{GT}	70% ($\gamma = 0.30$)	80% ($\gamma = 0.20$)	90% ($\gamma = 0.10$)	95% ($\gamma = 0.05$)	99% ($\gamma = 0.01$)
R_{FLT}	68.59%	78.14%	88.16%	93.56%	98.41%
$R_{FLT(act.)}$	69.83%	79.78%	89.79%	94.84%	98.94%
$R_{(FLT GT)}$	97.98%	97.68%	97.96%	98.48%	99.41%
$R_{(FLT(act.) GT)}$	99.76%	99.73%	99.77%	99.83%	99.94%

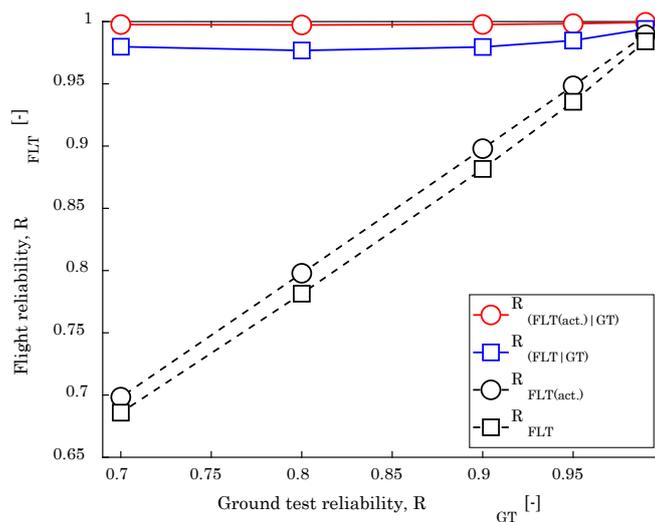


図 E-7 フライト信頼度 R_{FLT} と地上試験通過条件付きフライト信頼度 $R_{(FLT|GT)}$

表 E-6, 図 E-7 から分かる通り、地上試験通過条件付きフライト信頼度 $R_{(FLT|GT)}$ はフライト信頼度 R_{FLT} よりも高く、地上試験信頼度 R_{GT} よりも増加している。フライトデータの分析結果を用いた $R_{(FLT(act.)|GT)}$ ではそれがより顕著であり、地上試験を通過すればフライトの比較的小さな負荷で疲労破壊する確率は非常に小さいことが見て取れる。前述の通りこの計算で用いたフライト累積疲労および疲労強度分布はそれぞれ安全側の見積もりとなっていることから実際のフライト信頼度はさらに高いものと考えられるため、一般に JAXA 標準の開発体系に従い機器の設計・開発を行えば、PFT を通過した後のフライト信頼度は十分に高いものと考えられる。

ただし、従来のノンフライト品を用いる方法ではフライト品の試験前に一度同一設計品に対して負荷を与え認定を行っているためフライト品が地上試験で疲労破壊するリスクを低減することができているが、このようなノンフライト品を用いない場合にはフライト品が地上試験で疲労破壊するリスクがフライト品の地上試験を行う段階まで持ち越されることになる。そのため、このような場合には **Appendix D** をはじめとする解析的評価や過去機種の開発実績等により、累積疲労に対する事前のリスク評価を行うことが望ましい。

以上より、フライト品の地上試験実績に基づいたフライト信頼度の計算モデルについて示した。関連して、ノンフライト品を用いた累積疲労管理についても、E.2 項ではフライト品が受ける累積疲労負荷として「実フライト 1 回分の累積疲労を含める」としているが、E.4 項に示すように H-IIA, H-IIB, イプシロンロケットのフライトデータを分析したところフライトで受ける疲労負荷は規定の AT レベルで受ける疲労負荷に対して非常に小さいことが明らかとなっており、この分析結果に基づけば、JAXA 開発の基幹ロケットにおいては E.2 項に示す累積疲労管理について実フライト 1 回分の負荷を含めなくとも影響はないものと考えられる。

E.6 Rice 分布を用いる疲労損傷度計算に基づく累積疲労管理の緩和

E.5 項ではフライト 1 回分の疲労損傷度を累積疲労管理に含めないという緩和策について述べた。本項では更なる緩和策として、累積疲労管理の対象とする機器の固有振動数が既知である場合には、コンポーネントランダム振動試験をクリアすればシステム搭載後の累積疲労管理を不要とできることを、D.3.2.2~D3.2.3 項で示した Rice 分布を用いる疲労損傷度計算例により示す。

一般的に累積疲労管理は、E.1 項で述べたとおり、機器の固有振動数は未知とし、コンポーネントランダム振動試験の負荷プロファイル (PSD 形状) はシステム音響試験及びフライト時と等しいという前提を置いている。一方、フライト品の固有振動数 (D.3 項の仮定 1 の主要モードを指し、通常 1 次固有振動モード) は開発試験等により既知である場合が殆どであり、またシステム音響試験の機器搭載点では、その機器のコンポーネントランダム振動試験条件プロファイル以下の加速度応答 PSD が計測されるため、極めて安全側な前提である。また D.3 項冒頭に仮定 1~4 で述べたとおり、機器の疲労は機器の固有振動数における振動応答が支配要素となるが、JERG-2-130HB004 フォースリミット振動試験ハンドブックによれば、音響試験時において機器の固有振動数の応答は動吸振器効果によって連成時の極値と一致しないことが多い。これらのことを踏まえれば、システム音響試験時の疲労損傷度は当然ながらコンポーネントランダム振動試験よりも遥かに小さくなると言える。

機器の固有振動数が既知とした場合においては、D3.2.2 項で述べた Rice 分布を用いた疲労損傷度の算出方法が適用できる。この方法は D3.2.3 項で示したとおり PSD 波形を使用できるため、極端に安全側になることなく適切な疲労損傷度を見積もることができる。ここで、システム音響試験の疲労損傷度が、コンポーネントランダム振動試験の疲労損傷度に比べ極

めて小さくなることを多数の例で検証してみる。検証には3トン級宇宙機のシステム音響試験で実測した計32機器の搭載点加速度(PSD)を用いる。比較対象とする32機器のコンポーネントランダム振動試験は、加振条件をJERG-2-130HB003振動試験ハンドブック Appendix Kの表K.2-1「P95/50, P99/90 包絡スペクトラム」に示される機器の質量を用いたランダム振動条件により設定する(但し、表K.2-1の式で求まるP99/90とP95/50の2つの条件の中間値を採用する)。例として4機器のシステム音響試験の実測加速度PSDとコンポーネントランダム振動試験条件を図E.6-1に示す。

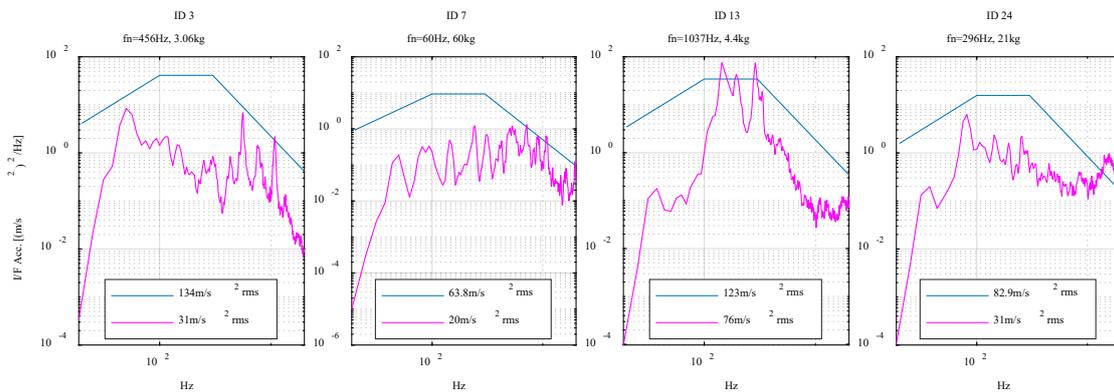


図 E.6-1 システム音響試験の実測加速度 PSD(紫線)と
コンポーネントランダム振動試験条件(青線) 32 機器中の 4 例

図 E.6-2 は、D.3.2.2 項で示した Rice 分布を用いた疲労損傷度の計算方法を適用して求めたシステム音響試験の疲労損傷度 (D_a) とコンポーネントランダム振動試験の疲労損傷 7 度 (D_r) の比 (D_a/D_r) を、32 機器についてプロットしたものである。横軸は機器の識別 ID (1~32)、縦軸は D_a/D_r である。図 E.6-2 から、システム音響試験の疲労損傷度はコンポーネントランダム振動試験の疲労損傷度より遥かに小さく、最大でも $D_a/D_r=1/81$ (ID 13) であることが確認できる。ID 13 の $D_a/D_r=1/81$ は、コンポーネントランダム振動試験が 40sec 行われるとした場合に、システム音響試験はその 1/81 倍である約 0.49sec 分の疲労損傷度しか与えないことを意味する。このことから、システム音響試験の疲労損傷度は無視できるレベルであり、これらの機器が搭載後のシステム音響試験で疲労破壊する可能性は極めて小さかったと判断できる。

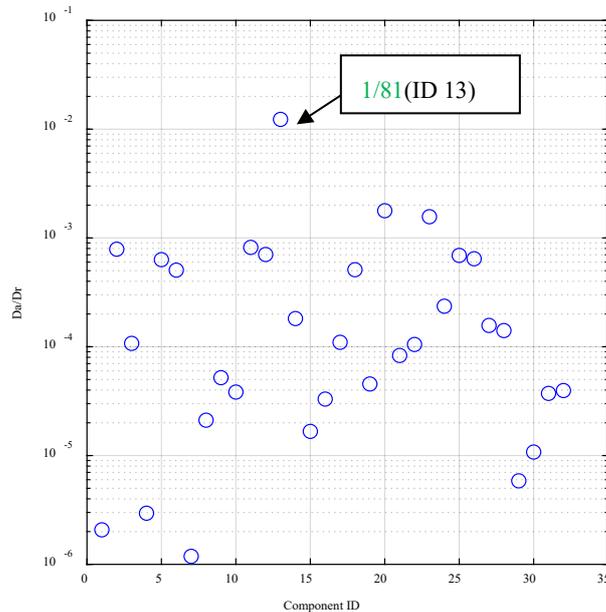


図 E.6-2 システム音響試験の疲労損傷度(Da)と
コンポーネントランダム振動試験の疲労損傷度(Dr)の比 Da/Dr

システム音響試験の疲労損傷度がコンポーネントランダム振動試験と比べ小さい理由は、図 E.6-1 を見てわかるように振動試験条件よりも音響応答が低いこと、特に疲労に支配的な固有振動数の搭載点応答が低いことによる。これは前述のとおり動吸振器効果によって機器の固有振動数における音響試験の搭載点加速度応答が極値とならないことも一因として寄与している。一方、機器の固有振動数における搭載部構造の有効質量が機器の有効質量に比べ遥かに大きい場合は、動吸振器効果は働かず、固有振動数の応答が連成時の極値に一致するケースは稀ではあるが起こり得る（JERG-2-130HB004 Appendix.C 図 C2-2 において μ が 0.01 以下の場合等）。ただし、機器の質量が小さい場合は、ランダム振動条件の設定値は必然と高くなるため、そのような稀なケースにおいてもシステム音響試験の疲労損傷度がコンポーネントランダム振動試験に比べて無視できない程大きな値になることは通常考える必要はないと考えられる。

以上を踏まえつつも、ここで仮に機器の固有振動数の極値がコンポーネントランダム振動試験条件とほぼ同等となるような稀な例を考えてみる。具体的には機器の固有振動数（軽量高剛性のため数百 Hz 以上の高い周波数にある想定）に一致する周波数に音響応答の極値があり、かつその応答レベルがコンポーネントランダム振動試験条件に一致するという想定をする。図 E.6-3 は図 E.6-1 の ID 3（最左図。固有振動数 456Hz、質量 3kg）のシステム音響試験データを使用し、この想定を疑似的に再現するため試験条件を調整して音響の極値周波数における応答がコンポーネントランダム振動試験条件と一致するように設定した例である。この例において、コンポーネントランダム振動試験とシステム音響試験の疲労損傷度とその比 (Da/Dr) を求めた結果を表 E.6-1 に示す。Da/Dr は 1/85 であり、システム音響試験の疲労

損傷度はコンポーネントランダム振動試験に比べてやはり無視できるレベルである。

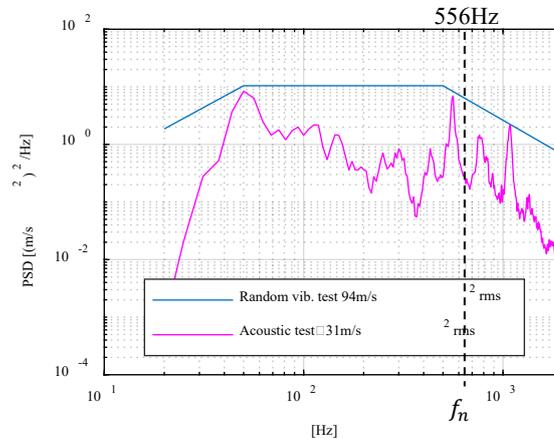


図 E.6-3 固有振動数の応答が極値となり
かつコンポーネントランダム振動試験条件と一致する場合

表 E.6-1 疲労損傷度の算出結果

コンポーネント ランダム振動試験の 疲労損傷度 D_r	システム音響試験の 疲労損傷度 D_a	D_a/D_r
1.540	0.018	1/85

本項に述べたことを以下にまとめる。

- (1) フライト品は固有振動数が既知であるため、D3.2.2 項に示した Rice 分布を用いた疲労損傷度の計算法が適用でき、この方法は PSD 波形を使用できるため極端に安全側になることなく適切な疲労損傷度を見積もることができる。
- (2) システム音響試験の機器搭載点応答はコンポーネントランダム振動試験条件以下となり、さらに固有振動数における応答は、動吸振器効果によって多くの場合連成時の極値と一致しないため、システム音響試験の疲労損傷度はコンポーネントランダム振動試験よりも遥かに小さくなると考えられる。
- (3) (2)について、実試験データを用いて D3.2.2 項の計算方法により疲労損傷度を比較すると、システム音響試験の疲労損傷度はコンポーネントランダム振動試験の疲労損傷度に対して最大でも 1/81 倍（32 機器の内）と無視できるほど小さく、コンポーネントランダム振動試験をクリアした機器がシステム音響試験で疲労破壊する可能性は極めて低いと判断される。

以上を踏まえると、フライト品の累積疲労損傷管理において、コンポーネントランダム振動試験をクリアしたフライト品については、システム音響試験の疲労損傷度を管理対象とせずとも問題ないと言える。

E.7 参考文献

- [E-1] Anon, DOD Test Method Standard for Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests, *MIL-STD-810E*, Change Notice 3, (1995).
- [E-2] Bruhn, E.F., *Analysis and Design of Flight Vehicle Structures*, Jacob Publishing (1973).
- [E-3] Curtis, A. J., Tinling, N. G., and Abstein, H. T., Selection and Performance of Vibration Tests, *SVM-8, Shock and Vibration Info. Analysis Center*, (1971).
- [E-4] L.E. Goodman, C.M. Harris, ed., *Material Damping and Slip Damping, Shock and Vibration Handbook 5th edition*, (2002), Chap.36, McGraw-Hill.
- [E-5] McNeill, S. I., Implementing the fatigue damage spectrum and fatigue damage equivalent vibration testing, the 79th Shock and Vibration Symposium, October 26-30 (2008), pp.1–20.
- [E-6] 嶋崎 信吾, 施 勤忠, 非定常ランダム音響負荷下における構造振動の最大荷重と累積疲労を等価とする定常音響環境条件の導出とその応用, 日本機械学会論文集 86 巻 (2020), 891 号
- [E-7] 市川 昌弘, 構造信頼性工学—強度設計と寿命予測のための信頼性手法, 海文堂出版 (1988), p79-92.

Appendix F 外挿手法による音響負荷時の応答予測法

F.1 外挿手法

外挿手法は、米国の宇宙開発初期から、フライト結果・試験結果に基づいた経験的手法として開発され、宇宙機の設計現場で活用されてきた。ここでは、その数ある外挿手法のうち、Barrett Method[F-1]をベースに開発された手法[F-2]を紹介する。

この外挿手法は、物理量のスケーリング(Scaling)に基づいており、解析モデルが不要で、予測の基本となる過去データが予測精度を決定する。図 F-1 に示すように、拡散音場において音響加振を受ける宇宙機構造を考え、過去データ (Old とする) に基づき新たな解析対象 (New とする) を外挿により予測する。

外挿手法によれば、解析対象の振動応答は過去データの振動応答により式(F-1)のように書ける。 R は速度又は加速度の 2 乗である。ここで、周波数シフトも必要 (後述) であることに注意する。

$$R_n(f) = R_0(f) \times C_m \times C_{ml} \times C_d \times C_e \quad (\text{F-1})$$

ここに、 C_m は密度項、 C_{ml} は搭載機器の影響を表す項、 C_d は損失係数項、 C_e は加振力項である。 C_{ml} については、搭載機器の有無に関わらず構造の受けるエネルギーは同じであると仮定する。即ち、搭載機器無しの構造質量を M 、搭載機器を M_c とすれば、構造のエネルギー E は式(F-2)となる。

$$E = M \langle v^2 \rangle = (M + M_c) \langle v_c^2 \rangle \quad (\text{F-2})$$

v は搭載機器無しの構造体の速度、 v_c は搭載機器有りの速度である。従って、速度は質量に反比例することから、構造の密度を ρ 、厚さを H 、面積を S とすれば、 C_{ml} は式(F-3)となる。

$$C_{ml} = \left(\frac{\rho HS}{\rho HS + M_c} \right)_{New} \times \left(\frac{\rho HS + M_c}{\rho HS} \right)_{Old} \quad (\text{F-3})$$

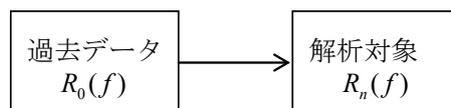


図 F-1 予測モデル

次に、音響加振においても振動応答の線形性は良く成立するので、加振力項 C_e は、式(F-4)となる。

$$C_e = \frac{\langle p^2 \rangle_{New}}{\langle p^2 \rangle_{Old}} \quad (F-4)$$

ここに、 $\langle p^2 \rangle$ は、二乗平均された加振音圧である。 C_m と C_d については、一般に、音響加振問題のモード解析による解 w が式(F-5)の形をとることから、式(F-6)が得られる。

$$w = \frac{S}{\rho^2 \eta} \times (\text{Modal Terms}) \quad (F-5)$$

$$C_d = \eta_{Old} / \eta_{New}, C_m = (\rho_{Old} / \rho_{New})^2 \quad (F-6)$$

次に周波数の修正が必要である。動的に類似なシステムであれば無次元数 Strouhal 数 (S_t) が同じ値を取り、

$$S_t = \frac{f \times L}{v} = \frac{f_{New} \times L_{New}}{v_{New}} = \frac{f_{Old} \times L_{Old}}{v_{Old}} \quad (F-7)$$

となる。 f は周波数、 L は系の代表長さ、 v は速度である。ここでは、代表長さ L を面積 S の平方根 (正方形換算の一辺) $L_{old} = \sqrt{S_{old}}, L_{New} = \sqrt{S_{New}}$ で定義し、 v を材料の縦波 (音波) の位相速度と考えれば、

$$f_{New} = f_{Old} \times \sqrt{\frac{S_{old}}{S_{New}}} \quad (F-8)$$

となる。解析対象が大きくなればなるほど、周波数が低周波領域にシフトしていくことが分かる。

図 F-2 に、宇宙機用のハニカム平板について、諸元の異なる平板の過去データから外挿による予測を行った結果を示す。100Hz 以上の周波数領域は Appendix G で示す SEA と同等の予測精度を示し、特に低周波領域で SEA よりも精度が良いことが分かる。

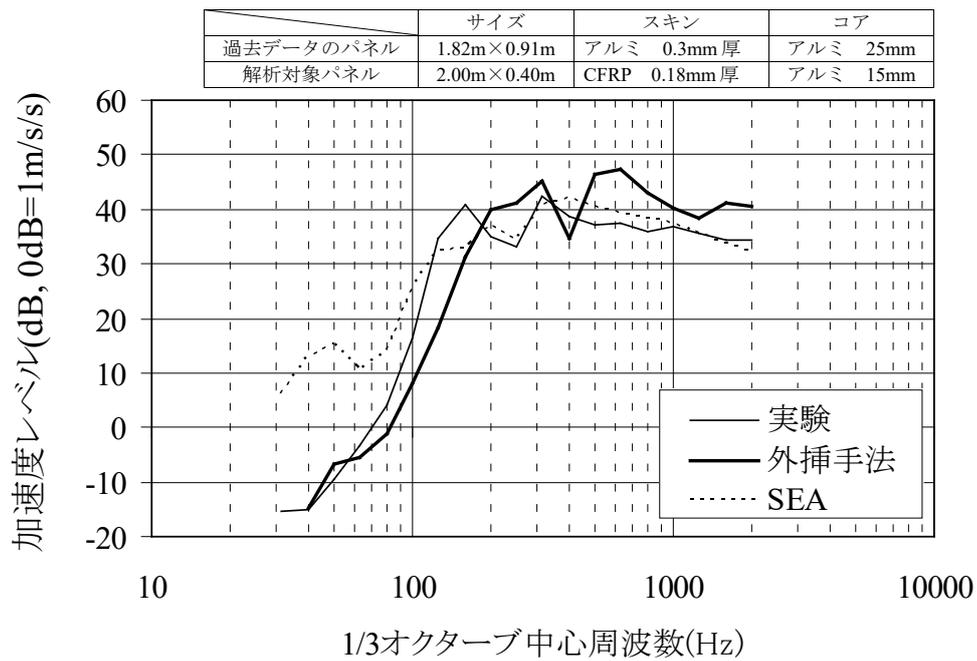


図 F-2 外挿手法による予測結果の一例[F-3]

F.2 参考文献

- [F-1] Barrett, R.E., *Techniques for Predicting Localized vibration Environments of Rocket vehicles*, NASA TN-1836, (1963).
- [F-2] Lee, Y.A. et al, *Vibroacoustic Payload Environment Prediction System (VAPEPS)*, Vol. 1 to 5, NASA CR-166823, (1984).
- [F-3] Ando, S. and Shi, Q., Extrapolation Technique for Acoustically Induced Random Vibration of Honeycomb Panel, *International Journal of Computer Science and Network Security*, Vol. 6, No.4, (2006), pp.88-93.

Appendix G 統計的エネルギー解析による音響負荷時の応答予測法

G.1 統計的エネルギー解析の基礎理論

統計的エネルギー解析(SEA)とは、音響や振動の問題を解析するエネルギー解析手法の一種である。SEA では、エネルギーの観点から音響や振動の発生・伝搬等の現象を捉える。また、SEA は有限要素法のような確定論的な手法ではなく、確率論的な手法である。つまり、解析対象とする構造や音響の動的特性は、平均や分散といった確率の手段で表現できることを前提としている。従って、個々のモードが問題となる低周波領域よりも、多くのモードが関与する高周波数領域に適した手法である。SEA で得られる解は、位相のない平均されたエネルギーである。その平均が行われる領域は、周波数、空間、個体間である。この平均値を扱うが故に、SEA では簡潔な解析解が得られ、解析に要する時間は一般的に短くなる。

図 G-1 の水槽の水の流れに例えられるように、SEA では、システムに流入するパワーは、システム内部で散逸されるか、隣接するサブシステムへ流出するというシステムのパワー平衡に基づいている。解析対象をサブシステムと呼ばれる複数の要素に分割し、サブシステム間のパワーバランス方程式から、サブシステムのエネルギー状態を計算する。サブシステムは、解析周波数帯域で、固有モードを持ち、空間的に一様に拡散した応答を示すように定義される。即ち、SEA のサブシステムは、エネルギーという一つの変数で状態が表現される。サブシステムが構造の場合、時間及び空間平均された速度は、サブシステムのエネルギーから次式で計算出来る。

$$\langle v^2 \rangle = \frac{E}{M} \quad (\text{G-1})$$

ここに、 $\langle \rangle$ は時間空間平均を表し、 v は速度、 E はサブシステムに蓄えられるエネルギー、 M はサブシステムの質量である。サブシステムが音響の場合、時間及び空間平均された音圧は、次式となる。

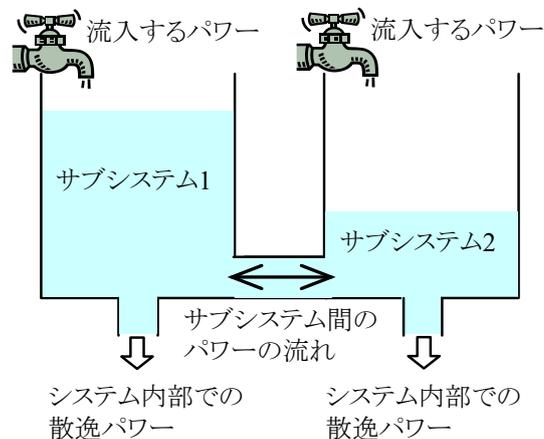


図 G-1 水槽に例えた SEA の概念図

$$\langle p^2 \rangle = \frac{E \rho_0 c_0^2}{V} \quad (\text{G-2})$$

$\langle p^2 \rangle$ は時間空間平均音圧、 ρ_0 は音響媒体の密度、 c_0 は音速、 V はサブシステムの体積である。図 G-2 に示すように、サブシステムへパワー平衡の概念を導入すると、その平衡式は、

$$\Pi_i = \Pi_d + \Pi_t \quad (\text{G-3})$$

である。ここに、 Π_i, Π_d, Π_t はそれぞれ入力パワー、内部の減衰により散逸するパワー、隣のサブシステムへ流出するパワーである。内部の減衰により散逸するパワー Π_d は、次式で書ける。

$$\Pi_d = \omega \eta E \quad (\text{G-4})$$

ここに、 η はサブシステムの損失係数、 E はサブシステムのエネルギーであり、 ω は角周波数である。

次に、隣接するサブシステムへ流出するパワーを考える。隣接するサブシステムへ流出するパワー Π_t は、次に示す 3 つの量の関数となる。

- (1) サブシステムから他のサブシステムへのエネルギーの流れ方を示す結合損失係数
- (2) サブシステムのモード密度（単位周波数当たりのモードの個数）
- (3) 個々のサブシステムにおけるモーダルエネルギー

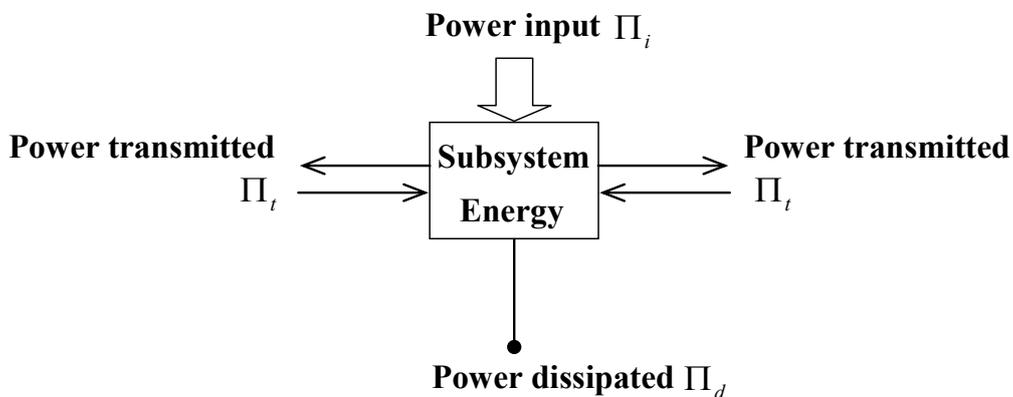


図 G-2 サブシステムのパワー平衡

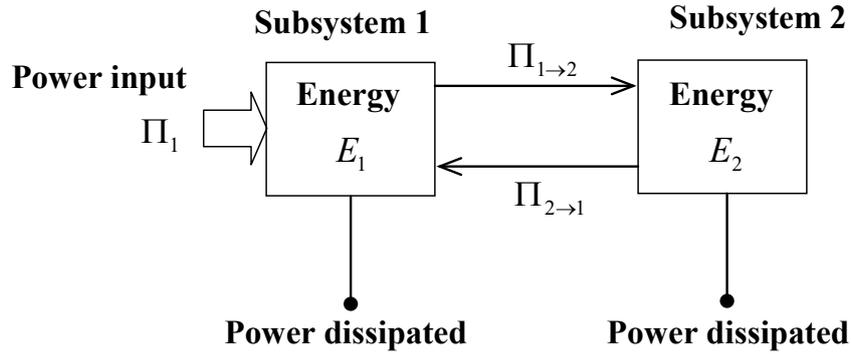


図 G-3 二つのサブシステム間のパワー平衡

図 G-3 に示す 2 要素間のパワーフローを考えた場合、サブシステム 1 から 2 へ流出する正味のパワーフローは、次式で書ける[3-2]。

$$\begin{aligned} \Delta\Pi_{1 \rightarrow 2} &= \Pi_{1 \rightarrow 2} - \Pi_{2 \rightarrow 1} = \omega\eta_{12}n_1(e_1 - e_2) \\ &= \omega\eta_{12}n_1\left(\frac{E_1}{n_1} - \frac{E_2}{n_2}\right) \end{aligned} \quad (\text{G-5})$$

$$e_1 \equiv \frac{E_1}{n_1}, \quad e_2 \equiv \frac{E_2}{n_2}$$

ここに、 η_{12} は結合損失係数、 n_1, n_2 は各サブシステムのモード密度、 e_1, e_2 は各サブシステムのモーダルエネルギー、 E_1, E_2 は各サブシステムのエネルギーである。モーダルエネルギーは、解析する周波数バンド内に存在するモードの総エネルギーをモード数で除した平均エネルギーを示す。式(G-5)は、サブシステム間の正味のパワーフローが、モーダルエネルギーの差に比例することを示し、差の正負によりパワーフローの方向が決まることを表している。この式(G-5)は、SEA の基礎となる重要な式である。

さらに、サブシステム 2 から 1 への正味のパワーフローは、式(G-5)と同様に、

$$\Delta\Pi_{2 \rightarrow 1} = \Pi_{2 \rightarrow 1} - \Pi_{1 \rightarrow 2} = \omega\eta_{21}n_2\left(\frac{E_2}{n_2} - \frac{E_1}{n_1}\right) \quad (\text{G-6})$$

となる。 $\Delta\Pi_{1 \rightarrow 2} = -\Delta\Pi_{2 \rightarrow 1}$ であるから、式(G-5), (G-6)により、次の相反性が導かれる。

$$n_1 \eta_{12} = n_2 \eta_{21} \quad (\text{G-7})$$

多要素からなるシステムを解析する場合、解析対象を k 個のサブシステムに分割し、個々

のサブシステムのパワー平衡式を立式すれば、次式の行列式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \left(\eta_1 + \sum_{i \neq 1}^k \eta_{1i} \right) n_1 & -\eta_{12} n_1 & \cdots & -\eta_{1k} n_1 \\ -\eta_{21} n_2 & \left(\eta_2 + \sum_{i \neq 2}^k \eta_{2i} \right) n_2 & \cdots & -\eta_{2k} n_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -\eta_{k1} n_k & \cdots & \cdots & \left(\eta_k + \sum_{i \neq k}^k \eta_{ki} \right) n_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{E_1}{n_1} \\ \frac{E_2}{n_2} \\ \cdots \\ \frac{E_k}{n_k} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \cdots \\ \Pi_k \end{bmatrix} \quad (\text{G-8})$$

式(G-8)中の $k \times k$ の行列は、式(G-7)の相反性から対称行列であり、対角項は、各サブシステムにおける全パワー損失、非対角項は、結合損失を表している。各サブシステムのモード密度 n_i 、損失係数 η_i 、結合損失係数 η_{ij} 、入力パワー Π_i を与えることにより、式(G-8)中の未知数である各サブシステムのエネルギー E_i を得ることができる。

以下に、上述した立式の過程で行われた仮定と、仮定から導かれる条件について示す。

(SEA の仮定)

仮定 1：周波数帯域内に十分な数（一般的に 3 個以上）のモード数が必要である。

仮定 2：エネルギーは、サブシステム内部のモードに等配分され、モード間は無相関である。

(SEA の条件)

- 構造波長が小さくなるように、高周波加振である必要がある。
- モード間のエネルギー等配分とモードの無相関（仮定 2）のため、サブシステム内部において分布加振である必要がある。
- 複数のサブシステムが結合している場合、拡散場が形成される（仮定 2）ために、それぞれのサブシステムが多数の他サブシステムよりエネルギーを受け取る必要がある。
- サブシステム間が弱結合である必要がある。

G.2 SEA による宇宙機外面平板の応答予測

本文中の図 3-3 に示したように、宇宙機の外面平板 1 枚のみのモデルの簡易化が有効である場合、外面平板に搭載される機器の応答を効率的に予測することが出来る。以下に、SEA を用いた予測法を示す。

(1) 機器を搭載しない平板の応答予測法

拡散音場により両面加振される機器を搭載しない平板の応答は、拡散音場と平板構造の 2 要素 SEA モデルにより、片側の音響放射効率を 2 倍にして次式で予測することが出来る[G-2]。

$$\langle a^2 \rangle = \frac{2\pi^2 c_0 n_2 \langle p^2 \rangle}{\rho_0 M} \times \frac{1}{1 + \eta_2 M \omega / 2 \rho_0 c_0 S \sigma_{rad}} \quad (G-9)$$

$\langle a^2 \rangle$, $\langle p^2 \rangle$ は、それぞれ平板の二乗加速度と二乗音圧の時間及び空間平均である。

ρ_0 は空気密度、 c_0 は空気中の音速、 S は平板の面積、 n_2 は平板のモード密度、 η_2 は平板の損失係数、 σ_{rad} は平板の音響放射効率、 M は平板の質量、 ω は角周波数である。

(2) 機器の搭載された平板の応答予測法

式(G-9)は、拡散音場負荷時の機器を搭載しない平板の空間平均加速度と空間平均音圧の関係を示している。しかし、実際の宇宙機構体の外面平板上には機器が搭載されているため、宇宙機外面平板の応答予測を行う為には、搭載機器の影響を考慮する必要がある。以下、搭載機器の影響を考慮した予測法を紹介する。

(a) 質量比法(Mass Ratio Method)[G-1]

質量比法では、搭載機器の有無に関わらず平板の損失係数・モード密度・クリティカル周波数は不変であり、搭載機器は剛体としてエネルギーを持ち、搭載機器による平板への剛性強化の効果は無いと仮定する。さらに搭載機器の有無により平板のエネルギーが不変と仮定すると、両面音響負荷時における搭載機器の加速度は、

$$\begin{aligned} \langle a^2 \rangle_L &= \frac{M_p}{M_p + M_{total}} \langle a^2 \rangle \\ &= \frac{2\pi^2 c_0 n_2 \langle p^2 \rangle}{\rho_0 (M_p + M_{total})} \times \frac{1}{1 + \eta_2 M_p \omega / 2 \rho_0 c_0 S \sigma_{rad}} \end{aligned} \quad (G-10)$$

となる。ここに、 M_p は平板質量、 M_{total} は搭載機器総質量、 $\langle a^2 \rangle_L$ は機器搭載時の平板の二乗加速度の時間及び空間平均である。平板のモード密度 n_2 と音響放射効率 σ_{rad} については機器が無い場合の面密度から計算する。

(b) 一様分布質量法 (NASA Lewis 法) [G-2]

この手法は、NASA Lewis Research Center (現 Glenn Research Center) で開発された手法であり、搭載機器の有無に関わらず平板のモード密度とクリティカル周波数が不変であるとし、機器質量は平板に一様に塗付けられていると仮定する。その時、両面音響負荷時における搭載機器の加速度は、

$$\langle a^2 \rangle_L = \frac{2\pi^2 c_0 n_2 \langle p^2 \rangle}{\rho_0 (M_p + M_{total})} \times \frac{1}{1 + \eta_2 (M_p + M_{total}) \omega / 2\rho_0 c_0 S \sigma_{rad}} \quad (G-11)$$

となる。平板のモード密度 n_2 と音響放射効率 σ_{rad} については機器が無い場合の面密度から計算する。

(c) インピーダンス (Impedance) 法 [G-3]

この手法は、搭載機器と平板のインピーダンス結合式を用いた部分構造合成法による手法である。搭載機器を質点と仮定し、平板を無限板と仮定すると、両面音響負荷時における搭載機器の加速度は次式で求まる。

$$\begin{aligned} \langle a^2 \rangle_L &= \left| \frac{1}{1 + Z_{ii}^m / Z_{ii}^p} \right|^2 \langle a^2 \rangle = \frac{1}{1 + \left(\frac{M_c}{M_p} \frac{\pi \omega n_2}{2} \right)^2} \langle a^2 \rangle \\ &= \frac{2\pi^2 c_0 n_2 \langle p^2 \rangle}{\rho_0 M_p} \times \frac{1}{1 + \eta_2 M_p \omega / 2\rho_0 c_0 S \sigma_{rad}} \\ &\quad \times \frac{1}{1 + \left(\frac{M_c}{M_p} \frac{\pi \omega n_2}{2} \right)^2} \end{aligned} \quad (G-12)$$

ここに、 M_c は解析対象とする搭載機器質量、 Z_{ii}^m 、 Z_{ii}^p はそれぞれ、搭載機器と平板の駆動点インピーダンスである。平板のモード密度 n_2 と音響放射効率 σ_{rad} については機器が無い場合の面密度から計算する。

(d) 改良型インピーダンス法 (JAXA Impedance 法) [G-4]

この手法は、上記②項にて示した一様分布質量法 (NASA Lewis 法) と上記③項にて示したインピーダンス法の改良型を融合した手法である。解析対象とする搭載機

器以外の質量が平板に様に塗りつけられていると仮定し、式(G-11)より加速度応答を求める。解析対象とする搭載機器については弾性を考慮し、質量として次式で示す動質量（力と加速度の伝達）を用いて結合インピーダンスを求める。

$$M_c = \begin{cases} M_c & \omega < \omega_0 \\ M_c(\omega_0/\omega) & \omega \geq \omega_0 \end{cases} \quad (\text{G-13})$$

ここに、 ω_0 は搭載機器の第一次固有角振動数である。両面音響負荷時における搭載機器の加速度は次式で求まる。

$$\langle a^2 \rangle_L = \frac{2\pi^2 c_0 n_2 \langle p^2 \rangle}{\rho_0 (M_p + M_{total} - M_c)} \times \frac{1}{1 + \eta_2 (M_p + M_{total} - M_c) \omega / 2\rho_0 c_0 S \sigma_{rad}} \times g(\omega) \quad (\text{G-14})$$

$$g(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left(\frac{M_c}{M_p} \frac{\pi \omega n_2}{2} \right)^2} & (\omega < \omega_0) \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{M_c}{M_p} \frac{\pi \omega_0 n_2}{2} \right)^2} & (\omega \geq \omega_0) \end{cases} \quad (\text{G-15})$$

宇宙機実機的设计仕様（解析に用いる各パラメータ）および音響試験結果を用い、上記(a)～(d)に示した各種手法の予測精度比較結果の一例を図G-4に示す。文献[G-4]に報告されているように、質量比法は、全体的に過大な予測結果となり、インピーダンス法は、弾性体である搭載機器を質点モデルとして考慮するため、特に高周波数領域で過小な予測結果となっている。一様分布質量法（NASA Lewis法）は、宇宙機構体パネル上の搭載機器質量が一様に分布している場合においては良好な予測結果を得られるが、局所的に質量が大きく異なる機器が搭載されている場合においては、その搭載機器に対する予測精度は悪くなる。改良型インピーダンス法（JAXA Impedance法）は、局所的に質量が大きく異なる機器に対して良好な結果が得られる。本文中3.3項に示す音響振動解析システム(JANET)では、一様分布質量法（NASA Lewis法）と改良型インピーダンス法（JAXA Impedance法）が組み込まれている。

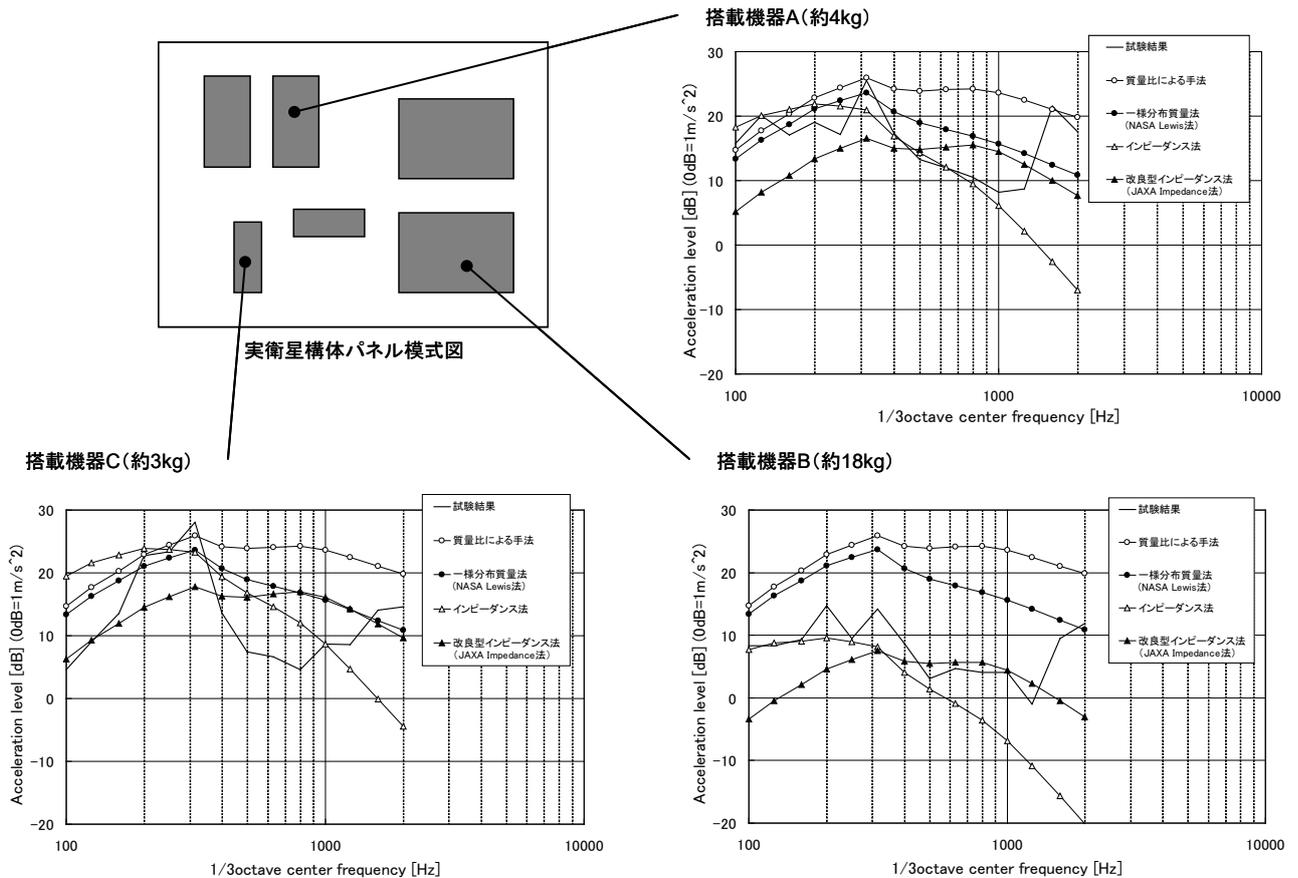


図 G-4 各手法の予測精度比較結果

G.3 参考文献

- [G-1] Badilla, G. et al., *VibroAcoustic Payload Environment Prediction System (VAPEPS) Workshop Notes*, (1991-5), pp.15-13.
- [G-2] McNelis, M.E., *A modified VAPEPS Method for Predicting Vibroacoustic Response of Unreinforced Mass Loaded Honeycomb Panels*, NASA-TM-101467, (1989), p3.
- [G-3] Ando, S. et al., *The Prediction of Random Acoustic Vibration of Equipment Mounted on Honeycomb Panel*, *5th ESA Aerospace Environmental Testing Symposium*, Session 5.2, Belgium, (2005-6).
- [G-4] 施勤忠, 安藤成将, 動質量の周波数平均値を用いた人工衛星構体パネル上搭載機器の音響振動解析, *機械学会論文集(C編)*, Vol.73, No.730, 2007年6月, pp1684-1690.

Appendix H 音響振動解析システム

H.1 システムの概要

音響振動解析システム(JANET, JAXA Acoustic Analysis Network System)は、機器の搭載された宇宙機構体パネルの振動応答を予測する為の解析機能と、解析に用いるパラメータ(設計仕様)を蓄積するデータベースを保有している。JANETは、JAXA 筑波宇宙センター内に設置されている Web サーバに組み込まれており、ユーザ(ユーザ登録が必要)はネットワークを介して利用することが可能である。図 H-1 にシステムの構成を示す。

JANETは、宇宙機のシステム設計者と構体設計を主たる対象者として開発したシステムであり、設計(搭載機器のランダム振動環境条件の設定)で必要となる安全側の上限値を予測することが可能である。JANETにより予測可能な構造物は、搭載機器が多く配置される宇宙機構体の外部ハニカムパネルである。設計の初期段階(概念設計または基本設計)から本システムを利用することにより、従来音響試験を実施するまで確定することのできなかった搭載機器のランダム振動環境条件を精度良く設定することが可能となり、設計のリスクを低減することができる。図 H-2 に JANET のサンプル画面を示す。

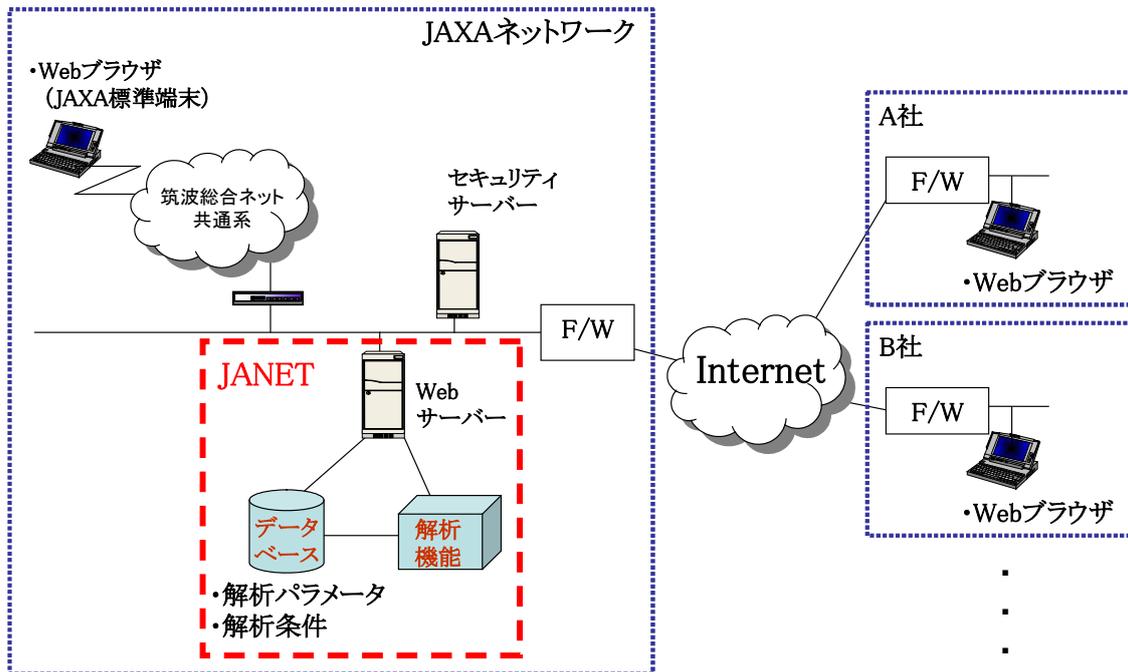


図 H-1 JANET システム構成

J A N E T
Jaxa Acoustic analysis Network system

[トップページ](#) [予測解析](#) [データ管理](#) [ヘルプ](#) [ログアウト](#)

解析パラメータ入力 (NASA Lewis 法)

		パラメータ						
		CASE1	CASE2	CASE3	CASE4	CASE5		
表皮の厚さ1	h_1	0.3	0.3				mm	音圧設定 加振条件 両側加振 既存のロケット ロケットの種類 [01] H2A202/2022/2024 音圧レベル AT Over All 137.5 ファイルの読み込み 参照...
表皮の厚さ2	h_2	0.3	0.3				mm	
コアの厚さ	t	25	25				mm	
表皮縦弾性係数	E	73000	73000				MPa	
表皮ポアソン比	ν	0.33	0.33				-	
表皮密度	ρ_f	2770	2770				kg/m ³	
コア横弾性係数	G	103	103				MPa	
パネル短辺 <small>※1</small>	a	1	1				m	
パネル長辺 <small>※1</small>	b	2	2				m	
パネル面積 <small>※1</small>	A						m ²	
パネル周長 <small>※1</small>	L						m	
パネル質量	M_p	6	6				kg	
搭載機器総質量	M_m	20	20				kg	
音速	c	340	340	340	340	340	m/s	
空気密度	ρ	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293	kg/m ³	
構造減衰損失係数	η	$\eta=1 \cdot f^{0.7}$						

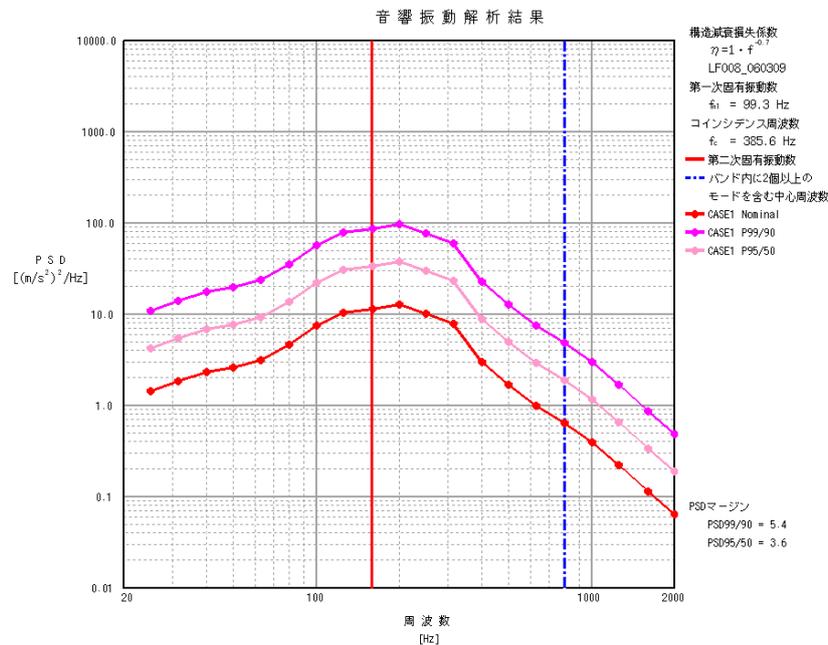
※1 「パネル短辺・長辺」または「パネル面積・周長」のいずれか一方を入力して下さい。
両方入力した場合はエラーとなります。
「パネル短辺・長辺」指定の場合は、アスペクト比は既定の範囲内であればなりません。

(a)解析パラメータ入力画面

J A N E T
Jaxa Acoustic analysis Network system

[トップページ](#) [予測解析](#) [データ管理](#) [ヘルプ](#) [ログアウト](#)

PSD[(m/s²)²/Hz]表示



(b)解析結果出力画面

図 H-2 JANET の画面の一例

H.2 JANET の予測法

JANET は、Appendix G 中の G.2 項で示した一様分布質量法(NASA Lewis 法)、及び改良型インピーダンス法 (JAXA Impedance 法) に加え、経験則による予測法が組み込まれている。経験則による予測法は、他の予測法(NASA Lewis 法・JAXA Impedance 法)と比較し、必要とする解析パラメータが少なく、設計情報の少ない設計初期段階においても利用可能な簡易的な予測法である。経験則による予測法は、次式の通りである。

$$\langle a^2 \rangle = J \cdot \frac{c_0^2 \langle p^2 \rangle}{\eta \cdot f} \sqrt{\frac{1 - \nu^2}{E \hat{m}^3 t^2 h}} \quad (\text{H-1})$$

ここで、 $\langle a^2 \rangle$ 、 $\langle p^2 \rangle$ はそれぞれ二乗加速度と二乗音圧の時間及び空間平均、 c_0 は空気中の音速、 E はスキンのヤング率、 \hat{m} はハニカムパネルの面密度(搭載機器の質量を含む)、 h はスキンの厚さ、 ν はスキンのポアソン比、 t はコアの厚さである。 η はハニカムパネルの損失係数であり、 J は膨大なデータベース (宇宙機実機の音響試験データ) の統計処理から求められた係数である。 η と J は JANET に組み込まれている。

H.3 JANET による安全側の上限値 (包絡値) 予測法

SEA により求められるものは、要素の平均エネルギー、即ち、空間及び周波数平均された二乗加速度である。しかし、宇宙機設計で必要となるのは、安全側の上限値 (包絡値) である。そこで、JANET では、SEA をベースとして開発した予測式 (NASA Lewis 法・JAXA Impedance 法・経験則) によるパネルの振動応答の空間・周波数平均の予測に加え、安全側の上限値 (包絡値) を推定する機能を有している。JANET には、安全側の上限値(P95/50, P99/90)を推定する為、空間・周波数平均に加えるべき適切な包絡マージン値(P95/50, P99/90)が組み込まれている。

$$\text{安全側の上限値} = \text{空間・周波数平均} + \text{包絡マージン値} \quad (\text{H-2})$$

包絡マージン値は、宇宙機実機の数機分の音響試験データ (加速度評価点 300 点以上、PSD 周波数分解能 : 3.9Hz または 7.8Hz) を用いて予測誤差の統計処理を行い、算出したものである。PSD の周波数分解能の違いによる包絡マージン値への影響については、本文中 5.3 項にて述べた、PSD の周波数分解能とピーク値との関係について考慮する必要がある。図 H-3 に、宇宙機実機の音響試験データを用いて算出した JANET の予測誤差の平均値及び標準偏差を 1/3 オクターブバンド周波数毎にプロットしたグラフを示す。予測誤差は、「(試験結果) - (予測結果)」により算出した結果である。標準偏差は、予測誤差の平均値からのバラツキを表しており、図 H-3 に示す通り、約 5~10dB 程度のバラツキがある。このバ

ラツキを P95/50 または P99/90 の信頼水準をもって包絡する為の包絡マージン値が、JANET に組み込まれている。JANET による安全側の上限値（包絡値）の予測結果は、SEA をベースに開発された予測式による空間・周波数平均と、宇宙機実機の音響試験データを用いて求めた統計値より算出した包絡マージン値との和である為、一部の機器については過大な予測結果を与える場合がある。詳細は JANET の理論マニュアル[H-1]を参照のこと。

図 H-4 に、JANET による安全側の上限値の予測結果(P95/50, P99/90)の一例を示す。図 H-4 中の適用下限周波数は、Appendix G に示した SEA の仮定より導かれる制約条件であり、JANET では解析対象とするパネルの第 2 次固有振動数を下限値として設定している。JANET による安全側の上限値の予測結果(P95/50, P99/90)は音響試験結果を良好に包絡し、従来の概念設計・詳細設計時よりも適切なレベルを予測出来ることが分かる。

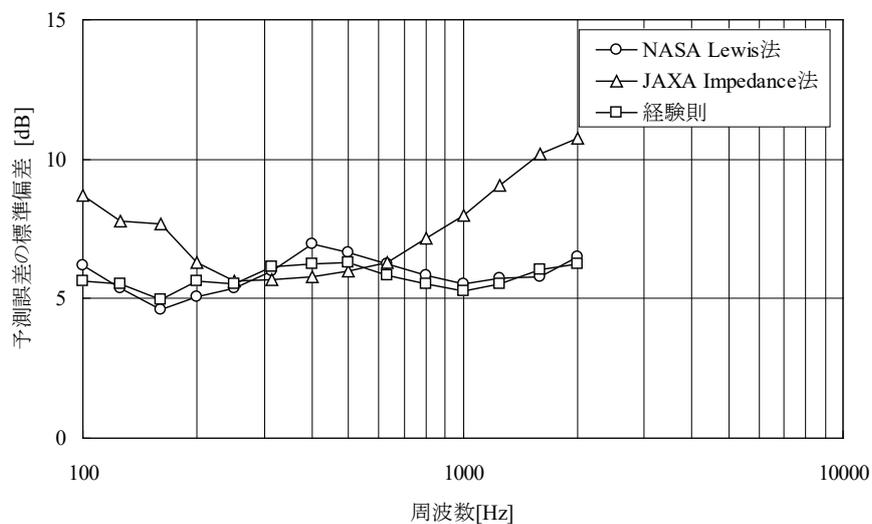
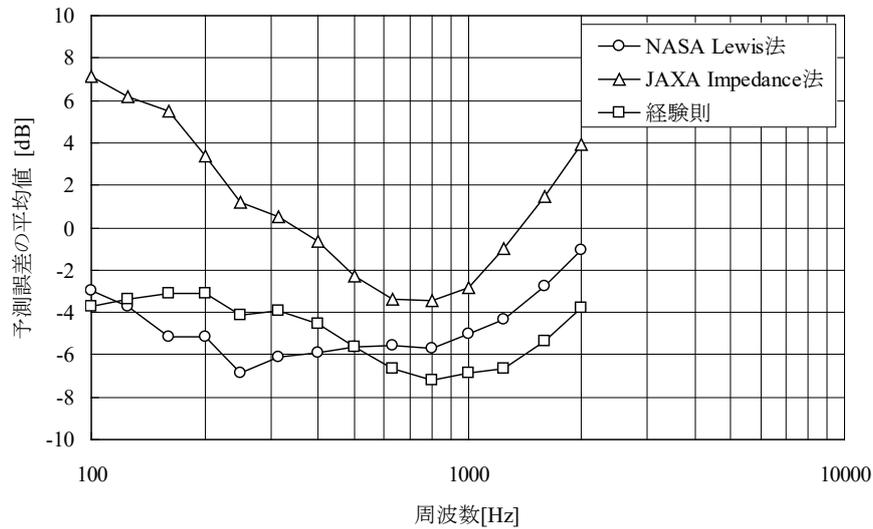


図 H-3 JANET 予測誤差の平均値及び標準偏差

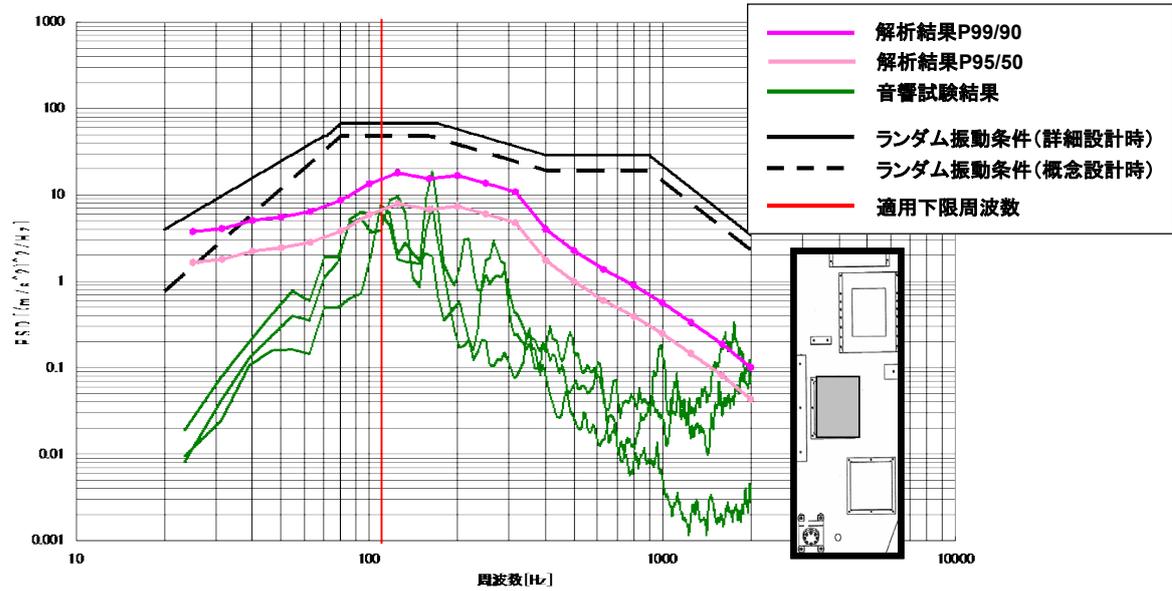


図 H-4 JANET による予測結果の一例

H.4 参考文献

[H-1] 音響振動解析システム (JANET) 理論マニュアル GCA-2006012

Appendix J 音響試験設備の例

音響試験設備の一例として、JAXA 筑波宇宙センター1600m³音響試験設備（以下、本設備という）について紹介する。

(1) システム構成

本設備の概要図を図 J-1 に示し、供試体の設置状況を図 J-2 に示す。音響源発生装置で作出した窒素ガスの流れを音響変換器によって音響に変換する。音圧制御装置はあらかじめ入力された試験規格を満足するように音響変換器を制御する。また、計測データ処理装置は、供試体各部の加速度データ、歪データ及び設備データを計測し、リアルタイムでのデータ記録及び高速データ解析を行う。

(2) 性能仕様

本設備の総合性能を表 J-1 に示す。空音場時の最大音圧レベルは 151dB、反響室の容積は約 1600m³である。表 J-2 に、最大オーバーオール音圧レベル(151dB)における1/1オクターブバンド音圧スペクトルと設定精度を示す。

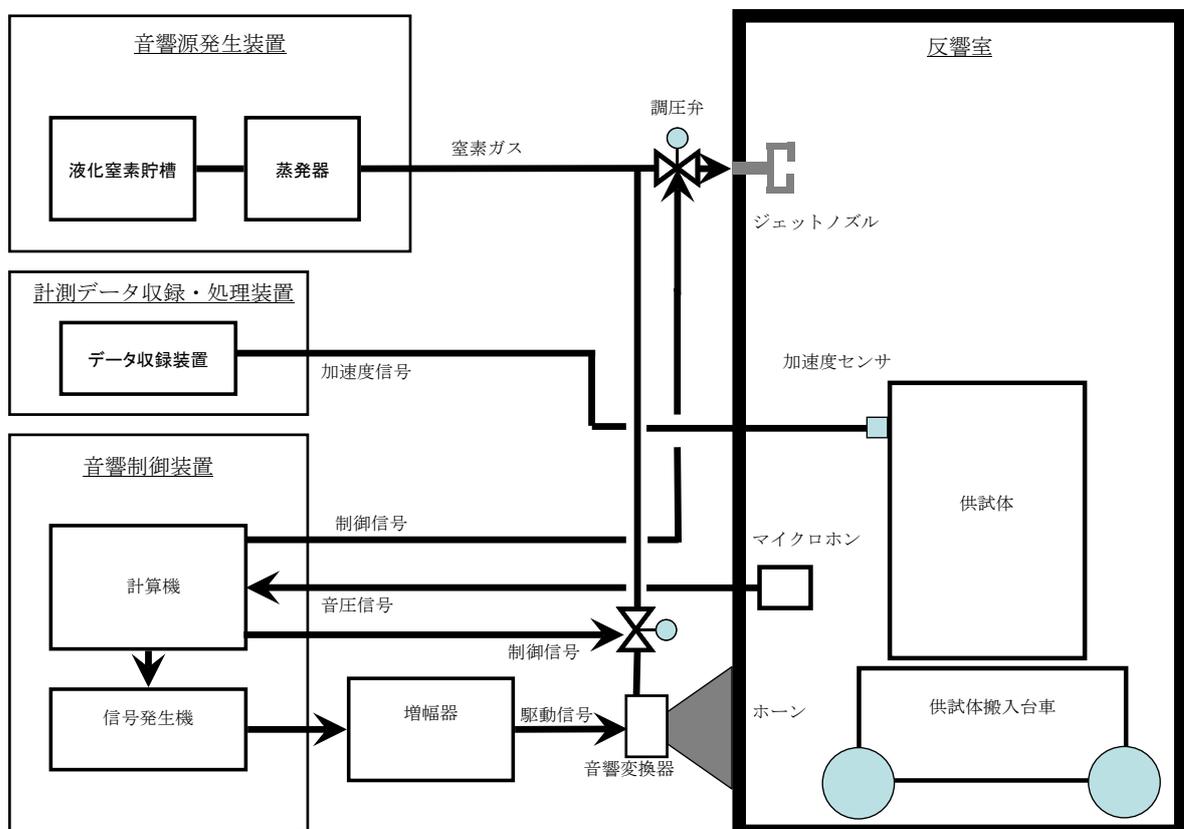


図 J-1 音響試験設備の例（概要図）



図 J-2 供試体の設備設置状況

表 J-1 筑波宇宙センター1600m³音響試験設備の総合性能

空音場最大音圧レベル(dB)	151
反響室容積(m ³)	1607
高さ(m)	17.1
反響室寸法幅(m)	10.5
奥行(m)	9
重量扉寸法高さ(m)	13
幅(m)	7
反響室形状	直方体
音圧(CH)	12
計測チャンネル数加速度(CH)	200+6 (予備)
歪(CH)	30+2 (予備)
音響出力(kw)	約 70
音響変換器構成	EPT-1094×4 台 EPT-200×3 台 ジェットノズル×1 台
反響室クレーン容量(ton)	10

表 J-2 音圧スペクトル及び制御精度*1 (空音場時*2)

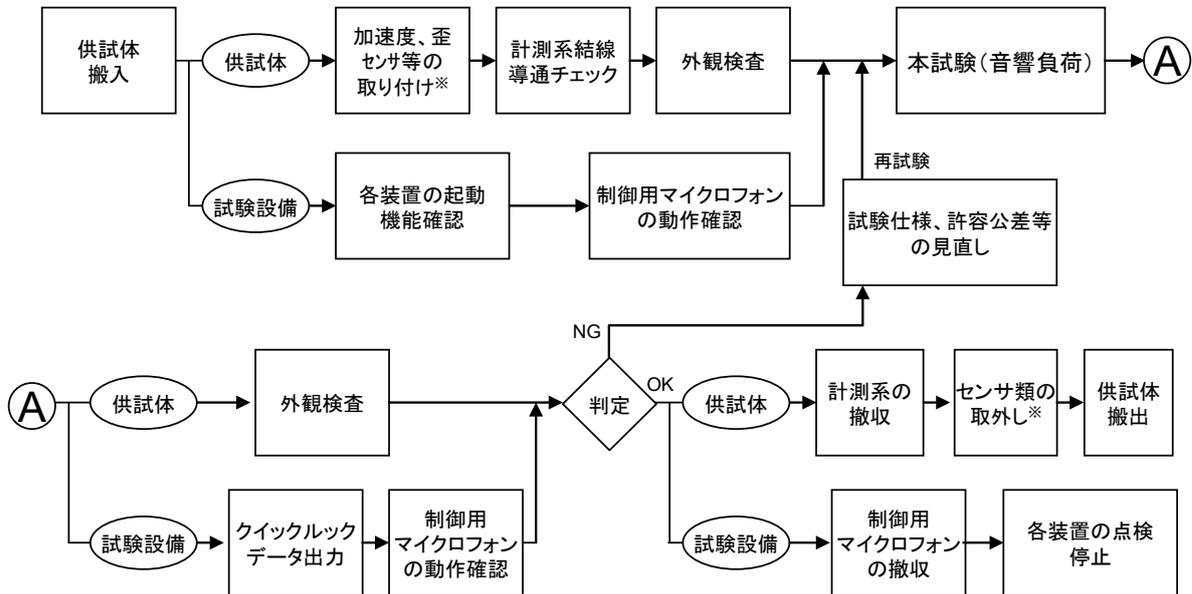
1/1 オクターブバンド 中心周波数(Hz)	音圧レベル		制御精度
	最小	最大	
31.5	121	138	±5
63	126	143.5	±3
125	128	144	±1
250	126	146	±1
500	122	142.5	±1
1K	116	140	±1
2K	111	134	±3
4K	110	125	±3
8K	107	122	±3
オーバーオール	132.5	151	±2

※1 制御精度とは、空間的、時間的平均の実音圧レベルと目標音圧レベルの差

※2 空音場とは、反響室内に何も収容していない時の音場

(3) 試験の流れ

音響試験を実施する場合の、一般的な流れを図 J-3 に示す。



※ センサ類の取り付け/取外しは、それぞれ、供試体搬入前/搬出後に実施する場合も多い。

図 J-3 音響試験の流れ (例)

Appendix K パネル構造へ入射する音波の角度と振動応答

4.2 項で述べた大型スピーカを用いた簡易音響試験では、特に高周波で顕著なスピーカの指向特性のため、供試体に対し特定の入射角度で音圧が負荷される。従って、音響により加振される構造の振動応答は、音圧レベルのみではなく、供試体への音の入射角度も重要な要素となってくる。ここでは、パネル構造を例として、入射する音波の角度と振動応答についての理論及び実験結果を示す。

パネル構造が音響負荷を受ける場合、音圧の大きさ、周波数成分、及び入射角による音響連成項（音響とパネル振動の連成）がパネルの振動の大きさを支配する。

K.1 音圧分布と構造振動モードの連成理論

K.1.1 パネル構造の音響加振応答

空間（3次元）を進行する音の進行波の波数 k は、周波数を ω 、空気中の音速を c_0 として、式(K-1)で表される。この波数 k とは、波長 λ を持つ波の場合、 $k = 2\pi/\lambda$ であり、単位長あたりの波の数、即ち空間周波数の意味を持つ。

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \quad (\text{K-1})$$

k_x, k_y, k_z は、図 K-1 に示すように、進行波の x 軸、 y 軸、 z 軸の成分である。図 K-1 中の θ と ϕ は、進行波の入射方向の仰角と方位角である。式(K-1)から、進行波のパネル平面内の成分 k_x （ x 軸方向）、 k_y （ y 軸方向）には次式の関係がある。

$$k_x^2 + k_y^2 \leq \frac{\omega^2}{c_0^2} \quad (\text{K-2})$$

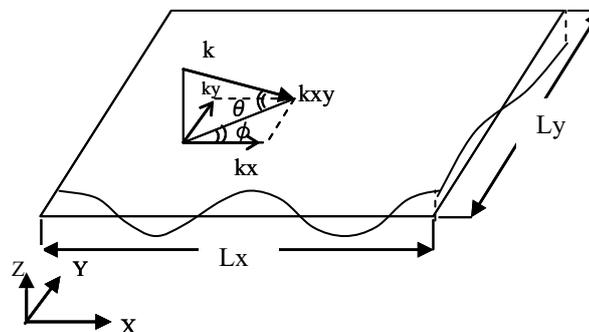


図 K-1 パネル構造の振動モード波数と音響の波数の関係

以下では、進行波の入射角によるパネル構造の振動応答への影響について、四辺を単純支持された矩形パネルを用いて解説する。ここでは、簡単のため構造自身の減衰は考慮しない。

進行波の周波数が ω である時、パネル面外方向の振動変位 $w(x, y, t)$ は、次式のように (m, n) 次の振動モード応答及び振動モード形状の重ね合わせで表現できる。即ち、

$$w(x, y, t) = \sum_m \sum_n w_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{L_y}\right) \exp(-i\omega t) \quad (\text{K-3})$$

であり、また (m, n) 次の振動モードの固有角振動数は式(K-4)で表される。

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{\hat{m}} \left[\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 \right]} = \sqrt{\frac{D}{\hat{m}}} (k_m^2 + k_n^2) = \sqrt{\frac{D}{\hat{m}}} k_{mn}^2 \quad (\text{K-4})$$

ここで、 D はパネルの曲げ剛性、 \hat{m} はパネルの面密度（単位面積当たりの質量）、 w_{mn} は (m, n) モードの振幅、 m は x 方向、 n は y 方向のモード次数（ $m, n = 1, 2, 3, \dots$ ）、 L_x, L_y はパネルの寸法、 $k_m (= m\pi/L_x), k_n (= n\pi/L_y)$ は振動モードの x 軸方向（ m 次モード）、 y 軸方向（ n 次モード）の波数である。また、 t は時刻で i は虚数単位である。

パネルのモード振幅 w_{mn} は、周波数 ω によって、以下の式(K-5)、(K-6)で表される。

・高周波（パネルからの音響放射が大きい場合）： $\omega > c_0 \left[\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 \right]^{1/2}$

$$w_{mn} = \frac{P_{mn}}{\hat{m}(\omega_{mn}^2 - \omega^2) - i(\rho_0 / k_{z,mn})\omega^2} \quad (\text{K-5})$$

$$k_{z,mn}^2 = \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left[\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 \right]$$

・低周波（パネルからの音響放射が小さい場合）： $\omega < c_0 \left[\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 \right]^{1/2}$

$$w_{mn} = \frac{P_{mn}}{\hat{m}(\omega_{mn}^2 - \omega^2) - (\rho_0 / l_{mn})\omega^2} \quad (\text{K-6})$$

$$l_{mn}^2 = \left[\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 \right] - \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2$$

ここで、 ρ_0 は空気の密度で、 p_{mn} は K.1.2 項で説明する音響連成項であり、「放射」とは進行波によって励起されたパネルの振動により、音響が放射されることを意味する。式(K-5)は、高周波でのパネルのモード振幅であり、 $\rho_0/k_{z,mn}$ 項はパネルの音響放射によるエネルギー損失（音響放射減衰という）を示している。また、式(K-6)はパネルからの音響放射が発生しにくい低周波でのモード振幅であり、この周波数領域ではパネルと隣接する空気がパネルの付加質量(ρ_0/l_{mn})となり、パネルの共振周波数がわずかに低下する。

共振する振動モードを考える場合、進行波の加振周波数とパネル固有振動数の間に $\omega \approx \omega_{mn}$ が成り立つので、式(K-4)から共振モードの波数が次式で得られる。

$$k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2} \approx \sqrt{\omega^4 \hat{m}/D} \quad (\text{K-7})$$

K.1.2 音響連成項の検討

次に、式(K-5)、(K-6)から分かるように、加振周波数がパネルの固有振動数と一致しても、パネルの振動レベルは、音響連成項 p_{mn} に左右される。音響連成項とは、音響と振動の連成の程度を表す項で、音響連成項が大きいほど振動が大きくなる。音響連成項は、式(K-8)に示すようにパネルの (m, n) 次の振動モード形状 $\sin(k_m x) \sin(k_n y)$ と進行波のパネル上分布 $\exp(-ik_x x) \exp(-ik_y y)$ の積をパネル面内で積分したものである。

$$p_{mn} = \frac{8P_0}{L_x L_y} \left[\int_0^{L_x} \exp(-ik_x x) \sin(k_m x) dx \right] \left[\int_0^{L_y} \exp(-ik_y y) \sin(k_n y) dy \right] \quad (\text{K-8})$$

式(K-8)は、 $k_x \approx k_m$ の時、パネルの x 軸方向の m 次モードが最も大きく加振され、 $k_y \approx k_n$ の時には、パネルの y 軸方向の n 次モードが最も大きく加振されることを示している。即ち、K.1.1 項で述べたように、進行する進行波の周波数と一致する振動モードは共振するが、特に「 $k_x \approx k_m$ かつ $k_y \approx k_n$ 」を満たす進行方向から入射する進行波の場合、他の方向から入射する進行波よりその振動モードの応答は大きくなる。

式(K-8)の音響連成項 p_{mn} は、 x 軸と y 軸方向の項をそれぞれ考察することができるが、簡単のため x 軸方向の振動モードのみに対して音響連成項を検討する。負荷音圧($2p$)に対して音圧連成項を正規化したものを式(K-9)に示す。

$$p_m / (2p) = \frac{2}{L_x} \int_0^{L_x} \exp(-ik_x x) \sin(k_m x) dx = \begin{cases} \frac{L_x}{m\pi} \frac{1 - (-1)^m \exp(-ik_x L_x)}{(k_x/k_m)^2 - 1}, & k_x \neq k_m \\ -\operatorname{sgn}(k_x) \frac{L_x}{2}, & k_x = k_m \end{cases} \quad (\text{K-9})$$

ここで、 $\operatorname{sgn}(x)$ は符号関数で、 $\operatorname{sgn}(x) = \{1 (x > 0)\}, \{-1 (x < 0)\}$ である。 $m = 1, 2, 3, 4$ に対して式(K-9)の積分値と波数比 k_x/k_m の関係を図 K-2 に示す。図 K-2 より、音響連成項は、 $k_x \approx k_m$ の時に最大となることが分かる。 $k_x/k_m < 1$ の場合と $k_x/k_m > 1$ の場合の双方に局所的な最大値があるが、 $k_x/k_m < 1$ の方が音響連成項が大きく、よく加振されることが分かる。

以上で述べた単一入射角の進行波と違って、拡散音場はパネルの振動モードに対してあらゆる入射角の進行波が存在するため、パネルのあらゆるモードを加振させることができるが、この点について、波数スペクトル (図 K-3) を用いて説明する。

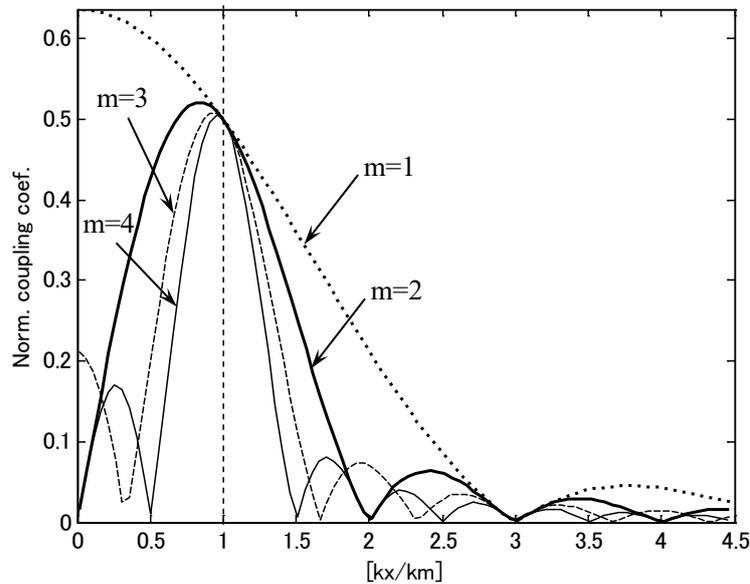


図 K-2 音響連成項 $p_{mn}/2p$ と波数比 (k_x/k_m) の関係 ($m = 1, 2, 3, 4$)

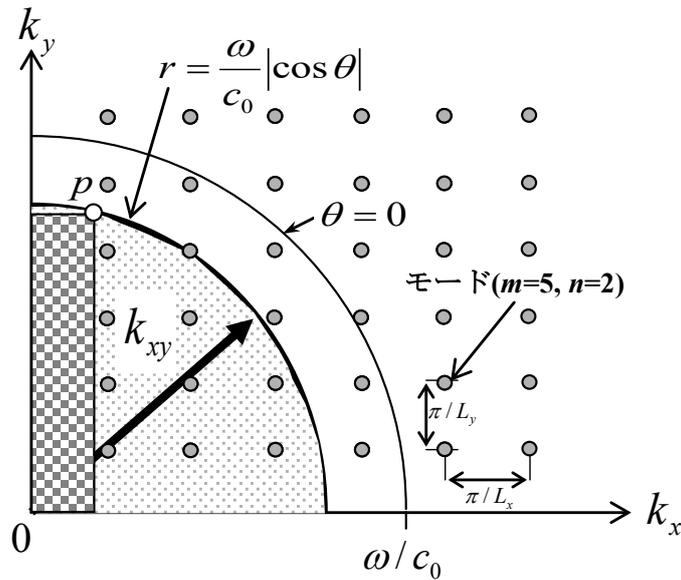


図 K-3 波数スペクトル

図 K-3 に示すのは、「波数スペクトル(Wavenumber Spectra)」と呼ばれるもので、格子状に並んだ点は、パネルの振動モード波数を表す。例えば、 $m=5, n=2$ の点は、パネルの x 方向 5 次、 y 方向 2 次のモードを表す。また、共振モードは $k_{mn} \approx \sqrt{\omega^4 \hat{m} / D}$ と書けるので、波数スペクトル上では、半径 $\sqrt{\omega^4 \hat{m} / D}$ の四分円周付近にある点が該当する共振モードである。

以下では、この波数スペクトルを用いて、進行波の入射角とパネル構造の振動応答の関係について説明する。

(1) 単一入射角の平面進行波の場合

単一入射角 (θ と ϕ 双方固定) の平面進行波は、 k_x, k_y 座標系において 1 点で表される (例えば図 K-3 に示す p 点)。 p 点に近いパネルの振動モードが最も加振され、音響連成項の大きな振動モードは、「 $k_x < k_m$ かつ $k_y < k_n$ 」を満たす白黒格子縞の部分であり、それ以外のモードは加振されにくい。

(2) 仰角 θ が一定の平面進行波の場合

仰角 θ を固定し方位角 ϕ を変化させた進行波は、 ϕ によってパネル上に様々な波数 (k_{xy}) が存在し、波数スペクトル上では、半径 $\omega/c_0 \cdot |\cos \theta|$ の四分円 (斜線部分) で表される。四分円周の近傍に存在するパネルのモード波数は音響波数に近いので、これらの複数モードが大きく加振される。(1)項と同様に、四分円内の振動モードは加振されやすく、これを式で書けば、

$$k_{mn} \leq \omega/c_0 \cdot |\cos \theta| \tag{K-10}$$

である。ここでの等式は、音響連成項が最大となる場合である。さらに、共振時を考える場合、式(K-7)の $k_{mn} = \sqrt{\omega^4 \hat{m} / D}$ が成立するので、これを式(K-10)に代入すれば式(K-11)となる。

$$\omega \geq c_0^2 \sqrt{\hat{m} / D} / \cos^2(\theta) \quad (\text{K-11})$$

この式(K-11)は、音響連成項が大きく、かつ共振する周波数条件を表している。 ω の下限値 ω_c は $\theta = 0$ の場合であり、式(K-12)となる。

$$\omega \geq \omega_c = c_0^2 \sqrt{\hat{m} / D} \quad (\text{K-12})$$

この ω_c は、パネル構造のコインシデンス周波数（臨界周波数とも言う）である。

(3) 拡散音場の場合

拡散音場の場合、あらゆる θ と ϕ を持つ進行波がパネル構造に入射する。この場合、波数スペクトルにおいて、半径 ω / c_0 内の全ての振動モードが強く加振される。

以下では、同じ音圧を持つ「拡散音場」と「単一入射角の平面進行波」により加振されるパネルの振動応答についての計算結果を示す。パネルの寸法は、 $L_x = 1.0\text{m}$ 、 $L_y = 1.5\text{m}$ であり、モード(1,1)、(2,1)に関して計算を行う。拡散音場の場合の音響連成項は、単一入射角の場合の音響連成項（式(K-8)）の二乗を入射角平均することにより求められる。

拡散音場と平面進行波（仰角 $\theta = 10^\circ \sim 80^\circ$ の 10° 刻み、 $\phi = 45^\circ$ ）の音響連成項の計算結果を図 K-4 に示す。図 K-4 の横軸はパネルのモード次数、縦軸は音響連成項である。また、進行波と拡散音場の振動応答比（拡散音場を 1）の計算結果を図 K-5 に示す。図 K-5 から、モード(1,1)の振動応答は、仰角に依らないが、モード(2,1)は、約 45 度より小さい仰角で平面進行波加振の方が拡散音場より大きく、45 度より大きい仰角では、平面進行波加振の方が小さくなっている。このように、進行波加振は、拡散音場加振に比較して、過大または過小な振動応答となり、音響試験に求められる再現性・ロバスト性の点で拡散音場加振に比べて劣る。

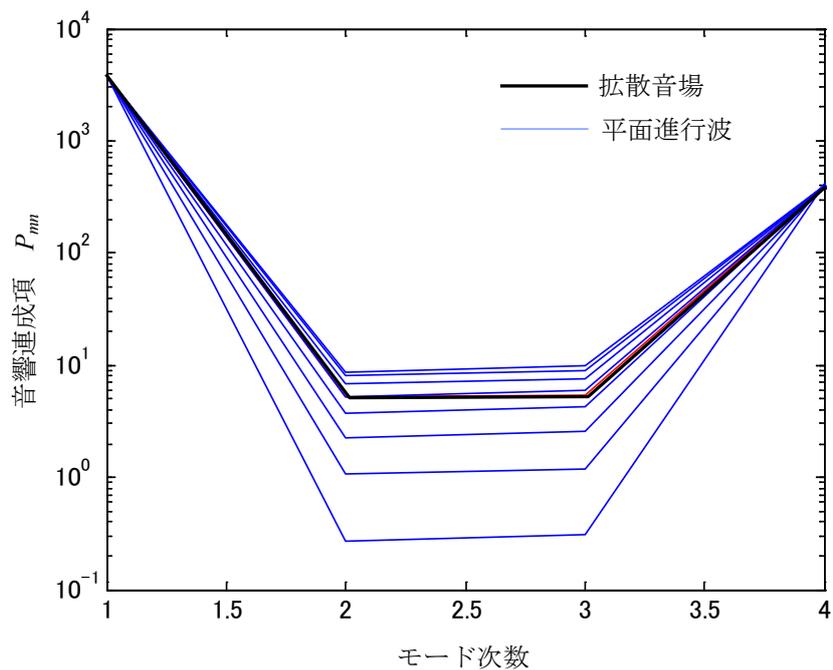


図 K-4 拡散音場と平面進行波の音響連成項

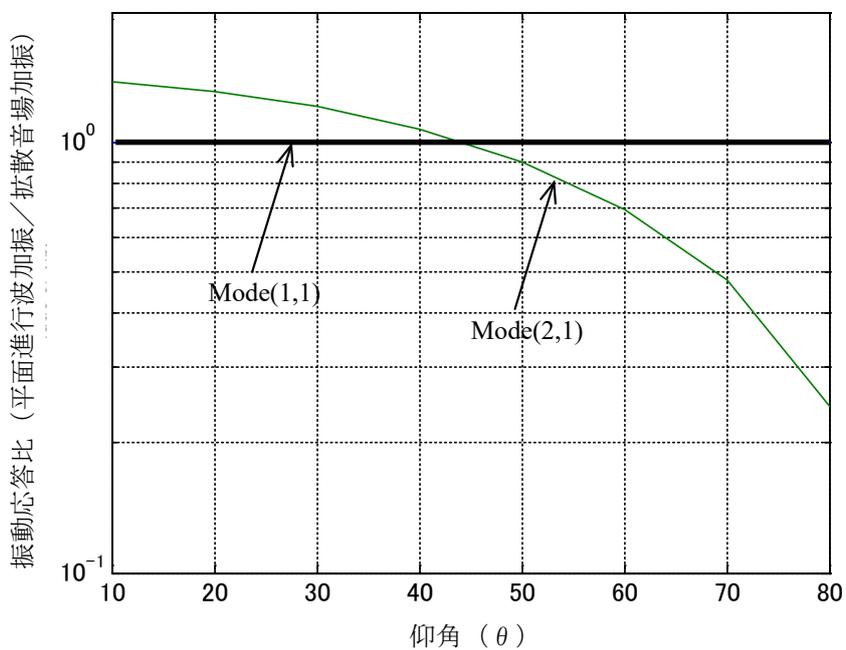


図 K-5 拡散音場と平面進行波の振動応答比と仰角の関係

K.2 スピーカを用いた簡易音響試験と反響室での音響試験の比較実験

K.1 項では、平面進行波と拡散音場による加振の相違について、理論的に検討した。ここでは、スピーカを用いた一般的な部屋における簡易音響試験（以下「スピーカ簡易音響試験」という）と反響室での音響試験（以下「拡散音場音響試験」という）についての比較実験結果を示す。

実験のセットアップ状況を図 K-6 に示す。矩形形状の宇宙機用ハニカムパネルを供試体として、スピーカ簡易音響試験及び拡散音場音響試験を行った。スピーカ簡易音響試験では、一般的な部屋で、スピーカ 1~4 台を用いて、入射角を変えて音響加振を行った。拡散音場音響試験は、反響室でスピーカ 4 台を用いた音響加振を行った。試験中には、供試体周りの音圧と供試体加速度を計測した。

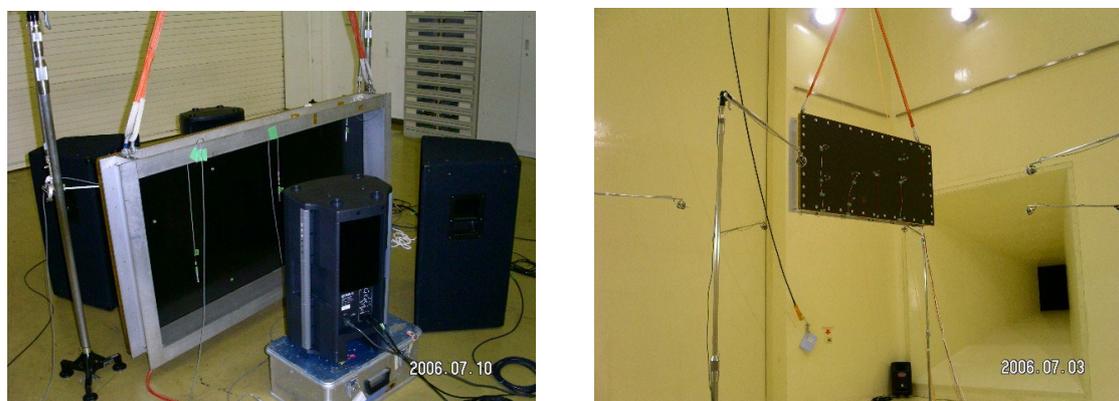


図 K-6 スピーカ簡易音響試験及び拡散音場試験のセットアップ状況

スピーカ簡易音響試験では、供試体周りの音圧が試験レベルとなるが、スピーカの指向性と供試体による反射と音響放射のため、各点の音圧のばらつきが大きくなる。図 K-7 にスピーカ簡易音響試験時の各点の音圧レベル、図 K-8 に拡散音場試験時の各点の音圧レベルを示す。

図 K-7 より、スピーカ簡易音響試験の場合、音圧のばらつきが大きく、最大で 25dB に及んでいる。一方、拡散音場試験では 100Hz 以上において、マイクロホン 6 本の音圧の相違は 2dB 以内である。従って、スピーカ簡易音響試験の場合、マイクロホンによる音圧のばらつきが大きく、試験レベル・音圧入力 of 再現が難しいことに十分注意する必要がある。

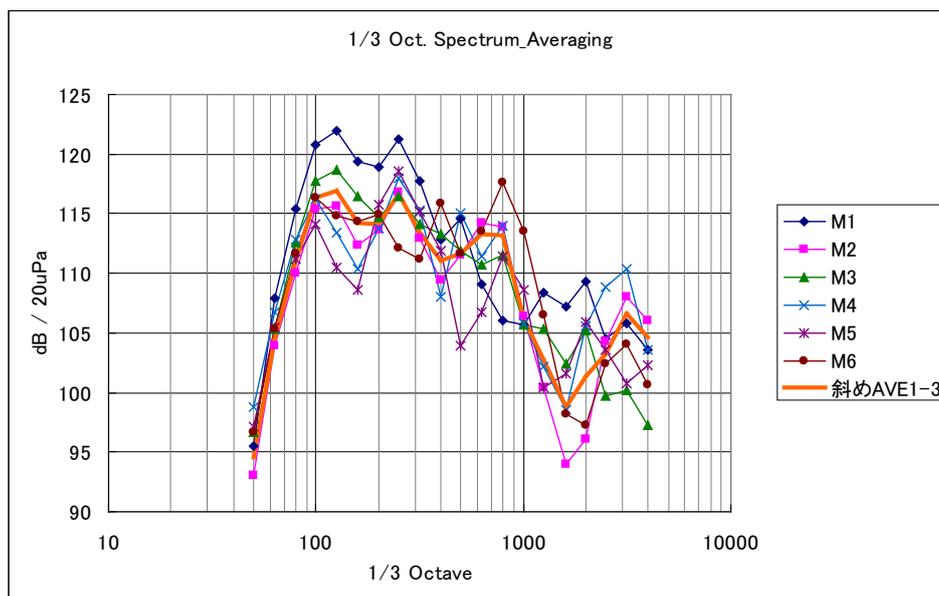


図 K-7 スピーカ簡易音響試験での各点の音圧レベル

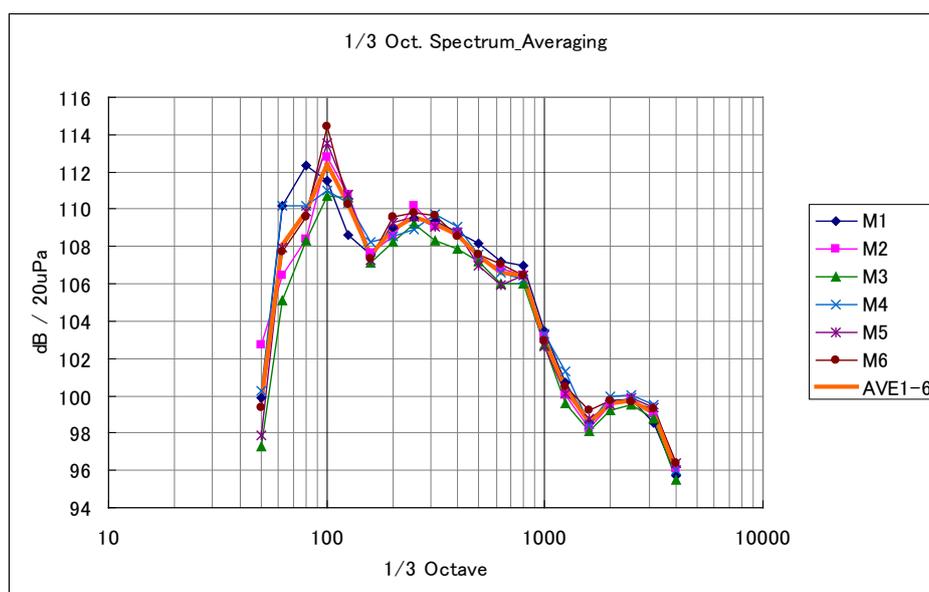


図 K-8 拡散音場試験での各点の音圧レベル

次に、スピーカ簡易音響試験と拡散音場音響試験の応答を比較する。両者の試験レベルが異なるため、音圧から加速度の伝達関数である $AL-SPL$ 解析²を用いて比較を行う。

図 K-9 に、拡散音場音響試験時の $(AL-SPL)_R$ とスピーカ簡易音響試験の $(AL-SPL)_S$ の差 $((AL-SPL)_S - (AL-SPL)_R)$ を示す。入射角 0° の場合、供試体の表裏で音圧が同相で加振力が打ち消されるため、拡散音場に対し、10dB 程度低い $AL-SPL$ が得られている。その他のスピーカ配置では、周波数によって $AL-SPL$ の差が、0dB を中心として上下に変動している。即ち、スピーカ簡易音響試験では、拡散音場音響試験に対し、過大・過小となる場合があることを示しており、この結果は、K.1.2 項の図 K-5 の結果と一致している。

以上の検討から、スピーカ簡易音響試験の場合、試験レベルを決める音圧計測にばらつきが大きく、また、スピーカ配置や周波数によって、拡散音場音響試験に対し、過大・過小な負荷となることが分かる。従って、スピーカ簡易音響試験を実施する場合は、これらのリスクを認識した上で、実施すべきである。

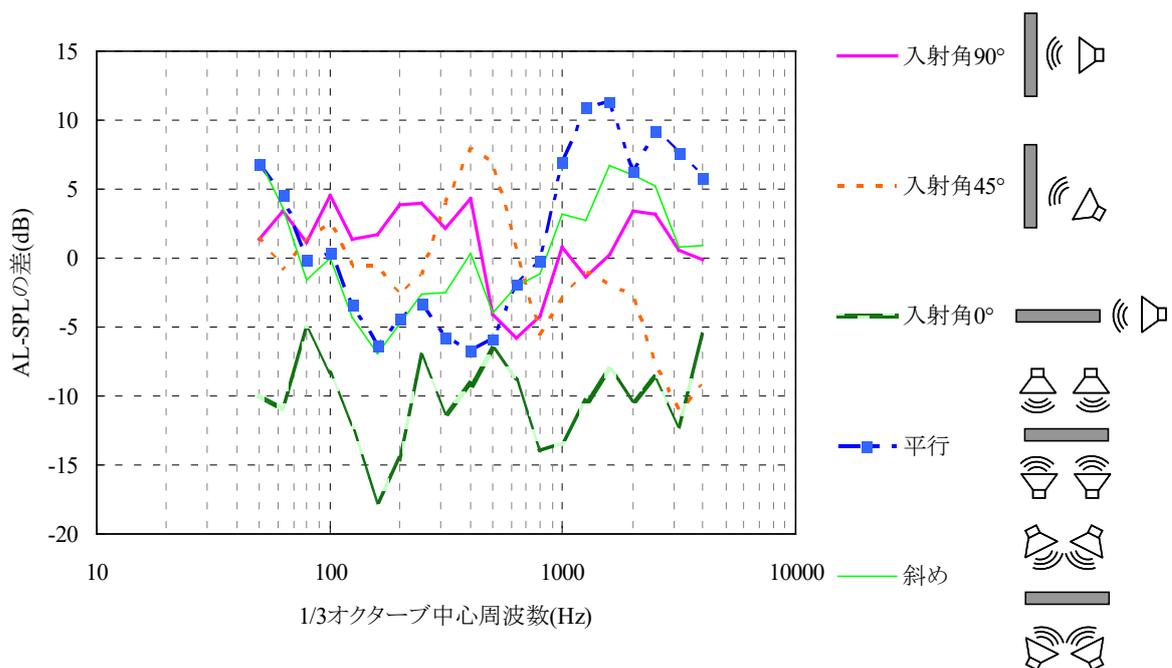


図 K-9 スピーカ簡易音響試験と拡散音場音響試験の $AL-SPL$ の比較

² $AL-SPL$ 解析

周波数 f で音圧レベル $SPL(f)$ (デシベル値) の音響試験を行い、供試体の応答加速度レベル $AL(f)$ (デシベル値) が得られたとする。この時、 $AL-SPL = AL(f) - SPL(f)$ で定義される量を、周波数 f における、音圧に対する加速度の伝達関数 $AL-SPL$ と呼ぶ。この $AL-SPL$ が大きいほど、音圧に対して応答しやすいことを示している。

Appendix L 制御マイクロホンの個数に関する実験結果

4.3 項で述べたように、反響室内の音圧レベルの制御のためには、3 本以上のマイクロホンを用いて制御する必要がある。本項では、制御用マイクロホンの必要個数について、試験実績をもとに検討を行った結果を示す。

L.1 試験実績による検討結果

JAXA 筑波宇宙センター1600m³音響試験設備にて行われた音響試験を 30 件抽出して検討を行った。対象とした試験は全て、供試体の周囲に 60° ずつ均等に配置された 6 個のマイクロホン (M1, M2, M3, …M6 とする) の、空間的な平均値により音響制御が行われた試験である。

対象とした試験のマイクロホン毎の計測結果を用いて、6 個のマイクロホンの組合せ (${}_6C_n$, $n=1\sim 6$ ([M1], [M2, M6], [M1, M3, M6]…等)) を考え、組合せ個数 n を $n=1\sim 6$ とした時の全ての組合せにおける平均値を求めた。この各組合せの平均値が、対象とした試験の公差内となる試験が 30 試験中何試験存在するか、マイクロホンの組合せ個数 n と 1/1 オクターブバンド毎に整理した。ここで、各組合せ個数 ($n=1\sim 6$) において、1 つでも公差を逸脱する組合せがあれば、その n については試験公差を満たさない、として整理した。表 L-1 に結果を示す。

表 L-1 の結果から、任意の 3 個以上のマイクロホンの平均値を制御に用いれば、全 30 試験の全ての周波数バンドで試験公差内の制御が可能であることが分かる。この結果は、JAXA の試験設備の結果であるが、他の設備でも、空間内に均等に配置した 3 個以上のマイクロホンによる平均値で音響制御が可能であることが知られている[L-1, L-2]。実際の試験現場では、6 個程度のマイクロホンを用いて試験を実施している場合が殆どである。

以上のように、音場の制御は、反響室内の複数のマイクロホンの平均値制御で行われるのが一般的であるが、4.1.1 項で述べたように、低周波数では音圧のばらつき (分散) が大きく、制御結果の音圧値の信頼性が低いことに留意する必要がある。

表 L-1 マイクロホンの組合せ個数と試験公差内となる試験数の関係

マイクロホンの 組合せ個数 [個]	全 30 試験のうち試験公差内となった試験の数									
	1/1 オクターブ中心周波数 [Hz]									
	31.5	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	O.A.
1	28	28	26	30	30	29	29	30	25	29
2	30	29	30	30	30	30	29	30	28	30
3	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
4	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
5	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
6	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30

↓
3 個以上

L.2 参考文献

- [L-1] NASA-STD-7001, *Payload Vibroacoustic Test Criteria*, (1996-6).
- [L-2] *Department of Defense Test Method Standard for Environmental Engineering Consideration and Laboratory Tests*, MIL-STD-810F, Part two, Laboratory Test Methods, METHOD 515.5, ANNEX.B 1.1, c.

Appendix M 拡散音場中の境界における音圧上昇

音響試験中の反響室内部の音圧は、概ね一様な音場（拡散音場）となっている。しかし、反響室の壁面・床面や供試体のような音場の境界では、音の反射により局所的に音圧が上昇する。従って、4.3 項に述べたように、音響試験に際しては、供試体と反響室壁面・床面の距離と、音響制御用マイクロホンと反響室壁面・床面や供試体の距離は、試験条件における最低周波数の1/4波長以上とする必要がある。ここでは、壁面や供試体近傍での音圧上昇に関する検討結果を示す。

M.1 理論検討

反響室内の境界付近における音圧上昇について、理論的に検討を行う。検討にあたり、まず、図 M-1 に示すような無限剛体壁に平面音波が入射するモデルを考える。図 M-1 に示す入射平面音波 p_{in} 及びその反射波 p_{ref} は、次式で表すことができる。

$$p_{in} = P_0 \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \theta - y \sin \theta)\right] \quad (M-1)$$

$$p_{ref} = P_0 \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \theta + y \sin \theta)\right] \quad (M-2)$$

ここでは、簡単のため時間項 $\exp(j\omega t)$ は無視している。図 M-1 の $x-y$ 平面上の任意の点の音圧 p は、入射波と反射波を重ね合わせて、次式で表すことができる。

$$p(x, y) = p_{in} + p_{ref} = 2P_0 \cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\cos\theta\right)\exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\theta\right) \quad (M-3)$$

次に、拡散音場とは、互いに無相関で様々な入射角を持つ平面音波が一様に入射する音場であるため、式(M-3)の二乗値の入射角平均を行うことで、任意の点での音圧を求める事が出来る。従って、 $x = 0$ における無限剛体壁から垂直方向の音圧 P の分布は次式となる。

$$P(0, y) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (p(0, y))^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \left(2P_0 \cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\cos\theta_i\right)\right)^2}, \quad \theta_i = \frac{\pi}{N} \times i \quad (M-4)$$

この式は、 N 個の無相関な平面音波（入射角 θ は $[0, \pi]$ に分布）の重ね合わせで拡散音場を表現している。式(M-4)について、 N を十分に大きな値 ($N = 1000$) として音圧 P を計算した結果を図 M-2 に示す。拡散音場に近いと考えられる剛体壁からの遠方点の音圧レベルは+3dB

に収束している。一方、剛体壁の近傍では遠方点に対し 3dB 音圧レベルが上昇していることが分かる。

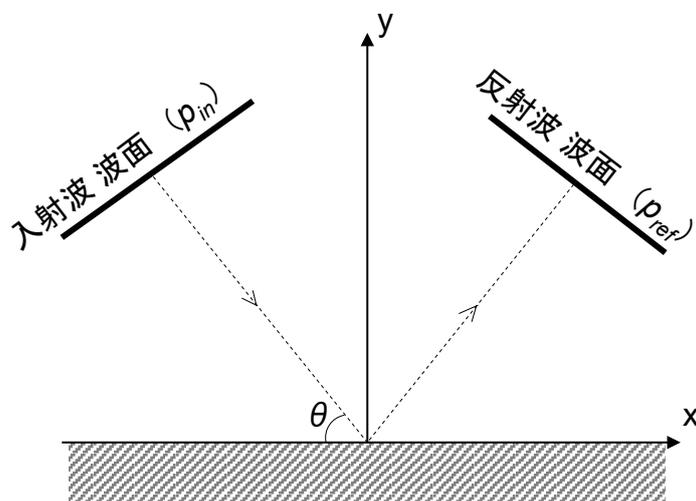


図 M-1 無限剛体壁に平面音波が入射するモデル

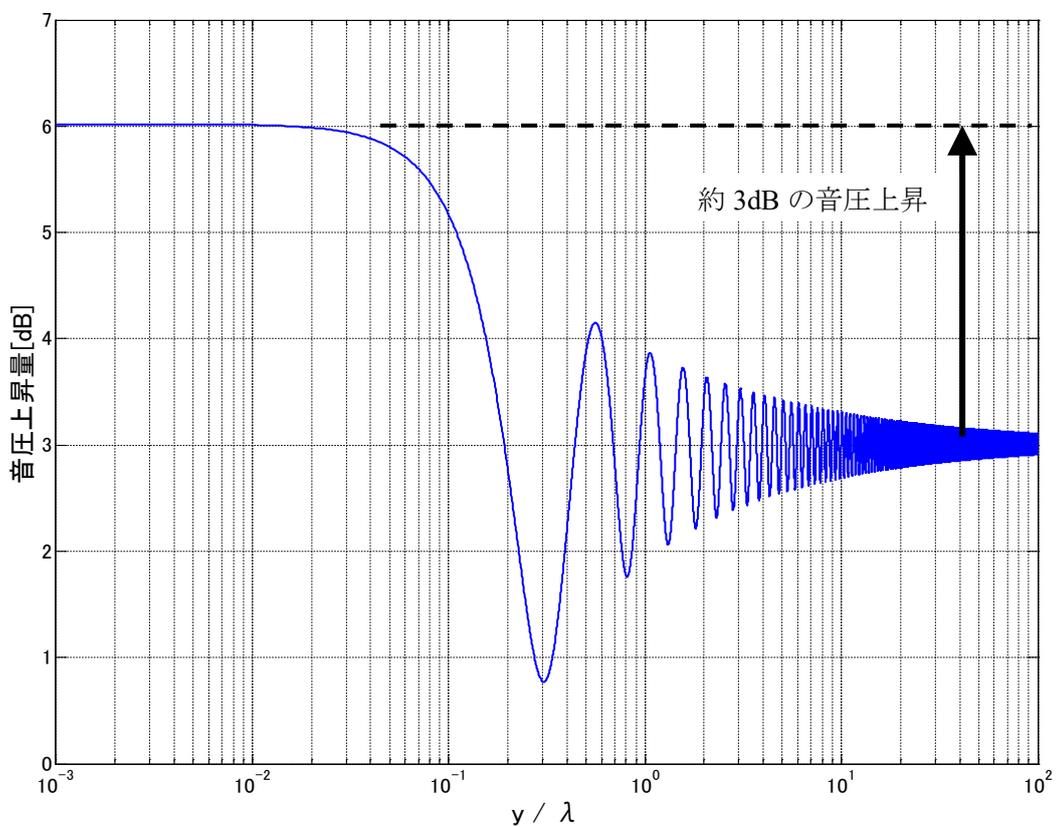


図 M-2 理論値の計算結果

M.2 実験による検討

音場の境界における音圧上昇を実験により検討した。本実験では、スピーカ加音による反響室内の拡散音場が通常の試験と同等の拡散音場であることを確認したうえで、スピーカ 4 台による加音により実験を行った。

反響室床面での音圧上昇量の測定図を図 M-3 に示す。また、宇宙機用ハニカムパネル供試体付近での音圧上昇量の測定図を図 M-4 に示す。



図 M-3 反響室床面による音圧上昇量測定

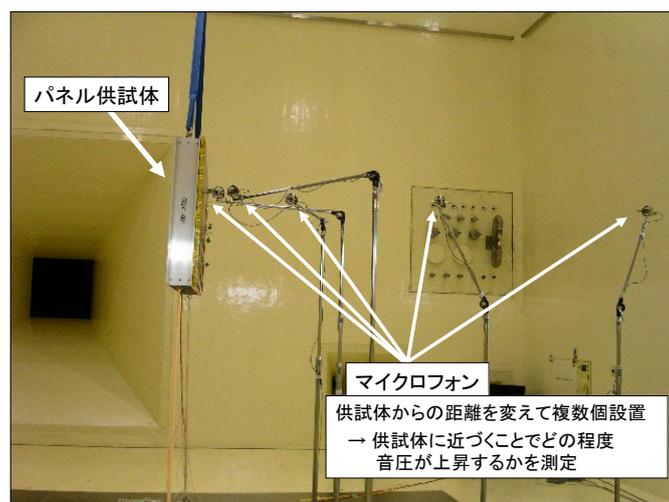


図 M-4 パネル供試体による音圧上昇量測定

床面やパネル供試体からの距離を各周波数の波長で正規化し、音圧上昇量についてまとめた結果を図 M-5 に示す。また、二つの実験結果と M.1 項の理論検討結果を比較した結果を、それぞれ図 M-6 及び図 M-7 に示す。図 M-5、図 M-6 及び図 M-7 の、縦軸は音圧上昇量(dB)、横軸は正規化した距離（正規化距離）を示す。例えば、横軸の“1”は、1 波長分の距離、“10”は 10 波長分の距離を示す。

実験結果を見ると、全体的に ± 2 dB 程度のばらつきが見られ、正規化距離が小さくなるほど、上昇量が大きくなる傾向がある。このばらつきは、反響室内の音場の不均一性（実際には反響室内は完全に一樣な音場とはならない）によるものと考えられる。1/4 波長以上の正規化距離（横軸で 0.25 以上）であれば、音圧上昇とばらつきが同程度となり、顕著な上昇が見られないことが分かる。

また、図 M-5 で、反響室床面とパネル供試体の結果と比較すると、実験値はパネル供試体の方が若干低めの値となっている。これは、弾性体であるパネル供試体の透過・吸音等のためであると考えられる。また、理論解と実験値を比較する（図 M-6, M-7）と、実験値は理論解と概ね同傾向を示していることが確認できる。理論値と比較して実験値の方が若干大きな値となっているが、これは反射波の影響であると考えられる。

以上のように、音場の境界（反響室壁面、床面、供試体）での音圧上昇について、実験及び理論により検討し、供試体やマイクロホンの音場境界からの距離条件についての技術的根拠を示した。

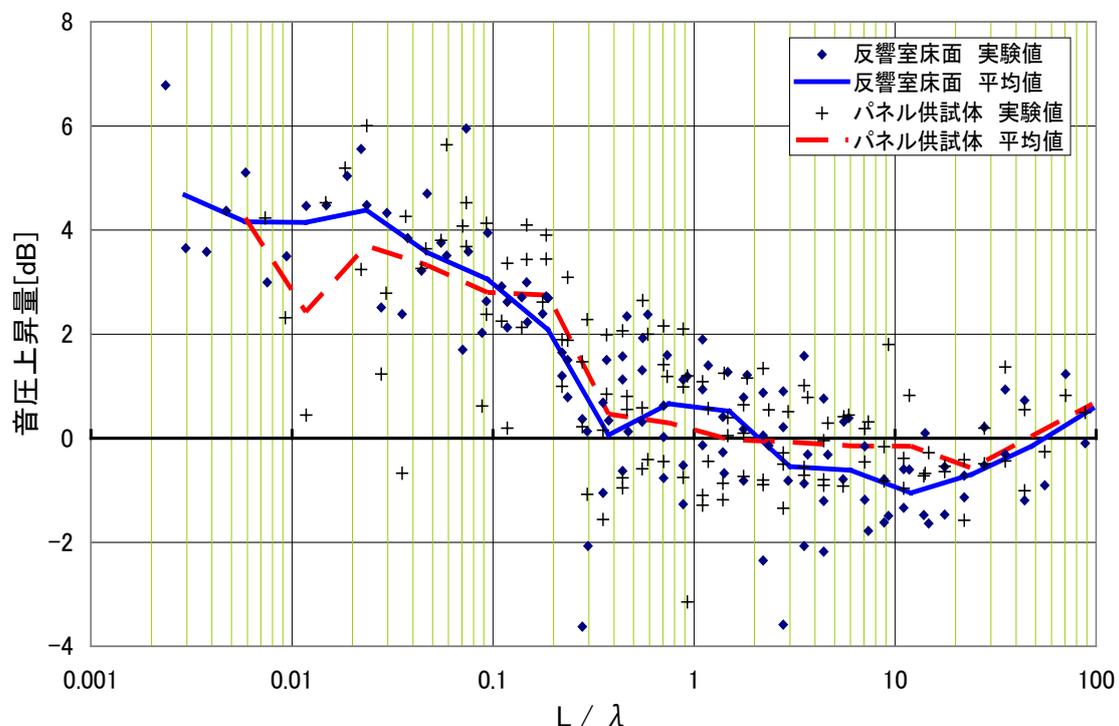


図 M-5 実験結果（正規化距離と音圧上昇量の関係）

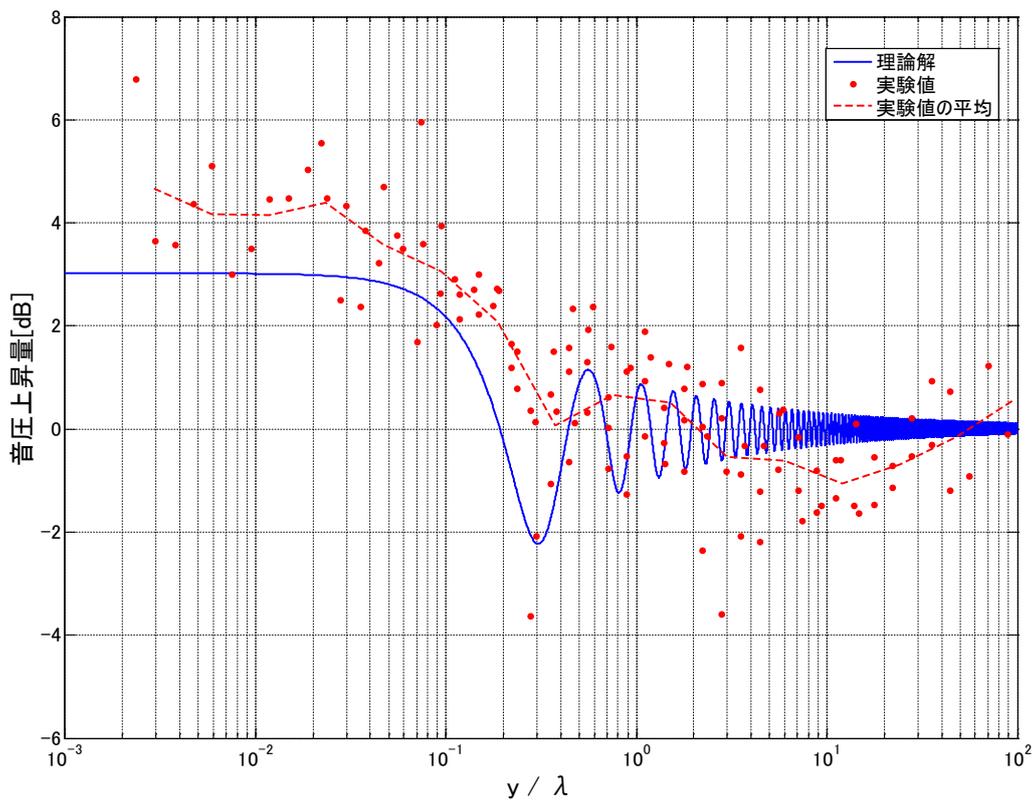


図 M-6 実験結果と理論解の比較 (実験結果：反響室床面)

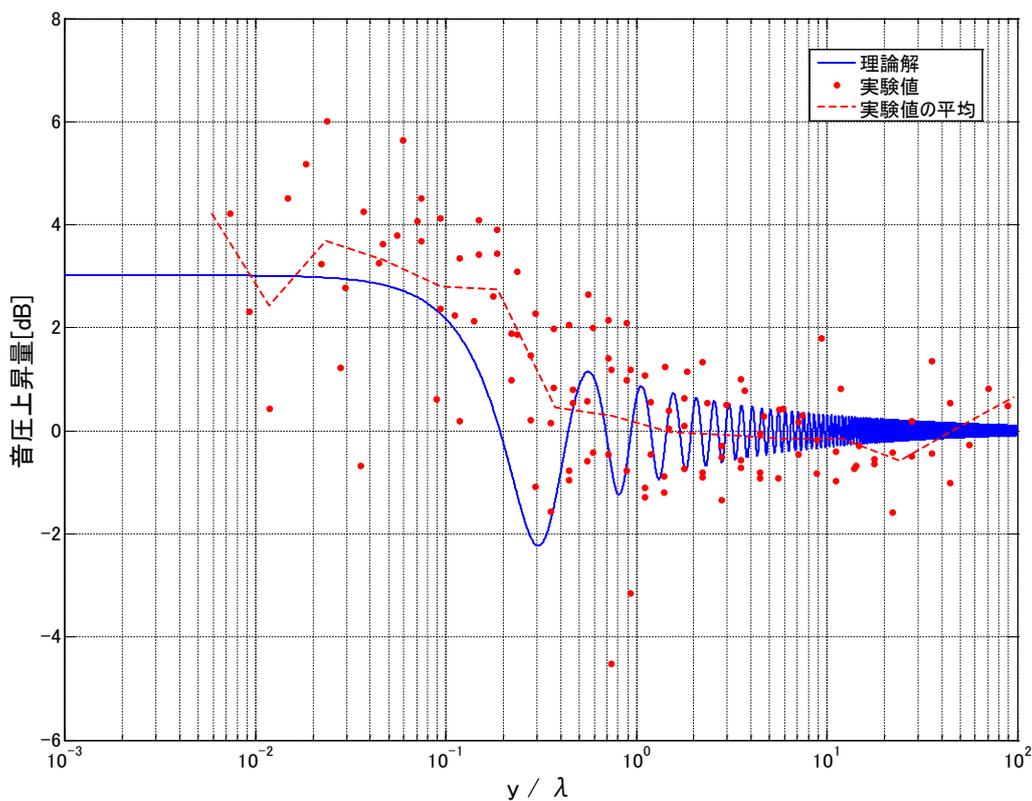


図 M-7 実験結果と理論解の比較 (実験結果：パネル供試体)

Appendix N 音響試験中の治具の振動

本項では、音響試験中に治具に発生する振動レベルを見積もる簡易的な計算方法を示す。合わせて、既に製作済みの治具の音響試験結果から、治具の振動の影響を簡易的に見積もる方法を示す。但し、厳密に音響試験中の治具の振動について検討する必要がある場合は、有限要素法等を用いて検討する必要がある。

N.1 治具の振動の影響を簡易的に見積もる方法

図 N-1 に、反響室内に設置した治具と供試体の簡易モデルを示す。本項で示す簡易的な方法では、供試体及び治具をそれぞれ 1 自由度系モデルで表現する。

供試体単体及び治具単体に音圧を負荷した時のそれぞれの応答加速度の実効値を $\ddot{x}_{sa\ rms}$ 、 $\ddot{x}_{ja\ rms}$ とする。また、治具の振動 $\ddot{x}_{ja\ rms}$ に伴う供試体の応答加速度を $\ddot{x}_{sv\ rms}$ とする。図 N-1 に示すとおり、 $\ddot{x}_{sa\ rms}$ と $\ddot{x}_{sv\ rms}$ の比から、音響負荷による振動がどの程度支配的かということの評価することができる。例えば、 $\ddot{x}_{sa\ rms}$ と $\ddot{x}_{sv\ rms}$ の比が十分に大きければ、音響負荷による振動が支配的で、治具の振動の影響は殆ど無視できると考えることができる。

はじめに、供試体単体に音圧を負荷した場合を考える。反響室内へ負荷する音圧のパワースペクトル密度を PSD_a とすると、供試体の音響応答加速度の実効値 $\ddot{x}_{sa\ rms}$ は Appendix C の式(C-3)及び 5.5 項の式(5-6)に示す Miles の式より、次式となる。

$$\ddot{x}_{sa\ rms} = \sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q_s \times PSD_a \times \frac{S_s^2}{M_s^2}} \quad (N-1)$$

ここで、 S_s 、 M_s 、 Q_s は、それぞれ供試体の音響負荷表面積、質量、共振倍率である。負荷する音圧は 1/1 や 1/3 オクターブバンドの音圧レベル(dB)で規定されることが多いが、その音圧レベル L から PSD_a は、Appendix C の式(C-4)で求めることができる。

$$PSD_a = \frac{p_0^2 \times 10^{L/10}}{0.232 f_c} \quad (N-2)$$

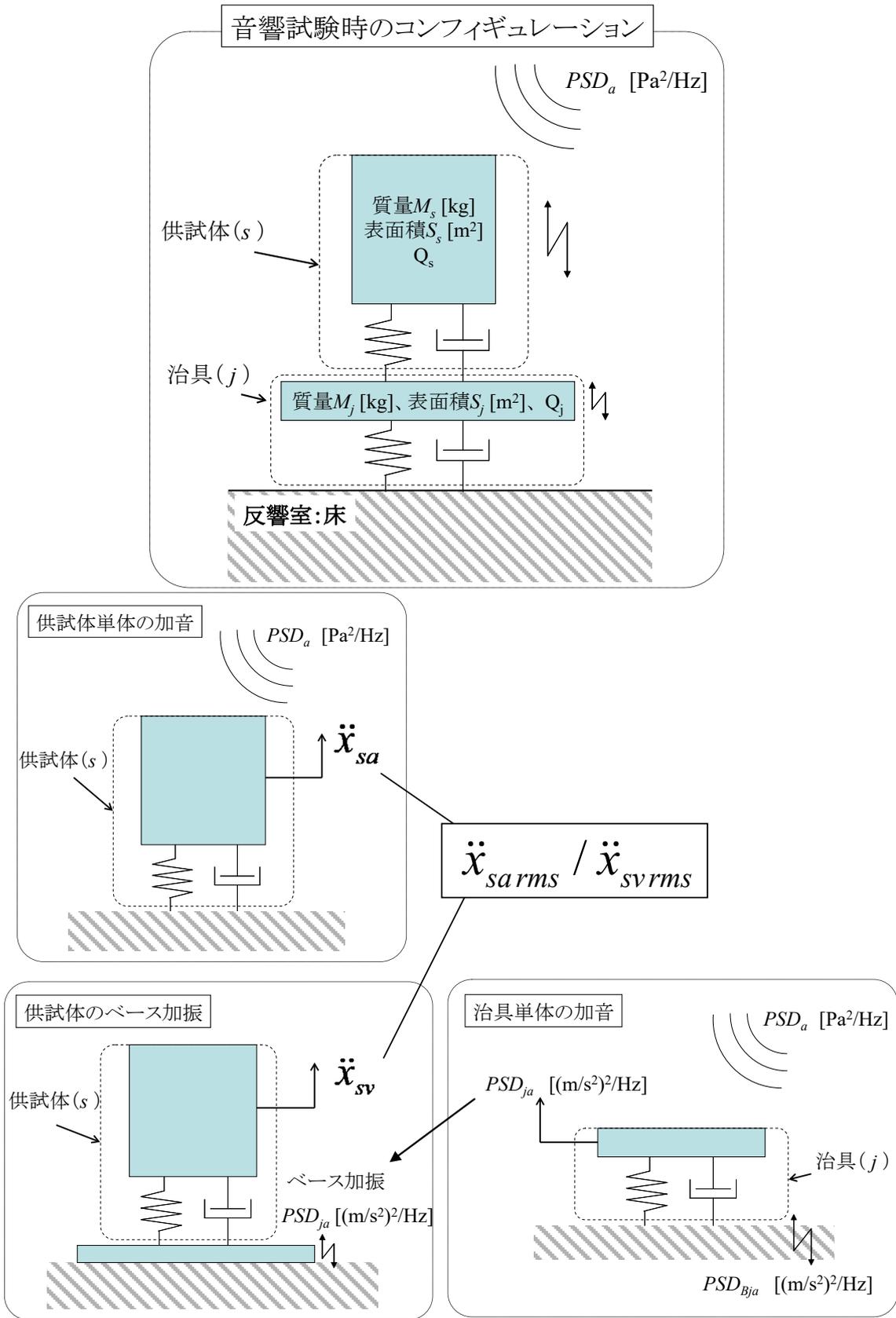


図 N-1 治具と供試体の簡易モデル

次に、治具単体に音圧を負荷した場合を考える。治具単体に音圧を負荷した場合、音響負荷と同等な振動が得られるベース加振の等価加速度のパワースペクトラム密度 PSD_{Bja} は、Appendix C の式(C-3)で示すとおり次式となる。

$$PSD_{Bja} = PSD_a \times \frac{S_j^2}{M_j^2} \quad (N-3)$$

治具を PSD_{Bja} でベース加振する場合、1 自由度系の最大振動応答 PSD_{ja} は治具の共振周波数で発生する。共振周波数においては PSD_{ja} と PSD_{Bja} は次式の関係を持つ。

$$PSD_{ja} = PSD_{Bja} \times Q_j^2 \quad (N-4)$$

式(N-3)を式(N-4)へ代入して、 PSD_{ja} と PSD_a の関係を得る。

$$PSD_{ja} = PSD_a \times \frac{S_j^2}{M_j^2} \times Q_j^2 \quad (N-5)$$

ここで、 S_j 、 M_j 、 Q_j は、それぞれ治具の音響負荷面積、質量、共振倍率である。供試体が治具の振動 PSD_{ja} でベース加振された時の加速度応答の実効値 $\ddot{x}_{sv\ rms}$ は、式(N-5)及び Miles の式 (5.5 項 式(5-6)) より、次式となる。

$$\ddot{x}_{sv\ rms} = \sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q_s \times PSD_{ja}} = \sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q_s \times PSD_a \times \frac{S_j^2}{M_j^2} \times Q_j^2} \quad (N-6)$$

式(N-1)及び式(N-6)から、供試体の音響応答加速度の実効値 $\ddot{x}_{sa\ rms}$ と治具の振動に伴う供試体の応答加速度 $\ddot{x}_{sv\ rms}$ の比を計算すると次式となる。

$$\frac{\ddot{x}_{sa\ rms}}{\ddot{x}_{sv\ rms}} = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q_s \times PSD_a \times \frac{S_s^2}{M_s^2}}}{\sqrt{\frac{\pi}{2} f_n Q_s \times PSD_a \times \frac{S_j^2}{M_j^2} \times Q_j^2}} = \left(\frac{M_j}{S_j} \right) \frac{1}{Q_j} \quad (N-7)$$

ここで、質量と音響負荷表面積の比 (M/S) を音響負荷面密度とする。

式(N-7)から、治具の振動が無視できる治具の設計条件 $\ddot{x}_{sa\ rms} \gg \ddot{x}_{sv\ rms}$ として、以下の2つの条件を満たす必要があることがわかる。即ち、

- (1) 治具の音響負荷面密度を大きくする
- (2) 治具の共振倍率を小さくする

である。また、式(N-7)を用いることで、治具の設計条件を簡易的に計算することができる。例えば、治具の振動による供試体の振動を、音響負荷による供試体の振動の-10dB（リニアでは1/3）以下にしたければ、 $\ddot{x}_{sa\ rms} / \ddot{x}_{sv\ rms} \geq 3$ を式(N-7)に代入し、式(N-7)が成立するように治具を設計すればよい。また供試体と治具の面密度及び治具の共振倍率が既知であれば、音圧による振動がどの程度支配的かを見積もることもできる。

また、治具の質量と比較して供試体の質量が大きい場合、供試体を搭載した状態の治具の応答加速度(\ddot{x}'_{ja})は、治具の単体加音時の応答加速度(\ddot{x}_{ja})よりも小さくなる。どの程度小さくなるかについては、Appendix G の式(G-10)式を用いて次式の通り見積もることができる。

$$\ddot{x}'_{ja} = \frac{M_j}{M_j + M_s} \ddot{x}_{ja} \leq \ddot{x}_{ja} \quad (\text{N-8})$$

式(N-8)で示すとおり、 \ddot{x}'_{ja} は \ddot{x}_{ja} よりも小さくなる。従って、式(N-7)の結果は、安全側の評価となる。

N.2 治具振動の影響の検証例

本項では、既に製作済みの治具について、音響試験中の治具の振動の影響を簡易的に見積もる方法を示す。尚、この方法で簡易計算を行うためには、治具単体の音響試験が必要である。

はじめに、治具単体の音響試験を実施して PSD_{ja} （治具上の応答加速度）と PSD_a （負荷する音圧）を測定する。続いて、実測した治具上の応答加速度 PSD_{ja} と負荷する音圧 PSD_a から、供試体の音響応答加速度の実効値 $\ddot{x}_{sa\ rms}$ と治具の振動に伴う供試体の応答加速度 $\ddot{x}_{sv\ rms}$ を求める。但し、実測した PSD_{ja} と PSD_a は、5.5 項に示す Miles の式の使用条件（ PSD の値が周波数に対して激しい変化が無いこと）を満たさないため、 PSD_{ja} と PSD_a の RRS 解析（詳細は Appendix P を参照のこと）から、 $\ddot{x}_{sa\ rms}$ と $\ddot{x}_{sv\ rms}$ を求める。

RRS 解析結果と式(N-7)から、音響負荷による振動が支配的で治具の振動を無視することができる条件を表すと、次式となる。

$$\frac{\ddot{x}_{sa\ rms}}{\ddot{x}_{sv\ rms}} = \frac{RRS_a \times \frac{S_s}{M_s}}{RRS_{ja}} \gg 1 \quad (\text{N-9})$$

RRS_{ja} 、 RRS_a はそれぞれ、 PSD_{ja} 、 PSD_a のRRS解析結果である。次に、式(N-9)を供試体の音響負荷面密度について式を整理する。

$$\frac{M_s}{S_s} \ll \frac{RRS_a}{RRS_{ja}} \quad (\text{N-10})$$

式(N-10)の左辺（供試体の音響負荷面密度）が、右辺（実測値により求めたRRSの比）よりも十分小さければ、音響負荷による振動が支配的で、治具の振動を無視することができることを示している。

実例として、筑波宇宙センター1600m³音響試験設備に準備されているかさ上げ治具（質量約1,800kg）に供試体を設置し、H-IIAスペックで音響試験を実施する場合を考える。

かさ上げ治具のみの状態でH-IIAスペックによる音響試験を実施し、かさ上げ治具上（搭載インタフェース部）の各軸（x, y, z軸）の応答加速度(PSD_{ja})を実測した。負荷音圧の実測結果(PSD_a)を図N-2に、応答加速度(PSD_{ja})の実測結果を図N-3に示す。また、式(N-10)右辺の計算結果を図N-4に示す。RRS解析のQ値については、宇宙機で良く用いられる $Q = 10$ を用いた。

例えば、大型衛星（ $H = 5.0[\text{m}]$, $W = 2.0[\text{m}]$, $D = 2.0[\text{m}]$ ）（ $S_s = 48[\text{m}^2]$ ）、 $M_s = 3,000[\text{kg}]$ 、面密度：62.5kg/m²）をこのかさ上げ治具に設置してH-IIAスペックで音響試験を実施する場合を考える。図N-4から、このかさ上げ治具のRRSの比が200以上であり、供試体の音響負荷面密度(62.5)の約3倍である。従って、 $\ddot{x}_{sv\ rms}$ は $\ddot{x}_{sa\ rms}$ の1/3（約-10dB）程度である（図N-4中の点線）ということが分かる。

上記の例のように、このかさ上げ治具を用いて図N-2に示す加音条件（ PSD_a ）で音響試験を実施する場合、供試体の面密度と図N-4から、音圧による供試体の振動が治具の振動による振動応答と比較してどの程度の大きさとなるかを見積もることができる。但し、この例のようにかさ上げ治具の質量（約1,800kg）と比較して供試体の質量が大きい(3,000kg)場合は、式(N-8)で示したとおり供試体の質量による減衰が働くので、図N-4の結果は安全側の評価となる。

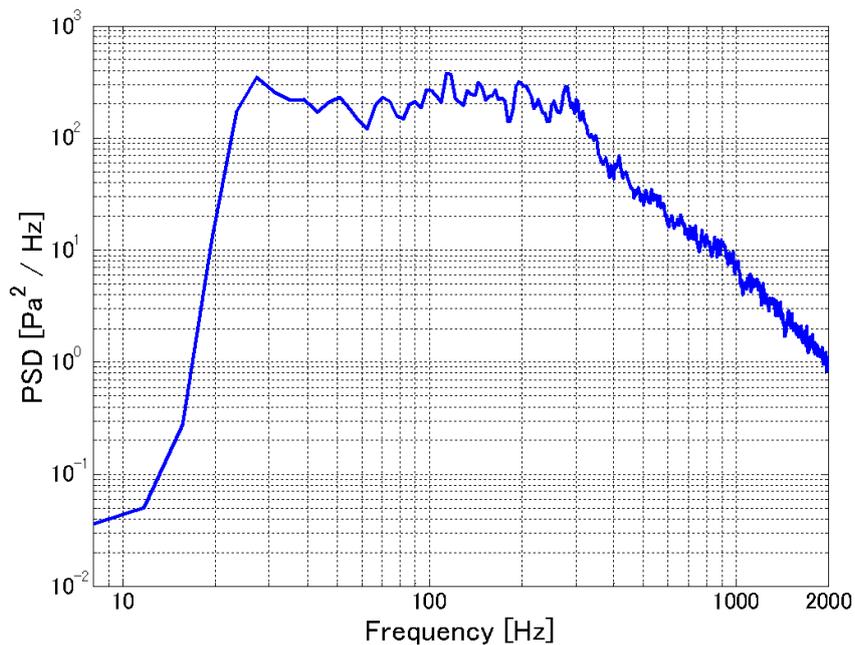


図 N-2 負荷音圧の実測結果(PSD_a)

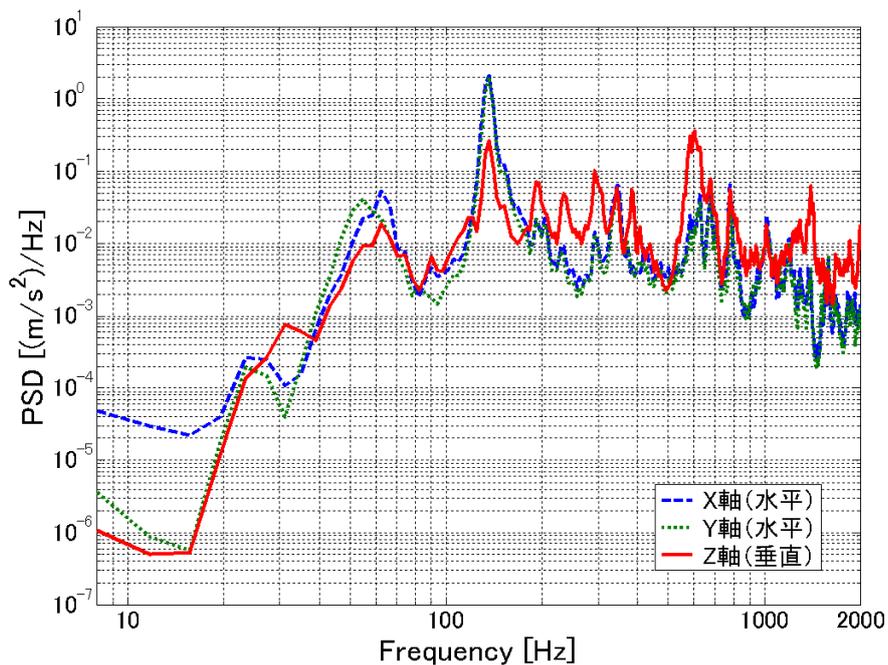


図 N-3 かさ上げ治具上の各軸 (x, y, z 軸) の応答加速度(PSD_{ja})

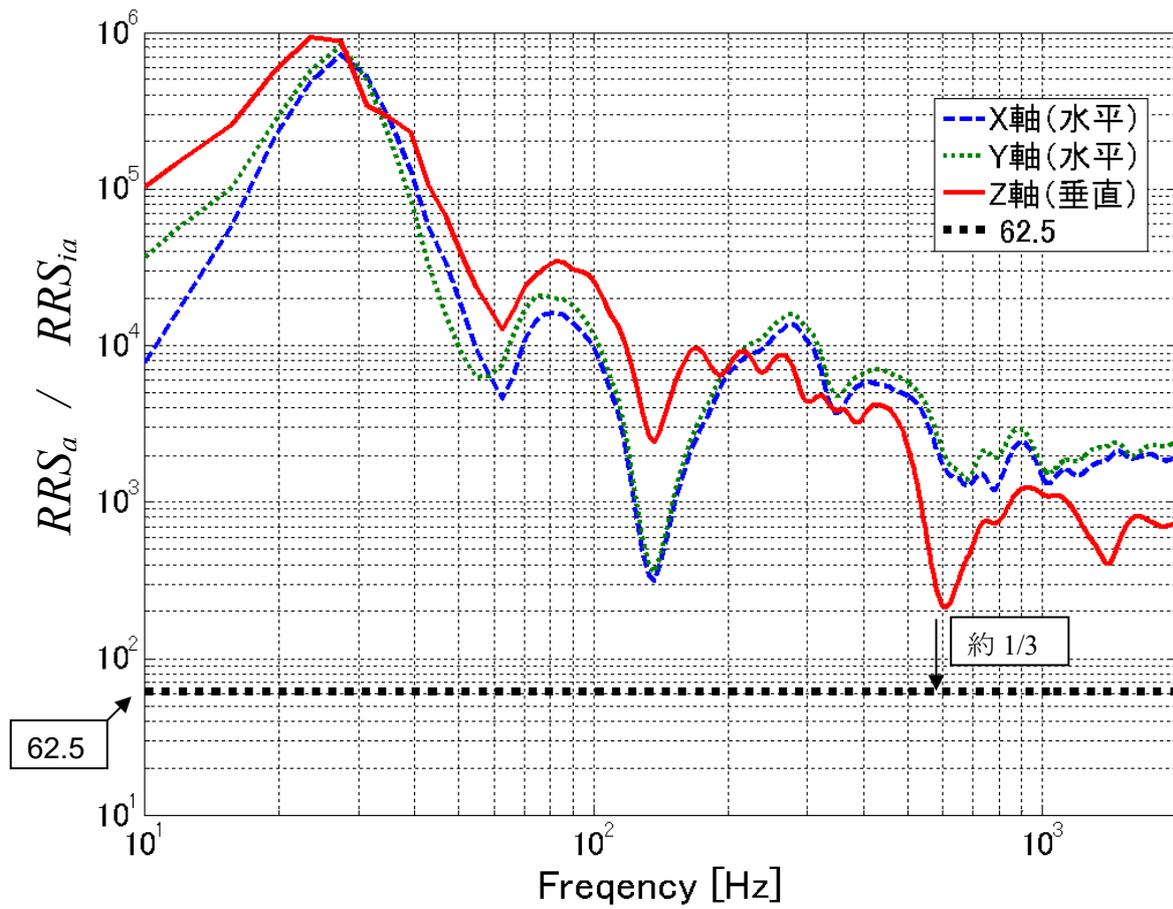


図 N-4 式(N-10)右辺の計算結果

Appendix P RRS 解析の定義

RRS(Random Response Spectrum)は1自由度系に加速度 PSD を入力したとき、応答の実効値を求める方法である。RRS 解析の出力として、1自由度系の相対変位（質量の変位と入力変位の差）や絶対加速度の実効値として定義がある。RRS は計測加速度と環境条件との加速度実効値の相対比較であるため、いずれの定義でもこれらの相対関係が変わらないことを説明する。

1 自由度系に加速度 PSD(\ddot{Y}_{psd})が入力された時に、質量の相対変位や絶対加速度などの応答実効値 A_{rms} は、1 自由度系（固有角周波数 ω_n 、減衰係数比 ξ_n ）の伝達関数 $|H(\omega, \omega_n, \xi_n)|$ を用いて、式(P-1)に示す積分で書ける。

$$A_{rms}^2(\omega_n, \xi_n) = \int_0^{\infty} |H(\omega, \omega_n, \xi_n)|^2 \ddot{Y}_{psd}(\omega) d\omega \quad (P-1)$$

ここで、1 自由度系の伝達関数は、求められる物理量によって計算式が異なる。質量の相対変位（添字 d ）と絶対加速度（添字 a ）に対する伝達関数は、次の式(P-2), (P-3)である。

$$|H_d(\omega, \omega_n, \xi_n)|^2 = \frac{1}{\omega_n^4} \left[\frac{1}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right\}^2 + (2\xi_n \frac{\omega}{\omega_n})^2} \right] \quad (P-2)$$

$$|H_a(\omega, \omega_n, \xi_n)|^2 = \left[\frac{1}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right\}^2 + (2\xi_n \frac{\omega}{\omega_n})^2} \right] + \left[\frac{(2\xi_n \frac{\omega}{\omega_n})^2}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right\}^2 + (2\xi_n \frac{\omega}{\omega_n})^2} \right] \quad (P-3)$$

式(P-3)の右辺第1項と第2項の比較($Q=10$)を図 P-1 に示す。横軸は、共振周波数 ω_n に対する正規化周波数($r = \omega / \omega_n$)であり、縦軸は絶対加速度二乗の大きさ、 $Hs2$ は第1項、 $Hr2$ は第2項、 H_a は $Hs2 + Hr2$ である。第1項 $Hs2$ は第2項 $Hr2$ より非常に大きいため、式(P-3)は、式(P-4)に示す加速度の伝達関数で近似することが出来る。

$$|H_a(\omega, \omega_n, \xi_n)|^2 \approx \frac{1}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right\}^2 + (2\xi_n \frac{\omega}{\omega_n})^2} \quad (P-4)$$

よって、式(P-2)と式(P-4)は、定数倍($1/\omega_n^4$)の違いであるため、1 自由度系の相対変位 x_{rms} と絶対加速度 \ddot{x}_{rms} は定数倍の関係となる。即ち、

$$\ddot{x}_{rms}(\omega_n, \xi_n) = \omega_n^2 x_{rms}(\omega_n, \xi_n) \quad (P-5)$$

である。従って RRS の計算目的である相対比較では同じ結果が得られることになる。

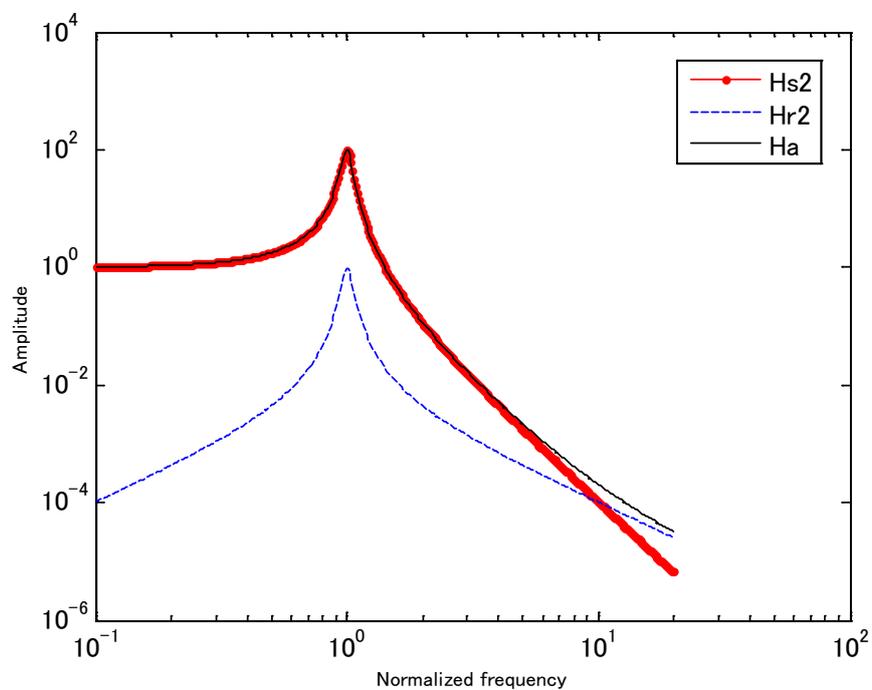


図 P-1 1 自由度系の絶対加速度伝達関数の比較

Appendix R 音響試験公差の比較

一般的に、音響試験公差の要求を各周波数帯で一律同値にすると、低及び高周波数帯では、音響試験設備の制御性が悪いため、公差の要求を満足することが困難である。音圧の制御性については4.1.1項及び4.2項を参照のこと。

表 R-1 に国内外試験標準[R-1]～[R-5]の公差比較結果を示す。それぞれ多少の差異はあるものの、いずれも 31.5Hz、4000Hz 帯及び 8000Hz 帯について緩和されている。また、表には記載されていないが、ロシア製ロケットによる打ち上げ環境条件は ESA や NASA の規定と同様に 2000Hz 帯までしか規定がない。

公差を緩和することにより、実効値（オーバーオール）が変化してしまうことが懸念されるが、一般に、音響試験条件は 125Hz 帯～1000Hz 帯が最も大きく、低及び高周波数帯は最も大きい周波数帯の音圧レベルと比べて 10～20dB 小さい場合が多い。そのため、公差を緩和した周波数帯の音圧レベルが変動しても、実効値には影響しない。

2002 年以降に筑波宇宙センターで実施された 17 の試験条件について、低及び高周波数帯の公差を緩和した試験条件と当初の試験条件との上限値及び下限値における実効値を比較した。その結果、上限値での実効値の増加は平均で 0.536dB、下限値での実効値の減少は平均で 0.188dB であった。

表 R-1 音響試験公差の比較結果

周波数帯 (1/1 オクターブバンド)	JERG-2-130A [R-1]		NASA-STD-7001A [R-2]		ECSS-E-ST10-03C [R-3]		MIL-STD-1540E [R-4]	
	公差 +	公差 -	公差 +	公差 -	公差 +	公差 -	公差 +	公差 -
31.5	+5	-5	-	-	+4	-2	+5	-5
63	+3	-1	+3	-3	+3	-1	+3	-3
125	+3	-1	+3	-3	+3	-1	+3	-3
250	+3	-1	+3	-3	+3	-1	+3	-3
500	+3	-1	+3	-3	+3	-1	+3	-3
1000	+3	-1	+3	-3	+3	-1	+3	-3
2000	+3	-1	+3	-3	+3	-1	+3	-3
4000	+5	-5	-	-	-	-	+5	-5
8000	+5	-5	-	-	-	-	+5	-5
O.A.	+1.5	-1.5	+1	-1	+2	-2	+1.5	-1.5

R.1 参考文献

- [R-1] JERG-2-130A, 宇宙機一般試験標準 (2017) .
- [R-2] NASA-STD-7001A, *Payload Vibroacoustic Test Criteria*, (2011-1).
- [R-3] ECSS-E-ST-10-03C, *Space engineering Testing*, (2012-1).
- [R-4] MIL-STD-1540E, *Test Requirements for Launch, Upper-Stage, and Space Vehicles*, (2006-9).

Appendix S ジョイントアクセプタンスを用いた簡易音響振動解析

S.1 解析理論

ジョイントアクセプタンスを用いた簡易音響振動解析について、以下に詳細理論を示す。
図 S-1 に示す構造系（平板を想定）の r 次モードの運動方程式は式(S-1)で書ける。

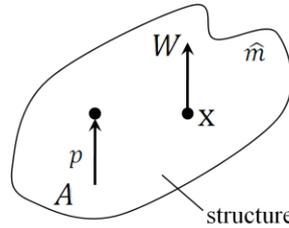


図 S.1 外力を受ける構造系

$$\ddot{w}_r + 2\zeta_r \omega_r \dot{w}_r + \omega_r^2 w_r = \frac{L_r}{\Lambda_r} \quad (\text{S-1})$$

ここで、 w_r はモード変位、 ω_r は固有角周波数、 ζ_r は減衰比である。また、 L_r はモーダルフォース、 Λ_r は正規化に関する定数（モーダル質量）であり、角周波数 ω の関数として表現すると以下のようなになる。

$$L_r = \int_A \varphi_r(\mathbf{x}) p(\mathbf{x}, t) dx, \quad L_r(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_A \varphi_r(\mathbf{x}) p(\mathbf{x}, t) e^{-j\omega t} dx dt \quad (\text{S-2})$$

$$\Lambda_r = \int_A \hat{m} \varphi_r^2(\mathbf{x}) dx \quad (\text{S-3})$$

ここで、 $L_r(\omega)$ は L_r のフーリエ変換、 $p(\mathbf{x}, t)$ はランダム外力（音圧でも力でもよい）、 φ_r はモード形状、 \hat{m} は面密度である。 $Z_r(\omega)$ を式(S-4)で定義すれば、周波数領域で構造系の点 \mathbf{x} における変位 $W(\mathbf{x})$ は式(S-5)となる。

$$Z_r(\omega) = -\omega^2 + j2\zeta_r \omega_r \omega + \omega_r^2 \quad (\text{S-4})$$

$$W(\mathbf{x}) = \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{L_r(\omega)}{\Lambda_r Z_r(\omega)} \varphi_r(\mathbf{x}) \right) \quad (\text{S-5})$$

この時、変位 $W(\mathbf{x})$ のパワースペクトル密度 $S_W(\mathbf{x}, \omega)$ は式(S-6)となる。

$$\begin{aligned}
 S_W(x, \omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|W(x, \omega)|^2}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left\{ \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{L_r(\omega)}{\Lambda_r Z_r(\omega)} \varphi_r(x) \right) \cdot \sum_{s=1}^{\infty} \left(\frac{L_s^*(\omega)}{\Lambda_s Z_s^*(\omega)} \varphi_r(x) \right) \right\} \\
 &= \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{S_{L_r}(\omega)}{\Lambda_r^2 |Z_r(\omega)|^2} \varphi_r^2(x) \right) + \sum_{r \neq s} \sum_{s=1}^{\infty} \left(\frac{S_{L_s L_r}(\omega)}{\Lambda_r \Lambda_s Z_r(\omega) Z_s^*(\omega)} \varphi_r(x) \varphi_s(x) \right)
 \end{aligned} \tag{S-6}$$

$S_{L_r}(\omega)$ は L_r のパワースペクトル、 $S_{L_s L_r}(\omega)$ は L_r と L_s のクロスパワースペクトル、 T は時間であり、式(S-7)で表される。

$$S_{L_r}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|L_r(\omega)|^2}{T}, S_{L_s L_r}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{L_r(\omega) L_r^*(\omega)}{T} \tag{S-7}$$

以上から、変位のパワースペクトルを求めるためには、モード形状に加え、外力のパワースペクトルとクロスパワースペクトルを求める必要があることが分かる。これら2つのスペクトルの表現式は結局同等となるので、まず、パワースペクトルから求める。式(S-2)を式(S-7)の第一式に代入すると、式(S-8)となる。

$$\begin{aligned}
 S_{L_r}(\omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|L_r(\omega)|^2}{T} \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left\{ \left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_A \varphi_r(x) p(x, t) e^{-j\omega t} dx dt \right) \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_{A'} \varphi_r(x') p(x', t') e^{-j\omega t'} dx' dt' \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{S-8}$$

ここで、時間積分の範囲が $[-\infty, \infty]$ であることから、 $t - t' = \tau$ なる変数変換を行っても積分範囲に変更はなく、式(S-9)が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 S_{L_r}(\omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left\{ \left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_A \varphi_r(x) p(x, t) e^{-j\omega t} dx dt \right) \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_{A'} \varphi_r(x') p(x', t' + \tau) e^{-j\omega(\tau - t)} dx' dt' \right) \right\} \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_A \int_{A'} \varphi_r(x) p(x, t) p(x', t' + \tau) e^{-j\omega(\tau - t)} dt d\tau dx dx' \right)
 \end{aligned} \tag{S-9}$$

ここで、相互相関関数の定義から式(S-11)が成立するので式(S-9)は式(S-11)となる。

$$R_p(x, x', \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t) p(x, t + \tau) dt \tag{S-10}$$

$$S_{L_r}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|L_r(\omega)|^2}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_A \int_{A'} \varphi_r(x) R_p(x, x', \tau) \varphi_r(x') e^{-j\omega \tau} d\tau dx dx' \right) \tag{S-11}$$

$R_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \tau)$ は、構造上点 \mathbf{x} と \mathbf{x}' の外力に関する相互相関関数であり、時間 τ のずれがある場合の2点間の外力の相関を示す。さらに、式(S-12)に示す相互相関関数とクロススペクトル密度を関係付けるウイナー・ヒンチンの定理から式(S-11)の被積分項はさらに簡略化され、式(S-13)となる。

$$S_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (\text{S-12})$$

$$S_{L_r}(\omega) = \int_A \int_{A'} \varphi_r(\mathbf{x}) S_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) \varphi_r(\mathbf{x}') dx dx' \quad (\text{S-13})$$

ここで、 $S_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$ は構造上の点 \mathbf{x} と \mathbf{x}' における外力クロススペクトル密度である。この式(S-13)は2点のモード振幅にクロススペクトルを乗じ、重積分を行ったものになっている。以上の式(S-8)から(S-13)の導出にはモード形状に対し、演算を施していないため、 $S_{L_s L_r}(\omega)$ は全く同様に、式(S-14)となる。

$$S_{L_r L_s}(\omega) = \int_A \int_{A'} \varphi_r(\mathbf{x}) S_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) \varphi_s(\mathbf{x}') dx dx' \quad (\text{S-14})$$

ジョイントアクセプタンス $j_{rr}(\omega)$ 、 $j_{rs}(\omega)$ は、式(S-13)、(S-14)について次の正規化を行ったもので定義される[S-1]。ここで、 $S_p(\omega)$ は任意の点における外力のパワースペクトルである。

$$j_{rr}(\omega) = \frac{1}{A^2} \int_A \int_{A'} \varphi_r(\mathbf{x}) C_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) \varphi_r(\mathbf{x}') dx dx' \quad (\text{S-15})$$

$$j_{rs}(\omega) = \frac{1}{A^2} \int_A \int_{A'} \varphi_r(\mathbf{x}) C_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) \varphi_s(\mathbf{x}') dx dx' \quad (\text{S-16})$$

$$S_{L_r}(\omega) = A^2 S_p(\omega) j_{rr}(\omega), \quad S_{L_r L_s}(\omega) = A^2 S_p(\omega) j_{rs}(\omega) \quad (\text{S-17})$$

また、式(S-15)、(S-16)中の $C_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = S_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) / S_p(\omega)$ は音場の正規化クロススペクトルである。拡散音場の場合を考えると、拡散音場は等質・等方な音場であるため、2点間の距離のみに依存すると考えれば、 $C_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$ は式(S-18)で表わされる[S-2]。

$$C_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \frac{\sin(k_0 |\mathbf{x}' - \mathbf{x}|)}{k_0 |\mathbf{x}' - \mathbf{x}|} = \text{sinc}(k_0 |\mathbf{x}' - \mathbf{x}|) \quad (\text{S-18})$$

ここで、 k_0 は音場の波数である ($k_0 = \omega / c_0$ 、 c_0 : 音速)。 $\text{sinc}(0)$ は特異点であるが、値は1をとる。以上より、ジョイントアクセプタンスを用いると、変位のパワースペクトル式(S-6)は式(S-19)となる。

$$S_w(x, \omega) = \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{A^2 S_p(\omega) j_{rr}(\omega)}{\Lambda_r^2 |Z_r(\omega)|^2} \varphi_r^2(x) \right) + \sum_{r \neq s} \left(\frac{A^2 S_p(\omega) j_{rs}(\omega)}{\Lambda_r \Lambda_s Z_r(\omega) Z_s^*(\omega)} \varphi_r(x) \varphi_s(x) \right) \quad (\text{S-19})$$

以上から、外力のクロススペクトルが分かれば、式(S-15)、(S-16)からジョイントアクセプタンス $j_{rr}(\omega)$ が求められ、この $j_{rr}(\omega)$ を式(S-19)に代入すれば、構造上の点 x における変位のパワースペクトルが求められる。さらに、音響試験時の平板構造を考えると、音響試験条件として規定されるパワースペクトルは、構造遠方の音圧パワースペクトル密度 $S_{p_f}(\omega)$ である。ジョイントアクセプタンスの計算に用いる構造表面上の音圧パワースペクトル密度はブロック音圧となるため、遠方の音圧パワースペクトル密度の4倍となる。そのため、式(S-19)は式(S-20)のように表すことができる。

$$S_w(x, \omega) = \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{4A^2 S_{p_f}(\omega) j_{rr}(\omega)}{\Lambda_r^2 |Z_r(\omega)|^2} \varphi_r^2(x) \right) + \sum_{r \neq s} \left(\frac{4A^2 S_{p_f}(\omega) j_{rs}(\omega)}{\Lambda_r \Lambda_s Z_r(\omega) Z_s^*(\omega)} \varphi_r(x) \varphi_s(x) \right) \quad (\text{S-20})$$

なお、ジョイントアクセプタンスは無次元化されたモーダルフォースのパワースペクトル密度と考えることができ、ある外力が加わったときに構造がどれくらい加振されやすいか（加振効率）を各モードに対して示していると言える。

S.2 応答解析の簡易化

式(S-20)に示す応答解析の簡易化を示す。低周波数における r 次モードの共振周波数において $1/|Z_r(\omega)|^2 \gg 1/Z_r(\omega)Z_s^*(\omega)$ と仮定すると、 $j_{rs}(\omega)$ を含む項は $j_{rr}(\omega)$ の項に比べて小さく無視できる。この時、応答加速度のパワースペクトルは式(S-21)となる。

$$S_A(x, \omega) \cong \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{4A^2 S_{p_f}(\omega) j_{rr}(\omega)}{\Lambda_r^2 |Z_r(\omega)|^2} \varphi_r^2(x) \omega^4 \right) \quad (\text{S-21})$$

さらに、モード密度の低い低周波数では、 r 次モードの応答に対する他のモードの影響は小さいとしてモード重ね合わせを無視すると、式(S-21)は式(S-22)となる。本式を用いることで、個別モードに対する拡散音場負荷時の加速度パワースペクトル密度を簡易に求めることができる。本式の適用例を図 S-2 示す。

$$S_w(x, \omega_r) \cong \frac{4A^2 S_{p_f}(\omega_r) j_{rr}(\omega_r)}{\Lambda_r^2 |Z_r(\omega_r)|^2} \varphi_r^2(x) \quad (\text{S-22})$$

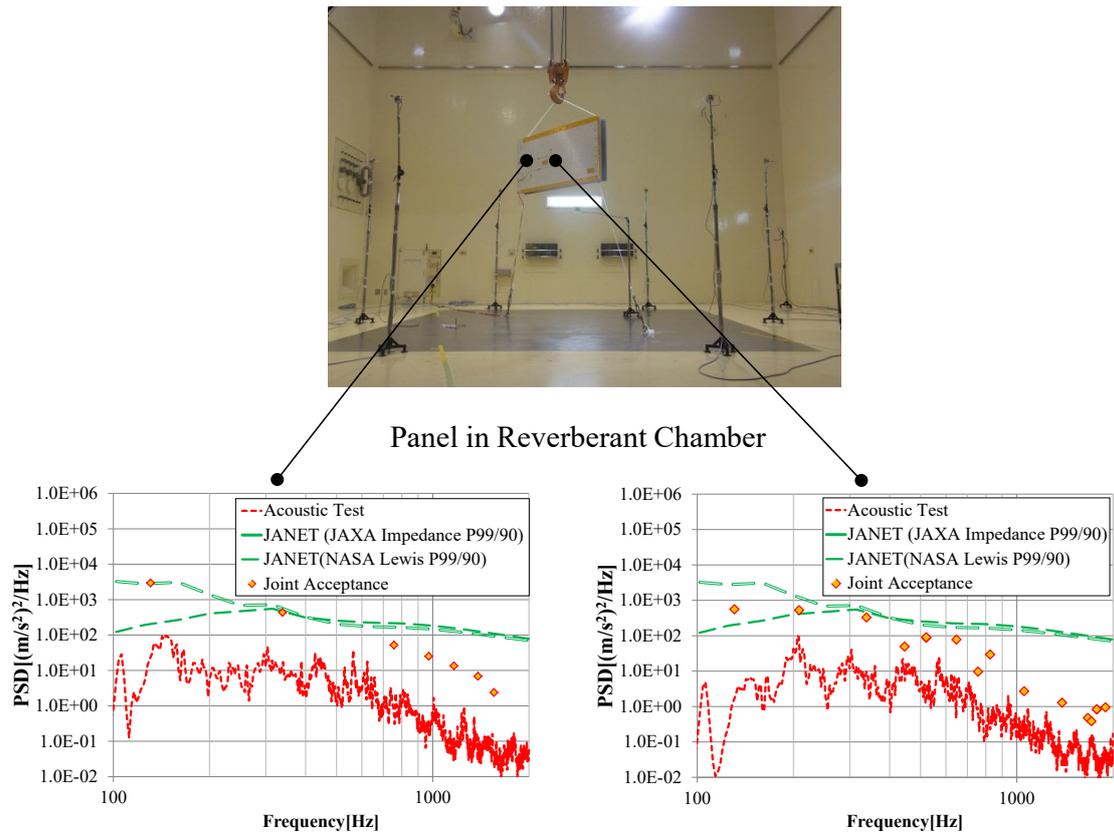


図 S.2 本手法の適用例

S.3 参考文献

- [S-1] Powell, A., On the Fatigue Failure of Structures due to Vibration Excited by Random Pressure Fields, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.30, No12 (1958)., pp1130-1135.
- [S-2] Morrow, C.T., Point-to-point Correlation of Sound Pressures in Reverberation Chambers, *Journal of Sound and Vibration*, No.16(1) (1971)., pp29-42.

Appendix T FEM-SEA 統合法

T.1 解析理論

FEM-SEA 統合法による音響振動解析について、詳細理論を示す。本手法では、まず音響系と構造系からなるシステム（解析対象）を考え、そのシステムを決定論的サブシステムと統計的サブシステムに分割する。決定論的サブシステムとは、挙動に不確定性が無く、FEM や BEM 等の決定論的手法で記述出来るサブシステムをさす。一方、統計的サブシステムとは、諸元や挙動に不確定性があり、SEA 等の統計的手法で記述出来るサブシステムをさす。このシステムの一例として、決定論的サブシステムを平板構造、統計的サブシステムを音響キャビティとするシステム（図 T-1 参照）を考える。

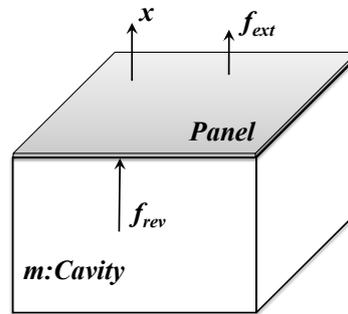


図 T-1 音響系と構造系からなるシステム

平板構造の面外物理変位を \boldsymbol{x} 、外力を \boldsymbol{f}_{ext} とすると、平板構造の運動方程式は、 \boldsymbol{D}_{tot} をシステムの動剛性行列、 \boldsymbol{f}_{rev} を音響キャビティによる力とすると、式(T-1)が成り立つ。

$$\boldsymbol{D}_{tot} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}_{ext} + \boldsymbol{f}_{rev} \quad (\text{T-1})$$

ここで、 \boldsymbol{D}_{tot} は平板構造の動剛性 \boldsymbol{D}_d のみならず、音響キャビティが存在することによる動剛性 \boldsymbol{D}_{dir} (=放射抵抗) も含んでおり、式(T-2)が成り立つ。

$$\boldsymbol{D}_{tot} = \boldsymbol{D}_d + \boldsymbol{D}_{dir} \quad (\text{T-2})$$

式(T-1)より、 \boldsymbol{x} のクロススペクトル $\langle \boldsymbol{S}_{xx} \rangle$ は式(T-3)、式(T-4)となる。 \boldsymbol{S}_{ext} は外力 \boldsymbol{f}_{ext} のクロススペクトルである。

$$\langle \boldsymbol{S}_{xx} \rangle = \boldsymbol{D}_{tot}^{-1} \langle \boldsymbol{S}_{ff} \rangle \boldsymbol{D}_{tot}^{-H} \quad (\text{T-3})$$

$$\langle \mathbf{S}_{ff} \rangle = \mathbf{S}_{ext} + \mathbf{f}_{ext} \langle \mathbf{f}_{rev}^H \rangle + \langle \mathbf{f}_{rev} \rangle \mathbf{f}_{ext}^H + \langle \mathbf{f}_{rev} \mathbf{f}_{rev}^H \rangle \quad (\text{T-4})$$

ここで、 $\langle \quad \rangle$ は、音響キャビティ（統計的サブシステム）がランダムに変化するときのアンサンブル平均操作を表し、 H は行列の共役転置操作を表す。統計的サブシステムが十分ランダムに変化するとき、式(T-4)の $\langle \mathbf{S}_{ff} \rangle$ は、式(T-5)、式(T-6)に漸近することが、波動論で証明されている[T-1]。 n 、 E 、 ω は、それぞれ、統計的キャビティのモード密度、エネルギー、角周波数である。

$$\langle \mathbf{S}_{ff} \rangle = \mathbf{S}_{ext} + \alpha \text{Im}(\mathbf{D}_{dir}) \quad (\text{T-5})$$

$$\alpha = \frac{4E}{\pi\omega n} \quad (\text{T-6})$$

式(T-5)の導出過程において式(T-7)を利用している。これは、統計的キャビティのエネルギーと決定論的平板の統計的キャビティへの放射に関する動剛性を関連付ける式で、「構造からの放射と反響場負荷の相反性」と呼ばれ[T-1]、限定した条件下「統計的サブシステムが十分拡散場である」で成立する[T-2]。この相反性は、固有値の出現がランダム行列のガウス直交アンサンブル(GOE、Gaussian Orthogonal Ensemble)に従う性質を利用している。

$$\langle \mathbf{f}_{rev} \mathbf{f}_{rev}^H \rangle = \frac{4E}{\pi\omega n} \text{Im}(\mathbf{D}_{dir}) \quad (\text{T-7})$$

式(T-3)、式(T-5)より、 $\langle \mathbf{S}_{xx} \rangle$ は式(T-8)となる。

$$\langle \mathbf{S}_{xx} \rangle = \mathbf{D}_{tot}^{-1} \{ \mathbf{S}_{ext} + \alpha \text{Im}(\mathbf{D}_{dir}) \} \mathbf{D}_{tot}^{-H} \quad (\text{T-8})$$

式(T-7)による相反性の導入によって、式(T-3)、(T-4)により表されるクロススペクトル $\langle \mathbf{S}_{xx} \rangle$ は式(T-8)のように大幅に簡略化される。また、 \mathbf{D}_{tot} 、 \mathbf{S}_{ext} 、 $\mathbf{D}_{dir}^{(m)}$ は平板構造の既知のパラメータであるから、未知数 α を求めることで、 $\langle \mathbf{S}_{xx} \rangle$ が求められる。

T.2 統合法を用いた宇宙機の音響振動解析

拡散音場により加振される宇宙機の音響振動問題への統合法の適用を示す。拡散音場により加振される宇宙機の機器搭載パネルを例とする。パネルが音響加振のみを受ける際の応答は、外力 \mathbf{f}_{ext} はゼロであり、式(T-4)において \mathbf{S}_{ext} はゼロであるから、式(T-9)が成り立つ。

$$\langle \mathbf{S}_{ff} \rangle = \mathbf{D}_{tot}^{-1} \{ \alpha \text{Im}(\mathbf{D}_{dir}) \} \mathbf{D}_{tot}^{-H} \quad (\text{T-9})$$

拡散音場は、統計的に定義されるエネルギー音場であり、その音場は統計的サブシステムと考えることが出来る。したがって、 E はサブシステムのエネルギーであり、 n はキャビティのモード密度を表していることから、SEA で用いる式(T-10)、(T-11)に置き換える事ができ[T-1]、拡散音場空間の体積を V_{rev} とすると、 α は式(T-12)の様になる。

$$E = \frac{\langle \bar{p}^2 \rangle V_{rev}}{\rho_0 c_0^2} \quad (\text{T-10})$$

$$n(\omega) = \frac{V_{rev} \omega^2}{2\pi^2 c_0^3} \quad (\text{T-11})$$

$$\alpha = \frac{4E}{\pi \omega n} = \frac{4(\langle \bar{p}^2 \rangle V_{rev} / \rho_0 c_0^2)}{\pi \omega (\omega^2 V_{rev} / 2\pi^2 c_0^3)} = \frac{8\pi c_0 \langle \bar{p}^2 \rangle}{\rho_0 \omega^3} \quad (\text{T-12})$$

式(T-9)、(T-12)より、 \mathbf{x} のクロススペクトルは式(T-13)と求められる。この式には構造と音響の連成が含まれているが、バッフルされた構造の応答であることに注意する必要がある。

$$\langle \mathbf{S}_{xx} \rangle = \frac{8\pi c_0 \langle \bar{p}^2 \rangle}{\rho_0 \omega^3} \mathbf{D}_{tot}^{-1} \{ \text{Im}(\mathbf{D}_{dir}) \} \mathbf{D}_{tot}^{-H} \quad (\text{T-13})$$

次に、パネルのモード形状(構造数学モデル)を用いるため、モード座標を取り入れる。パネルの固有振動モード行列を Φ (j 行 k 列の行列)、モード変位を \mathbf{q} とすると、物理座標 \mathbf{x} とモード形状の関係 $\mathbf{x} = \Phi \mathbf{q}$ と式(T-1)から式(T-14)、(T-15)が成り立つ。

$$\Phi^T \mathbf{D}_{tot} \Phi \mathbf{q} = \Phi^T \mathbf{f}_{rev}^{(1)} \quad (\text{T-14})$$

$$\Phi^T \mathbf{D}_{tot} \Phi = \Phi^T (\mathbf{D}_d + \mathbf{D}_{dir}) \Phi = \Phi^T \mathbf{D}_d \Phi + \Phi^T \mathbf{D}_{dir}^{(1)} \Phi \quad (\text{T-15})$$

ここで、モード形状が、質量で正規化されているとすると、パネルの動剛性行列 $\Phi^T \mathbf{D}_d \Phi$ は、式(T-16)で与えられる。さらに、平板からの音響放射を考えると、音場の式 $p(\mathbf{x})$ はレイリー積分を用いて式(T-17)の放射面 S 、 S' における積分値と表すことができ、これを用いることで音響系の動剛性行列 $\Phi^T \mathbf{D}_{dir} \Phi$ (j 行 k 列の行列)は、式(T-18)と求まる。 r は平面上2点間の距離

$|x' - x|$ 、 k_0 は音場の波数であり、 j 行 k 列の行列成分を計算する。

$$\Phi^T D_a \Phi = \text{diag}(-\omega^2 + j2\zeta_j \omega_j \omega + \omega_j^2) \quad (T-16)$$

$$p(x) = \frac{-\omega^2 \rho}{2\pi} \int_S \frac{\varphi_j(x') \exp(-ik_0 r)}{r} dx' \quad (T-17)$$

$$\Phi^T D_{dir} \Phi = \int_S \varphi_j(x') p(x) dx' = \frac{-\omega^2 \rho}{2\pi} \int_{S'} \int_S \frac{\exp(-ik_0 r)}{r} \varphi_j(x) \varphi_k(x') dx dx' \quad (T-18)$$

式(T-13)、(T-15)、(T-16)、(T-18)から、モード変位のクロススペクトルのアンサンブル平均 $\langle S_{qq} \rangle$ が算出でき、これを式(T-19)により物理座標のクロススペクトルに変換することで、物理座標の応答変位を計算することができ、式(T-20)により応答加速度パワースペクトル密度 $\langle S_{aa} \rangle$ を計算することができる。本手法の適用例を図 T-2 に示す。

$$\langle S_{xx} \rangle = \Phi \langle S_{qq} \rangle \Phi^T \quad (T-19)$$

$$\langle S_{aa} \rangle = \omega^4 \times \langle S_{xx} \rangle \quad (T-20)$$

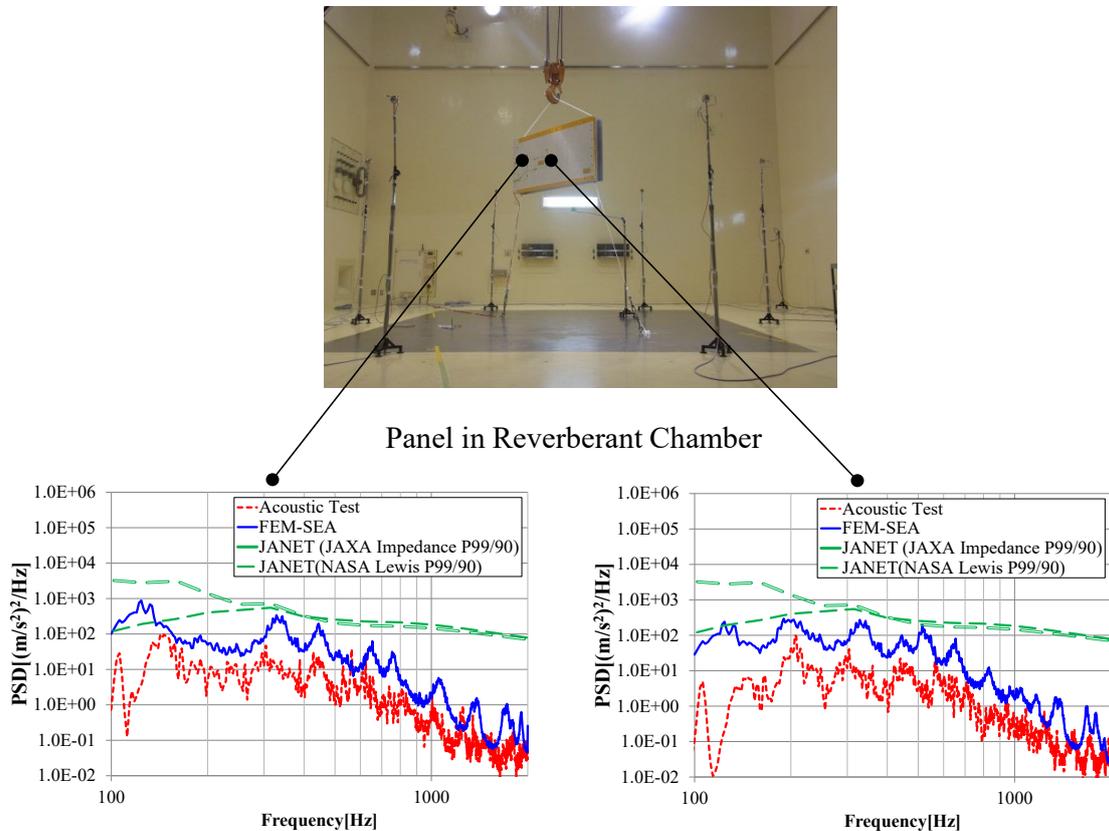


図 T-2 FEM-SEA 統合法の適用例

T.3 参考文献

- [T-1] P. J. Shorter and R. S. Langley, “On the reciprocity relationship between direct field radiation and diffuse reverberant loading, *Journal of Sound and Vibration* 115”, (2005), pp.85-95.
- [T-2] R. S. Langley, “On the diffuse field reciprocity relationship and vibrational energy variance in a random subsystem at high frequencies”, *Journal of the Acoustical Society of America* 121(2),(2007), pp.913-921
- [T-3] Mehta, M.L., *Random Matrix*, (1991), Academic, San Deigo.